ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΙΙ

Μάθημα ασκήσεων 6: Μακριά γραμμή μεταφοράς -Τετράπολα

Λαμπρίδης Δημήτρης
Ανδρέου Γεώργιος
Δούκας Δημήτριος
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Μακριά γραμμή μεταφοράς - Τετράπολα

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άσκηση 1η
Εκφώνηση

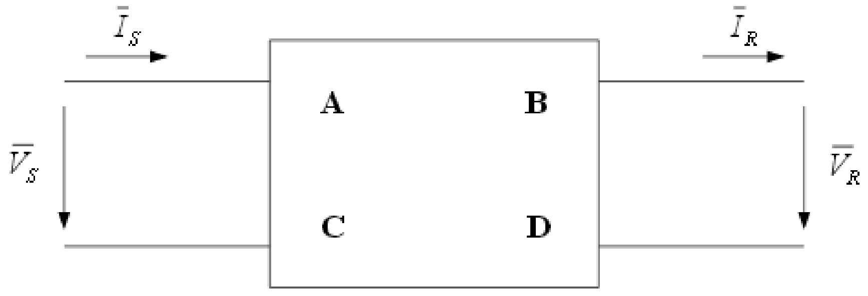
- Μια τριφασική γραμμή μεταφοράς έχει μήκος 175 km. Η σύνθετη αντίσταση σειράς είναι 35+j140 Ω και η αγωγιμότητα ως προς τη γη $930\cdot10^{-6}<90$ S. Η παρεχόμενη ισχύς στα 220 kV είναι 40 MW με συντελεστή ισχύος 0,9 επαγωγικό. Να υπολογιστεί η τάση του άκρου S
  α. χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο κύκλωμα της κοντής γραμμής μεταφοράς.

  β. χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο – Π της γραμμής με συγκεντρωμένες παραμέτρους .

  γ. θεωρώντας τη γραμμή ομοιόμορφη μακριά με κατανεμημένες παραμέτρους.

Άσκηση 1η
Επίλυση (1/12)

- <u>Παρατήρηση</u>: Η γραμμή μεταφοράς ως τετράπολο.
- Οι εξισώσεις μιας γραμμής μεταφοράς μπορούν να εκφραστούν μέσω της προσομοίωσης της γραμμής με ένα ABCD – τετράπολο (σχ. 9.1).



Σχ. 9.1

- Με τη βοήθεια των παραμέτρων του ABCD – τετράπολου μπορούμε να εκφράσουμε την τάση και το ρεύμα στο άκρο S συναρτήσει της τάσης και του ρεύματος στο άκρο R. Συγκεκριμένα θα είναι:

$$\bar{V}_S = \bar{A} \cdot \bar{V}_R + \bar{B} \cdot \bar{I}_R \qquad (9.1)$$

$$\bar{I}_S = \bar{C} \cdot \bar{V}_R + \bar{D} \cdot \bar{I}_R \qquad (9.2)$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (2/12)

- Διαχωρίζουμε τις εξής περιπτώσεις:
- <u>α) Κοντή γραμμή:</u>

  Σε αυτήν την περίπτωση θα είναι:

$$\bar{A} = 1 \qquad \bar{B} = \bar{Z}$$

$$\bar{C} = 0 \qquad \bar{D} = \bar{A} = 1$$

- όπου $\bar{Z}$ η σύνθετη αντίσταση σειράς της γραμμής . Από τις σχέσεις (9.1), (9.2) θα προκύψει για τις εξισώσεις της γραμμής:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R \tag{9.3}$$

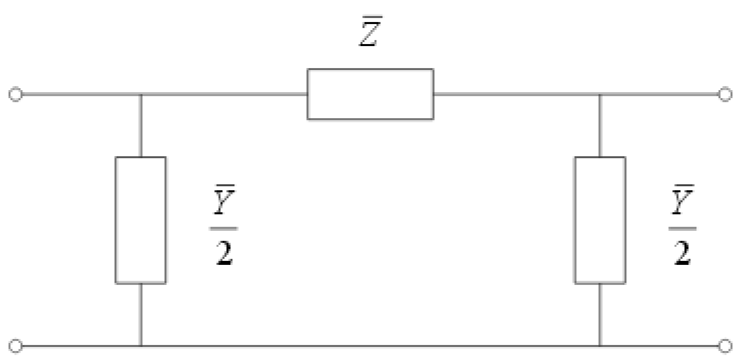
$$\bar{I}_S = \bar{I}_R = \bar{I} \tag{9.4}$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (3/12)

- β) Μακριά γραμμή με συγκεντρωμένες παραμέτρους :

  Στην περίπτωση μιας μακριάς γραμμής μεταφοράς μπορούμε να θεωρήσουμε τις ηλεκτρικές της παραμέτρους συγκεντρωμένες. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα εξής ισοδύναμα:

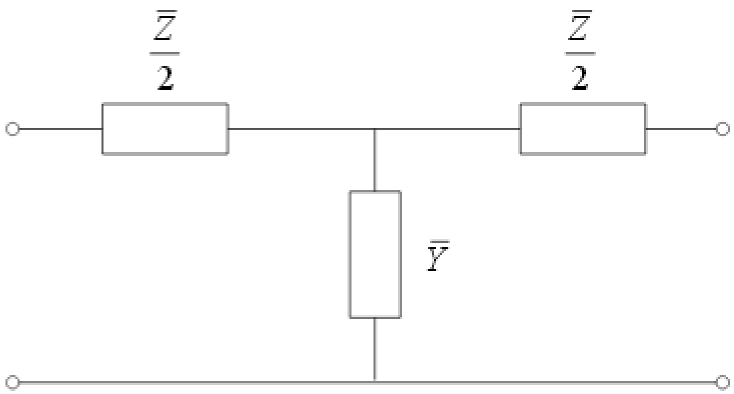
  – Ισοδύναμο Π – τετράπολο



Σχ. 9.2

Άσκηση 1η
Επίλυση (4/12)

– Ισοδύναμο Τ – τετράπολο



Σχ. 9.3

Άσκηση 1η
Επίλυση (5/12)

- Στην περίπτωση του ισοδύναμου Π– τετράπολου (σχ. 9.2) θεωρούμε ότι η συνολική εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα της γραμμής χωρίζεται σε δύο ίσες, συγκεντρωμένες, εγκάρσιες σύνθετες αγωγιμότητες στην αρχή και στο τέλος της γραμμής. Αντίστοιχα, στην περίπτωση του ισοδύναμου Τ– τετράπολου (σχ. 9.3) θεωρούμε ότι η συνολική διαμήκης σύνθετη αντίσταση της γραμμής χωρίζεται σε δύο ίσες, συγκεντρωμένες, διαμήκεις σύνθετες αντι στάσεις στην αρχή και στο τέλος της γραμμής.

Άσκηση 1η
Επίλυση (6/12)

- Και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις θα ισχύει για τις παραμέτρους του τετράπολου:

$$\bar{A} = 1 + \frac{\bar{Y} \cdot \bar{Z}}{2} \qquad \bar{B} = \bar{Z}$$

$$\bar{C} = \bar{Y}\left(1 + \frac{\bar{Y} \cdot \bar{Z}}{4}\right) \qquad \bar{D} = \bar{A} = 1 + \frac{\bar{Y} \cdot \bar{Z}}{2}$$

- όπου $\bar{Z}$ η συνολική διαμήκης σύνθετη αντίσταση της γραμμής και Υ η συνολική εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητά της.

- Με τις σχέσεις (9.1), (9.2) οι εξισώσεις της γραμμής θα γίνουν:

$$\bar{V}_S = \left(1 + \frac{\bar{Y} \cdot \bar{Z}}{2}\right)\bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R \qquad (9.5)$$

$$\bar{I}_S = \bar{Y}\left(1 + \frac{\bar{Y} \cdot \bar{Z}}{4}\right)\bar{V}_R + \left(1 + \frac{\bar{Y} \cdot \bar{Z}}{2}\right)\bar{I}_R \qquad (9.6)$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (7/12)

- γ) Ομοιόμορφη μακριά γραμμή:

Σε αυτήν την περίπτωση θεωρούμε ότι η συνολική διαμήκης σύνθετη αντίσταση και η συνολική εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα της γραμμής είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε όλο το μήκος της γραμμής. Οι παράμετροι του τετράπολου θα είναι οι εξής:

$$\overline{A} = \cosh(\overline{\gamma}\cdot l) = \cosh\sqrt{\overline{Y}\cdot\overline{Z}} = 1 + \frac{\overline{Y}\cdot\overline{Z}}{2} + \frac{(\overline{Y}\cdot\overline{Z})^2}{24} + \ldots = 1 + \frac{\overline{Y}'\cdot\overline{Z}'}{2}\cdot l^2 + \frac{(\overline{Y}'\cdot\overline{Z}')^2}{24}\cdot l^4 + .$$

$$\overline{B} = \overline{Z}_0 \sinh(\overline{\gamma}\cdot l) = \overline{Z}\left(\frac{\sinh\sqrt{\overline{Y}\cdot\overline{Z}}}{\sqrt{\overline{Y}\cdot\overline{Z}}}\right) = \overline{Z}\left(1 + \frac{\overline{Y}\cdot\overline{Z}}{6} + \frac{(\overline{Y}\cdot\overline{Z})^2}{120} + \ldots\right) =$$

$$= \overline{Z}'\left(l + \frac{\overline{Y}'\cdot\overline{Z}'}{6}\cdot l^3 + \frac{(\overline{Y}'\cdot\overline{Z}')^2}{120}\cdot l^5 + \ldots\right)$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (8/12)

$$\overline{C} = \overline{Y}_0 \sinh(\overline{\gamma} \cdot l) = \overline{Y}\left(\frac{\sinh\sqrt{\overline{Y} \cdot \overline{Z}}}{\sqrt{\overline{Y} \cdot \overline{Z}}}\right) = \overline{Y}\left(1 + \frac{\overline{Y} \cdot \overline{Z}}{6} + \frac{(\overline{Y} \cdot \overline{Z})^2}{120} + \ldots\right) =$$

$$= \overline{Y}'\left(l + \frac{\overline{Y}' \cdot \overline{Z}'}{6} \cdot l^3 + \frac{(\overline{Y}' \cdot \overline{Z}')^2}{120} \cdot l^5 + \ldots\right)$$

$$\overline{D} = \overline{A}$$

- όπου:
  - $\overline{\gamma} = \alpha + j\beta$ η σταθερά μετάδοσης της γραμμής,
  - l το μήκος της γραμμής,
  - $\overline{Z}$ η συνολική διαμήκης σύνθετη αντίσταση της γραμμής,
  - $\overline{Y}$ η συνολική εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητά της γραμμής,
  - $\overline{Z}', \overline{Y}'$ τα αντίστοιχα μεγέθη ανά μονάδα μήκους, και
  - Z_0 η χαρακτηριστική αντίσταση της γραμμής

Άσκηση 1η
Επίλυση (9/12)

- Στην άσκησή μας θα είναι:

$$\overline{Z} = 35 + j140 = 144{,}31\angle 75{,}96^\circ\ \Omega \tag{9.7}$$

$$\overline{Y} = 930 \cdot 10^{-6}\angle 90^\circ\ S \tag{9.8}$$

$$\overline{Z}_0 = \sqrt{\frac{\overline{Z}}{\overline{Y}}} = 393{,}92\angle -7{,}02\ \Omega \tag{9.9}$$

$$\overline{\gamma} = \frac{1}{l}\sqrt{\overline{Z} \cdot \overline{Y}} = 2{,}0934 \cdot 10^{-3}\angle 82{,}98^\circ = 0{,}256 \cdot 10^{-3} + j2{,}078 \cdot 10^{-3} \tag{9.10}$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (10/12)

- α) Θεωρούμε ότι η γραμμή μας είναι μικρού μήκους. Το ρεύμα του φορτίου (και ρεύμα της γραμμής εφόσον πρόκειται για κοντή γραμμή) θα είναι :

$$I = \frac{P_L}{\sqrt{3} \cdot V_R \cdot \cos\phi} = 116{,}64\ A \Rightarrow \bar{I} = 116{,}64\angle -25{,}84°\ A \qquad (9.11)$$

- Από τη σχέση (9.3) θα προκύψει τελικά για την τάση $\bar{V}_S$:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I} = 138{,}41\angle 5{,}35°\ kV\ /\ ph$$

- ή $$V_S = 239{,}74\ kV \qquad (9.12)$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (11/12)

- β) Θεωρούμε ότι η γραμμή μας είναι μακριά με κατανεμημένες παραμέτρους. Οι ABCD παράμετροι του ισοδύναμου Π–τετράπολου της γραμμής που μας χρειάζονται θα είναι:

$$\overline{A} = 1 + \frac{\overline{Y} \cdot \overline{Z}}{2} = 0{,}935\angle 0{,}997^{\circ} \tag{9.13}$$

$$\overline{B} = \overline{Z} = 144{,}31\angle 75{,}96^{\circ} \tag{9.14}$$

- Το ρεύμα στο άκρο R θα είναι το ρεύμα του φορτίου που υπολογίσαμε στο πρώτο κομμάτι της άσκησης:

$$\overline{I}_R = 116{,}64\angle -25{,}84^{\circ}\ A \tag{9.15}$$

- άρα για την τάση V_S θα έχουμε από τη σχέση (9.1):

$$\overline{V}_S = \overline{A} \cdot \overline{V}_R + \overline{B} \cdot \overline{I}_R = \ldots = 130{,}401\angle 6{,}598^{\circ}\ kV/ph$$

- ή $$V_S = 225{,}86\ kV \tag{9.16}$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (12/12)

- γ) Αν θεωρήσουμε τη γραμμή μας μακριά με ομοιόμορφα κατανεμημένες παραμέτρους τότε θα είναι:

$$\sinh(\bar{\gamma}\cdot l)=\sinh(\alpha\cdot l)\cdot\cosh(\beta\cdot l)+j\cosh(\alpha\cdot l)\cdot\sinh(\beta\cdot l)=0{,}358\angle 83{,}29^{\circ} \quad (9.17)$$

$$\cosh(\bar{\gamma}\cdot l)=\cosh(\alpha\cdot l)\cdot\cosh(\beta\cdot l)+j\sinh(\alpha\cdot l)\cdot\sinh(\beta\cdot l)=0{,}936\angle 0{,}975^{\circ} \quad (9.18)$$

- Οπότε για την τάση $\bar{V}_S$ θα είναι:

$$\bar{V}_S=\bar{V}_R\cosh(\bar{\gamma}\cdot l)+\bar{Z}_0\bar{I}_R\sinh(\bar{\gamma}\cdot l)=\ldots=130{,}159\angle 6{,}49^{\circ}\ kV/ph$$

- ή

$$V_S=225{,}443\ kV \quad (9.19)$$

- Θεωρώντας ότι η τρίτη λύση είναι ακριβής βλέπουμε ότι η αντιμετώπιση του προβλήματος με τη θεώρηση της γραμμής ως κοντή παρουσιάζει απόκλιση 6,34% στο μέτρο της $\bar{V}_S$, ενώ η θεώρηση της γραμμής ως μακριά με συγκεντρωμένες παραμέτρους παρουσιάζει αντίστοιχα απόκλιση 0,18%.

Άσκηση 2η
Εκφώνηση

- Μία τριφασική γραμμή 420 kV, 50 Hz έχει μήκος 463 km και μπορεί να θεωρηθεί χωρίς απώλειες. Η γραμμή ενεργοποιείται με τάση 420 kV στο άκρο αποστολής. Όταν το φορτίο του άκρου παραλαβής απομακρύνεται η τάση στο R γίνεται 700 kV και το ρεύμα αποστολής j646,6 A.
- α) Υπολογίστε τη σταθερά φάσης β, τη χαρακτηριστική αντίσταση Zc και το μήκος κύματος λ.
- β) Τι μέτρα αντιστάθμισης πρέπει να συνδεθούν στο άκρο R έτσι ώστε Vs=Vr=420 kV;
- γ) Προσδιορίστε τα οδεύοντα κύματα της τάσης και του ρεύματος στο μέσο της γραμμής, αν στο τέλος της γραμμής είναι συνδεδεμένα τα μέτρα αντιστάθμισης που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο ερώτημα.

Άσκηση 2η
Επίλυση (1/4)

- α) Στην εν κενώ λειτουργία είναι, επομένως:

$$\vec{V}_S = \cos(\beta l)\cdot\vec{V}_R + j\cdot Z_0\cdot\sin(\beta l)\cdot\vec{I}_R = \cos(\beta l)\cdot\vec{V}_R \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \vec{V}_S = \cos(\beta\cdot 463)\cdot\frac{700000}{\sqrt{3}} \Rightarrow 242487{,}11\angle\theta = \cos(\beta\cdot 463)\cdot 404145{,}19 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 242487{,}11\cdot(\cos\theta + j\cdot\sin\theta) = 404145{,}19\cdot\cos(\beta\cdot 463)$$

- Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει το εξής σύστημα εξισώσεων

$$242487{,}11\cdot\cos\theta = 404145{,}19\cdot\cos(\beta\cdot 463)$$
$$242487{,}11\cdot\sin\theta = 0$$

- Οπότε θ = 0, άρα

$$1 = 1{,}67\cdot\cos(\beta\cdot 463) \Rightarrow \cos(\beta\cdot 463) = 0{,}6 \Rightarrow \beta\cdot 463 = 53{,}13^0 \Rightarrow \beta = 0{,}115^0\,/\,km$$

- Επίσης, $\vec{I}_S = j\cdot\frac{\sin(\beta l)}{Z_0}\cdot\vec{V}_R + \cos(\beta l)\cdot\vec{I}_R \Rightarrow j\cdot 646{,}6 = j\cdot\frac{\sin(53{,}13^0)}{Z_0}\cdot 404145{,}19 \Rightarrow Z_0 = 500\,\Omega$

- Το μήκος κύματος ισούται με: $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{360^0}{\beta} = 3137{,}2\,km$

Άσκηση 2η
Επίλυση (2/4)

- β) Η τιμή της αέργου ισχύος στο άκρο παραλαβής R θα είναι:

$$Q_R = \frac{V_R \cdot V_S \cdot \cos\theta}{Z_0 \cdot \sin(2\pi l/\lambda)} - \frac{V_R^2 \cdot \cos(2\pi l/\lambda)}{Z_0 \cdot \sin(2\pi l/\lambda)} = \frac{V_R^2[1-\cos(2\pi l/\lambda)]}{Z_0 \cdot \sin(2\pi l/\lambda)} =$$

$$= \frac{242487{,}11^2[1-\cos(360^0 \cdot 0{,}1476)]}{500 \cdot \sin(360^0 \cdot 0{,}1476)} = 58{,}8\,MVar/ph$$

- Ο ισολογισμός αέργου ισχύος στο άκρο R δίνει:

$$Q_A = -Q_R = -58{,}8\,MVar/ph$$

- Θα πρέπει, δηλαδή, να συνδεθούν πηνία αυτεπαγωγής ίσης με:

$$L_Y = \frac{V_R^2}{Q_A \cdot \omega} = 3{,}18\,H/ph$$

Άσκηση 2η
Επίλυση (3/4)

- γ) Το μέσο της γραμμής βρίσκεται σε απόσταση 231,5 km από τα άκρα. Ισχύει ότι:

$$\vec{V}(x) = \overrightarrow{A_1} \cdot e^{\vec{\gamma}x} + \overrightarrow{A_2} \cdot e^{-\vec{\gamma}x} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{V}_R + \vec{Z}_0 \cdot \vec{I}_R) \cdot e^{\vec{\gamma}x} + \frac{1}{2} \cdot (\vec{V}_R - \vec{Z}_0 \cdot \vec{I}_R) \cdot e^{-\vec{\gamma}x}$$

$$\vec{I}(x) = \frac{1}{2 \cdot \vec{Z}_0} \cdot (\vec{V}_R + \vec{Z}_0 \cdot \vec{I}_R) \cdot e^{\vec{\gamma}x} - \frac{1}{2 \cdot \vec{Z}_0} \cdot (\vec{V}_R - \vec{Z}_0 \cdot \vec{I}_R) \cdot e^{-\vec{\gamma}x}$$

- Αφού η γραμμή λειτουργεί με μοναδικό φορτίο τα πηνία της αντιστάθμισης θα είναι:

$$\vec{I}_R = \frac{\vec{V}_R}{j \cdot X_Y} = \frac{\frac{420000}{\sqrt{3}} \angle 0^0}{j \cdot 3{,}18 \cdot 314} = 242{,}85 \angle -90^0 \ A$$

- άρα:

$$\vec{V}(x) = \frac{1}{2} \cdot \vec{V}_R \cdot (e^{\vec{\gamma}x} + e^{-\vec{\gamma}x}) + \frac{1}{2} \cdot \vec{Z}_0 \cdot \vec{I}_R (e^{\vec{\gamma}x} - e^{-\vec{\gamma}x}) = \frac{1}{2} \cdot \vec{V}_R \cdot 2 \cdot \cos(\beta x) + \frac{1}{2} \cdot \vec{Z}_0 \cdot \vec{I}_R \cdot 2 \cdot j \cdot \sin(\beta x) =$$

$$= \vec{V}_R \cdot \cos(\beta x) + j \cdot \vec{Z}_0 \cdot \vec{I}_R \cdot \sin(\beta x)$$

Άσκηση 2η
Επίλυση (4/4)

- Συγκεκριμένα στο μέσο Μ η τάση θα είναι:

$$\vec{V}_M = \vec{V}(x)|_{x=231,5km} = 242487,11 \cdot \cos(0,115 \cdot 231,5) + j \cdot 500 \cdot (-j242,85) \cdot \sin(0,115 \cdot 231,5) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \vec{V}_M = 271,19\ kV$$

- Ενώ το ρεύμα:

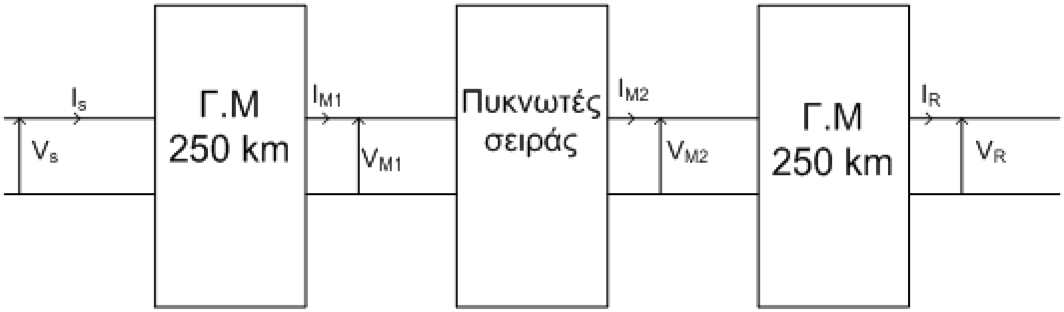
$$\vec{I}(x) = \frac{1}{2\vec{Z}_o} \cdot \vec{V}_R \cdot (e^{\vec{\gamma}x} - e^{-\vec{\gamma}x}) + \frac{1}{2} \cdot \vec{I}_R (e^{\vec{\gamma}x} + e^{-\vec{\gamma}x}) = \frac{1}{2 \cdot \vec{Z}_0} \cdot \vec{V}_R \cdot 2 \cdot j \cdot \sin(\beta x) + \frac{1}{2} \cdot \vec{I}_R \cdot 2 \cdot \cos(\beta x) =$$
$$= 0,1621\angle 90^0\ A$$

Άσκηση $3^η$
Εκφώνηση

- Συστοιχία πυκνωτών σειράς με αντίδραση 100 Ω θα τοποθετηθεί στο μέσο γραμμής 400 kV και μήκους 500 km με ηλεκτρικά χαρακτηριστικά: R'=35 mΩ/km, L'=0,9 mH/km, C'=16 nF/km.
- α) Προσδιορίστε τις συνολικές τιμές των παραμέτρων ABCD της γραμμής συμπεριλαμβανομένων και των πυκνωτών.
- β) Εάν η γραμμή πρέπει να τροφοδοτήσει φορτίο 600 MW, cosφ= 0,9 επαγωγικό στα 400 kV, ποιά θα πρέπει να είναι η τάση στο άκρο αποστολής;
- γ) Να υπολογιστεί ο βαθμός απόδοσης ενεργού ισχύος.

Άσκηση 3η
Επίλυση (1/6)

- Το σύστημα που προκύπτει στη μορφή μπλοκ διαγράμματος φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Άσκηση 3η
Επίλυση (2/6)

- Τα χαρακτηριστικά στοιχεία της γραμμής είναι τα εξής:

$$\vec{Z'} = R' + j\cdot\omega\cdot L' = 35\cdot 10^{-3} + j\cdot 0,9\cdot 10^{-3}\cdot 314 = 0,035 + j\cdot 0,2826 = 0,2848\angle 82,94^0\ \Omega/km$$

$$\vec{Y'} = j\cdot\omega\cdot C' = j\cdot 16\cdot 10^{-9}\cdot 314 = j\cdot 5,024\ \mu S/km$$

$$\vec{\gamma} = \sqrt{\vec{Z'}\cdot\vec{Y'}} = 1,196\cdot 10^{-3}\angle 86,47^0\ km^{-1}$$

$$a = \mathrm{Re}(\vec{\gamma}) = 7,364\cdot 10^{-5}\ km^{-1}$$

$$\beta = \mathrm{Im}(\vec{\gamma}) = 1,194\cdot 10^{-3}\ km^{-1}$$

$$\cosh(\vec{\gamma}\cdot l) = 0,96 + j\cdot 0,0054 = 0,96\angle 0,32^0$$

$$\sinh(\vec{\gamma}\cdot l) = 0,018 + j\cdot 0,29 = 0,29\angle 86,45^0$$

$$\vec{Z}_0 = \sqrt{\frac{\vec{Z'}}{\vec{Y'}}} = 238,1\angle -3,53^0\ \Omega$$

- Επομένως τα στοιχεία των ABCD τετραπόλων που σχηματίζονται από τα δύο κομμάτια της αρχικής γραμμής μεταφοράς ισούνται με:

$$A = D = \cosh(\vec{\gamma}\cdot l) = 0,96\angle 0,32^0$$

$$B = \vec{Z}_0\cdot\sinh(\vec{\gamma}\cdot l) = 238,1\angle -3,53^0\cdot 0,29\angle 86,45^0 = 69,049\angle 82,92^0$$

$$C = \frac{1}{\vec{Z}_0}\cdot\sinh(\vec{\gamma}\cdot l) = 1,218\cdot 10^{-3}\angle 89,98^0$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (3/6)

- Ισχύει ότι:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{M1} \\ I_{M1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{M1} \\ I_{M1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{\pi\upsilon\kappa} & B_{\pi\upsilon\kappa} \\ C_{\pi\upsilon\kappa} & D_{\pi\upsilon\kappa} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{M2} \\ I_{M2} \end{bmatrix}$$

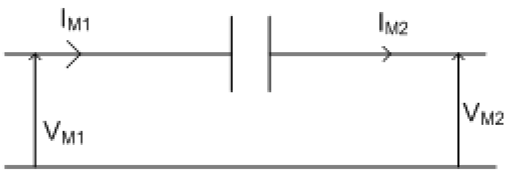
επομένως

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{tot} & B_{tot} \\ C_{tot} & D_{tot} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{M2} \\ I_{M2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

- όπου: $\begin{bmatrix} A_{tot} & B_{tot} \\ C_{tot} & D_{tot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{\pi\upsilon\kappa} & B_{\pi\upsilon\kappa} \\ C_{\pi\upsilon\kappa} & D_{\pi\upsilon\kappa} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

- Για τον προσδιορισμό των ABCD παραμέτρων της συστοιχίας των πυκνωτών σειράς έχουμε:



Σχήμα 2

Άσκηση 3η
Επίλυση (4/6)

$$\vec{I}_{M1} = \vec{I}_{M2}$$

$$\vec{V}_{M1} = \vec{V}_{M2} + \vec{V}_{C} = \vec{V}_{M2} + \vec{I}_{M1} \cdot \frac{1}{j \cdot X_C}$$

- Επομένως:

$$\begin{bmatrix} V_{M1} \\ I_{M1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{j \cdot X_C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{M2} \\ I_{M2} \end{bmatrix}$$ δηλαδή στην περίπτωσή μας $$\begin{bmatrix} A_{\pi\upsilon\kappa} & B_{\pi\upsilon\kappa} \\ C_{\pi\upsilon\kappa} & D_{\pi\upsilon\kappa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -j \cdot 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Συνολικά θα είναι:

$$\begin{bmatrix} A_{tot} & B_{tot} \\ C_{tot} & D_{tot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,96 \angle 0,32^0 & 69,049 \angle 82,92^0 \\ 1,218 \cdot 10^{-3} \angle 89,98^0 & 0,96 \angle 0,32^0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -j \cdot 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,96 \angle 0,32^0 & 69,049 \angle 82,92^0 \\ 1,218 \cdot 10^{-3} \angle 89,98^0 & 0,96 \angle 0,32^0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} A_{tot} & B_{tot} \\ C_{tot} & D_{tot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,955 + j \cdot 0,0213 & 16,64 + j \cdot 39,5 \\ j \cdot 0,0025 & 0,95 + j \cdot 0,0213 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (5/6)

- β) Το φορτίο λειτουργεί σε φασική τάση

$$\overline{V_R} = \frac{400\,kV}{\sqrt{3}}\angle 0^0 = 230{,}94\angle 0^0\,kV/ph$$

- ενώ το ρεύμα που απορροφά είναι ίσο με:

$$I_R = \frac{P_R}{V_R\cdot\cos\varphi} = \frac{200\cdot10^6}{230{,}94\cdot10^3\cdot0{,}9} = 962{,}25\,A$$

$$\vec{I}_R = 962{,}25\angle -\cos^{-1}\varphi = 962{,}25\angle -25{,}84^0\,A$$

- Τελικά, η τάση στο άκρο αποστολής R θα είναι ίση με:

$$\overline{V_S} = A_{tot}\cdot\overline{V_R} + B_{tot}\cdot\vec{I}_R = 251526 + j\cdot32146{,}8 = 253{,}6\angle 7{,}28^0\,kV/ph$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (6/6)

- γ) Το ρεύμα που απορροφάται από την αρχή της γραμμής δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\overline{I_S} = C_{tot} \cdot \overline{V_R} + D_{tot} \cdot \bar{I}_R = 833,026 + j \cdot 192,227 = 854,93 \angle 12,99^0\ A$$

- Η συνολική ενεργός ισχύς που απορροφάται, με τη σειρά της, υπολογίζεται ως εξής:

$$P_S = V_S \cdot I_S \cdot \cos\varphi_S = 253600 \cdot 854,93 \cdot \cos(12,99^0 - 7,28^0) = 215,73\,MW\,/\,ph$$

- Η ισχύς των απωλειών προκύπτει από την αφαίρεση της συνολικής απορροφούμενης ισχύος και αυτής που καταναλώνει το φορτίο:

$$P_V = P_S - P_R = 15,73\,MW\,/\,ph$$

$$\eta = \frac{P_R}{P_S} \cdot 100\% = 92,7\%$$

Άσκηση $4^η$
Εκφώνηση

- Μία τριφασική γραμμή 150 kV με ηλεκτρικά χαρακτηριστικά L'=0,7 mH/km, C'=14 nF/km τροφοδοτεί φορτίο ισχύος ίσης με το 80% της φυσικής, με cosφ=0,85 επαγωγικό, στα 150 kV.
- α) Εάν εμφανίζεται 10 % πτώση τάσης στη γραμμή να υπολογιστεί το μήκος της l.
- β) Να υπολογιστεί η άεργος ισχύς στο άκρο S όπως επίσης κι ο συντελεστής ισχύος.

Άσκηση $4^{η}$
Επίλυση (1/4)

- Τα στοιχεία της γραμμής υπολογίζονται παρακάτω:

$$\vec{Z'} = j\cdot\omega\cdot L' = j\cdot 0,22 = 0,22\angle 90^0\ \Omega/km$$

$$\vec{Y'} = j\cdot\omega\cdot C' = j\cdot 4,396\cdot 10^{-6} = 4,396\angle 90^0\ \mu S/km$$

$$\vec{\gamma} = \sqrt{\vec{Z'}\cdot\vec{Y'}} = 9,834\cdot 10^{-4}\angle 90^0\ km^{-1}$$

$$\vec{Z}_0 = \sqrt{\frac{\vec{Z'}}{\vec{Y'}}} = 224,4\,\Omega$$

- Το φορτίο της γραμμής είναι ίσο με:

$$P_L = 0,8\cdot P_N = 0,8\cdot\frac{V_N^2}{Z_0} = 0,8\cdot\frac{150000^2}{224,4} = 80,208\,MW$$

- Το ρεύμα που θα απορροφά το φορτίο δίνεται από τη σχέση:

$$I_R = \frac{P_L}{V_R\cdot\cos\varphi_R} = \frac{\frac{80,208\cdot 10^6}{3}}{\frac{150\cdot 10^3}{\sqrt{3}}\cdot 0,85} = 363,2\,A$$

$$\vec{I}_R = 363,2\angle -\cos^{-1}\varphi_R = 363,2\angle -31,79^0\,A$$

Άσκηση 4η
Επίλυση (2/4)

- Η σχέση που συνδέει την τάση του άκρου αποστολής S με τα στοιχεία του άκρου παραλαβής είναι η ακόλουθη:

$\vec{V}_S = \cos(\beta \cdot l) \cdot \vec{V}_R + j \cdot Z_0 \cdot \sin(\beta \cdot l) \cdot \vec{I}_R$ και $\left|\vec{V}_S\right| = 1{,}1 \cdot \left|\vec{V}_R\right| = 95263 V / ph$

- Άρα:

$$\vec{V}_S = \cos(\beta \cdot l) \cdot 86603 + j \cdot 224{,}4 \cdot \sin(\beta \cdot l) \cdot 363{,}2 \angle -31{,}79^0 =$$
$$= 86603 \cdot \cos(\beta \cdot l) + 42936{,}7 \cdot \sin(\beta \cdot l) + j \cdot 69276{,}77 \cdot \sin(\beta \cdot l) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left|\vec{V}_S\right| = \left|86603 \cdot \cos(\beta \cdot l) + 42936{,}7 \cdot \sin(\beta \cdot l) + j \cdot 69276{,}77 \cdot \sin(\beta \cdot l)\right| \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 95263 = \sqrt{\left[86603 \cdot \cos(\beta \cdot l) + 42936{,}7 \cdot \sin(\beta \cdot l)\right]^2 + \left[69276{,}77 \cdot \sin(\beta \cdot l)\right]^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0{,}86 \cdot \cos^2(\beta \cdot l) + 7{,}437 \cdot \cos(\beta \cdot l) \cdot \sin(\beta \cdot l) - 2{,}435 = 0$$

- Η μη γραμμική εξίσωση στην οποία καταλήξαμε μπορεί να επιλυθεί με εφαρμογή της μεθόδου Newton – Raphson ο γενικός επαναληπτικός τύπος της οποίας δίνεται παρακάτω:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

Άσκηση 4η
Επίλυση (3/4)

- Στη συγκεκριμένη περίπτωση ψάχνουμε τη γωνία *βl* για την οποία μηδενίζεται η συνάρτηση μας. Έστω $\chi_0=20^0=0{,}349$ rad. Είναι:

$$f'(\beta\cdot l)=-1,72\cdot\cos(\beta\cdot l)\cdot\sin(\beta\cdot l)+7,437\cdot\cos^2(\beta\cdot l)-7,437\sin^2(\beta\cdot l)$$
$$f(x_0)=0,715,\ f'(x_0)=5,144$$
$$x_1=x_0-\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}=0,349-\frac{0,715}{5,144}=0,21\,rad=12,04^0$$
$$f(x_1)=-0,0952,\ f'(x_1)=6,439$$
$$x_2=x_1-\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}=0,2248\,rad=12,9^0$$
$$f(x_2)=5,44\cdot10^{-4}$$

- Για τιμή ίση με $12{,}9^0$ η συνάρτηση έχει σχεδόν μηδενιστεί επομένως:

$$\beta\cdot l=12,9^0=0,2248\,rad\Rightarrow 9,834\cdot10^{-4}\cdot l=0,2248\Rightarrow l=228,6\,km$$

Άσκηση 4η
Επίλυση (4/4)

$$\vec{V}_S = \cos(\beta \cdot l)\cdot \vec{V}_R + j\cdot Z_0 \cdot \sin(\beta\cdot l)\cdot \vec{I}_R = 0,9748 \cdot 86603 + j\cdot 224,4 \cdot 0,223 \cdot (308,72 - j\cdot 191,34) =$$
$$= 95256,58\angle\, 9,33^0\ V/ph$$

$$\vec{I}_S = \cos(\beta\cdot l)\cdot \vec{I}_R + j\cdot \frac{\sin(\beta\cdot l)}{Z_0}\cdot \vec{V}_R = 317,26\angle -18,46^0\ A$$

- Ο συντελεστής ισχύος στην αρχή της γραμμής είναι ίσος με:

$$\cos\varphi_S = \cos(9,33^0 + 18,46^0) = 0,8847$$

- και η άεργος ισχύς στο άκρο αποστολής S:

$$\vec{S}_S = \vec{V}_S \cdot \vec{I}_S^{*} = 30221102,6\angle -9,13^0 = 29838227,22 - j\cdot 4795335,1 VA/ph$$
$$Q_S = \mathrm{Im}\left\{\vec{S}_S\right\} = -4,79\ MVar/ph$$

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λαμπρίδης Δημήτρης, Ανδρέου Γεώργιος, Δούκας Δημήτριος. «ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΙΙ, Μακριά γραμμή μεταφοράς -Τετράπολα». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015 Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Σβάρνα Κωνσταντίνα
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό εξάμηνο 2014-2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.