

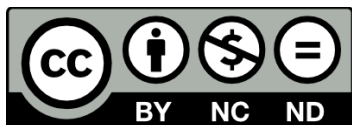


ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ II

Μάθημα ασκήσεων 8: Καλώδια

Λαμπρίδης Δημήτρης
Ανδρέου Γεώργιος
Δούκας Δημήτριος

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



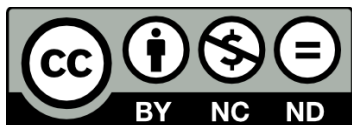


ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Καλώδια



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

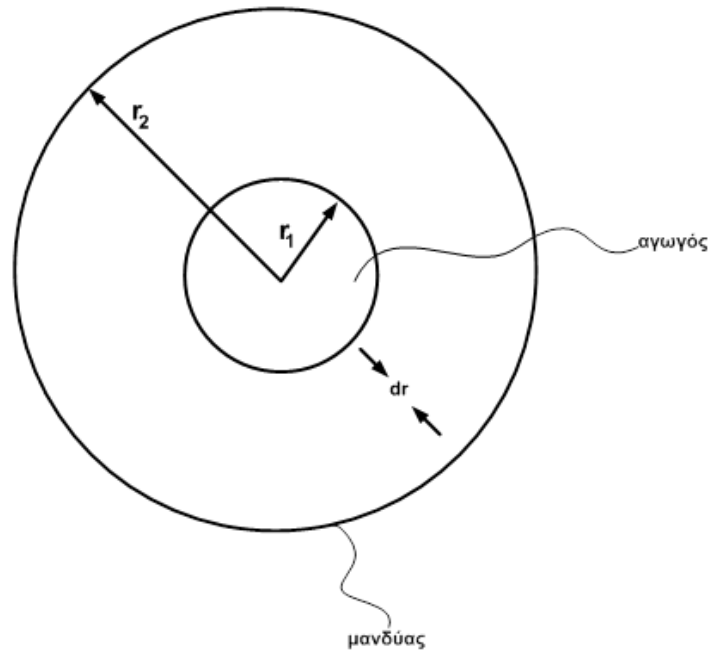


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Θεωρητική εισαγωγή (1/5)



εγκάρσια διατομή ενός καλωδίου που αποτελείται από δύο ομοαξονικά αγωγίμα κυλινδρικά κελύφη πολύ μεγάλου μήκους

- Από το νόμο του Gauss έχουμε:

$$Q = \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iint_S D \vec{r}_\varphi dr dz \vec{r}_0 = D \cdot \iint_S r d\varphi dz = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot D \cdot l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \epsilon \cdot E$$



Θεωρητική εισαγωγή (2/5)

- Η διηλεκτρική μετατόπιση είναι παντού ακτινική και σταθερή, άρα:

$$Q = \iint_S \vec{D} \cdot \vec{dS} = D 2\pi r l \Rightarrow D = \frac{Q}{2\pi r} \text{ Coulomb / m}^2$$

- Για την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχουμε:

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r} = \frac{D}{\epsilon} [V / m], \text{ για } r_1 < r < r_2$$

- Η διαφορά δυναμικού μεταξύ του αγωγού και του μανδύα είναι:

$$V = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot \vec{dr} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{r_2}{r_1} [V]$$

- Ενώ η χωρητικότητα μεταξύ του αγωγού και του μανδύα είναι:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\iint_S \vec{D} \cdot \vec{dS}}{\int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot \vec{dr}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{r_2}{r_1}} [F]$$



Θεωρητική εισαγωγή (3/5)

- Τελικά μπορώ να έχω μία σχέση μεταξύ της ηλεκτρικής πεδιακής έντασης E και του δυναμικού V , η οποία είναι η εξής:

$$E = \frac{V}{r \ln \frac{r_2}{r_1}} [V / m]$$

- η μέγιστη τιμή της οποίας θα παρατηρείται στην επιφάνεια του αγωγού και θα είναι:

$$E_{\max} = \frac{V}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}} [V / m]$$

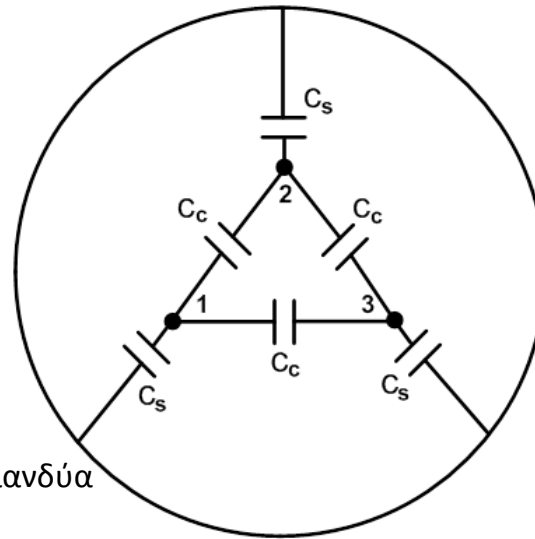
- Η αντίσταση του ομοαξονικού καλωδίου είναι:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$



Θεωρητική εισαγωγή (4/5)

- Χωρητικότητα τριφασικού περιζωμένου καλωδίου:

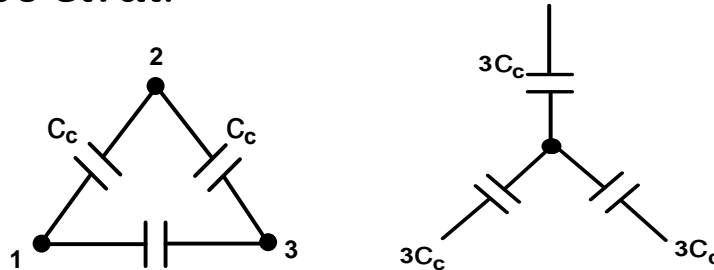


- C_s : χωρητικότητα μεταξύ αγωγού και μανδύα
- C_c : χωρητικότητα μεταξύ αγωγών
- Οι συγκεκριμένες χωρητικότητες δεν υπολογίζονται εύκολα κι έτσι συνήθως εφαρμόζονται τεχνικές μέτρησης. Εάν μετατραπεί το τρίγωνο των χωρητικοτήτων μεταξύ των αγωγών C_c σε αστέρα, οι κλάδοι του αστέρα πλέον θα έχουν ισοδύναμη χωρητικότητα $3C_c$.



Θεωρητική εισαγωγή (5/5)

- Άρα η ισοδύναμη συνολική χωρητικότητα κάθε αγωγού ως προς το γειωμένο ουδέτερο είναι:



- Στις μετρήσεις που συνήθως γίνονται: $C = (C_s / 3C_c)$, $C = C_s + 3C_c$
- Μετράται η χωρητικότητα μεταξύ ενός αγωγού και των άλλων δύο συνδεδεμένων στο μανδύα και είναι $C_a = C_s + 2C_c$
- Μετράται η χωρητικότητα μεταξύ του μανδύα και των άλλων 3 αγωγών συνδεδεμένων μεταξύ τους και είναι $C_b = 3C_s$
- Τελικά η ισοδύναμη χωρητικότητα ως προς τον ουδέτερο είναι $C = \frac{9C_a - C_b}{6}$



Άσκηση 1^η

Εκφώνηση

- Η ισοδύναμη χωρητικότητα του μανδύα και των συνδεδεμένων μεταξύ τους τριών αγωγών ενός τριφασικού περιζωμένου καλωδίου είναι $C_b = 0,6 \mu\text{F}$. Η ισοδύναμη χωρητικότητα μεταξύ ενός αγωγού και των άλλων δύο, ενώ οι τελευταίοι είναι συνδεδεμένοι στον μανδύα, είναι για κάθε αγωγό $C_a = 0,7 \mu\text{F}$. Να υπολογιστεί το χωρητικό ρεύμα κάθε αγωγού όταν το καλώδιο λειτουργεί υπό τάση $6,6 \text{ kV}$ (πολική) και συχνότητα 50 Hz .



Άσκηση 1^η

Επίλυση

- Η συνολική ισοδύναμη χωρητικότητα ως προς τον ουδέτερο είναι:

$$C = \frac{9C_a - C_b}{6} = 0,95 \mu F$$

- Το χωρητικό ρεύμα κάθε αγωγού μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\vec{V} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \vec{I}_C \Rightarrow |\vec{I}_C| = \omega C |\vec{V}| = 100\pi \cdot 0,95 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{6,6}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 = 1,137 A$$



Άσκηση 2^η

Εκφώνηση

- Η αντίσταση της μόνωσης πάχους 1 mm καλωδίου ενός αγωγού διαμέτρου 2 mm είναι 480 MΩ/km. Τι πάχος μόνωσης ιδίου υλικού θα απαιτούσε αγωγός 3 mm, ώστε η αντίστοιχη αντίσταση μόνωσης να είναι 960 MΩ/km;



Άσκηση 2^η

Επίλυση

- Η ακτίνα που περιλαμβάνει τον αγωγό και τη μόνωση του καλωδίου είναι ίση με:

$$R_1 = \frac{d}{2} + t = \frac{2}{2} + 1 = 2 \text{ mm}$$

- Για την αντίσταση ενός ομοαξονικού καλωδίου στην ακτινική του διάσταση ισχύει

$$R_{\mu\sigma\nu 1} = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{R_1}{r_1}$$

$$R_{\mu\sigma\nu 2} = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{R_2}{r_2}$$

- διαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις θα έχουμε

$$\frac{480}{960} = \frac{\ln \frac{R_1}{r_1}}{\ln \frac{R_2}{r_2}} \Rightarrow \ln \left(\frac{R_1}{r_1} \right)^2 = \ln \frac{R_2}{r_2} \Rightarrow R_2 = r_2 \left(\frac{R_1}{r_1} \right)^2 = 6 \text{ mm}$$

- Επομένως το πάχος της μόνωσης που χρειάζεται δίνεται από τη σχέση:

$$t_{\text{μ\sigma\nu\omega}} = R_2 - r_2 = 4,5 \text{ mm}$$



Άσκηση 3^η

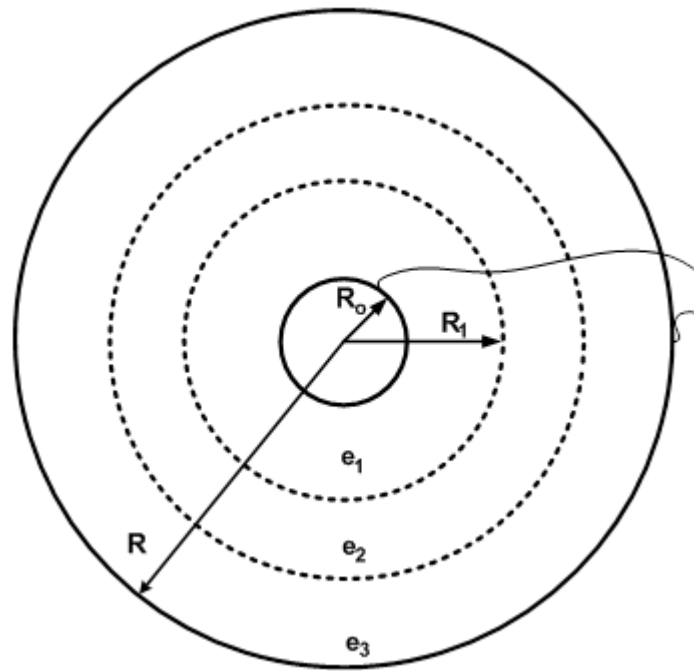
Εκφώνηση

- Ένας αγωγός ακτίνας R_0 περιβάλλεται από συγκεντρικό γειωμένο μεταλλικό σωλήνα εσωτερικής ακτίνας R . Ο χώρος μεταξύ τους πληρώνεται με μονωτικά υλικά διαφορετικών σχετικών διηλεκτρικών σταθερών. Για $R_0 < r < R_1$ η σχετική διηλεκτρική μετατόπιση είναι ϵ_1 , για $R_1 < r < R_2$ είναι ϵ_2 κ.ο.κ. Να υπολογιστούν:
- (α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $E(r)$ συναρτήσει της ακτίνας r από το κέντρο του αγωγού, αν είναι γνωστή η διαφορά δυναμικού V , μεταξύ του αγωγού και του μεταλλικού σωλήνα.
- (β) Η τιμή της R_1 για δύο διηλεκτρικά με $\epsilon_1 = 5$ και $\epsilon_2 = 2,5$, για την οποία τα δύο υλικά θα υπόκεινται στην ίδια τάση (ίδια διαφορά δυναμικού), αν $R_0 = 1 \text{ cm}$ και $R_2 = 5 \text{ cm}$.



Άσκηση 3^η

Επίλυση (1/3)



Άσκηση 3^η

Επίλυση (2/3)

- α) Γνωρίζουμε ότι

$$\vec{E}_r = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r} \cdot \vec{r}_0 \Rightarrow |\vec{E}_r| = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r} \Rightarrow Q = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r r |\vec{E}_r|$$

- Είναι γνωστή η διαφορά δυναμικού V , η οποία είναι ίση με:

$$V = \int_{R_0}^{R_1} E_r dr + \int_{R_1}^{R_2} E_r dr + \dots + \int_{R_n}^R E_r dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \dots + \frac{1}{\epsilon_n} \ln \frac{R}{R_n} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V}{\epsilon(r)r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon(r)r} \left[\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \dots + \frac{1}{\epsilon_n} \ln \frac{R}{R_n} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V}{\epsilon(r)r} = E_r \cdot \left[\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \dots + \frac{1}{\epsilon_n} \ln \frac{R}{R_n} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{V}{\epsilon(r)r \left[\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R_2}{R_1} + \dots + \frac{1}{\epsilon_n} \ln \frac{R}{R_n} \right]}$$



Άσκηση 3^η

Επίλυση (3/3)

- β) Ισχύει ότι:

$$V = \int_{R_0}^{R_1} E_r dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \ln \frac{R_1}{R_0}$$

$$V = \int_{R_1}^R E_r dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \ln \frac{R}{R_1}$$

- όπου R η ακτίνα του εξωτερικού μεταλλικού σωλήνα,
- αλλά

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_1}{R_0} = \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R}{R_1} \Rightarrow \ln \frac{R_1}{R_0} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \ln \frac{R}{R_1} \Rightarrow e^{\frac{R_1}{R_0}} = e^{\left(\frac{R}{R_1}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_0} = \left(\frac{R}{R_1}\right)^2 \Rightarrow R_1^3 = R_0 \cdot R^2 \Rightarrow R_1 = \sqrt[3]{R_0 \cdot R^2} = 2.92 \text{ cm}$$



Άσκηση 4^η

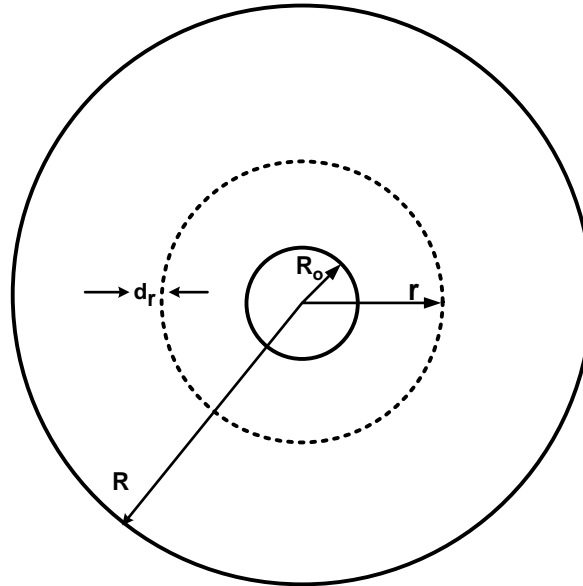
Εκφώνηση

- Σε καλώδιο ενός αγωγού, ομογενούς διηλεκτρικού, η ακτίνα του αγωγού είναι R_0 cm, ενώ η ακτίνα του μανδύα R cm. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια του αγωγού είναι E_1 . Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην εξωτερική επιφάνεια ενός μανδύα ακτίνας r_x και πολύ μικρού πάχους, που τοποθετούμε μεταξύ του αγωγού και του μανδύα ακτίνας R είναι E_2 . Να βρεθεί μία σχέση που να καθορίζει την τιμή της r για την οποία εμφανίζεται η μεγαλύτερη διαφορά δυναμικού μεταξύ του αγωγού και του εξωτερικού μανδύα όταν $E_1 > E_2$.



Άσκηση 4^η

Επίλυση (1/3)



- Η γενικότερη έκφραση για τη διαφορά δυναμικού έχοντας μανδύα είναι:

$$V = \int_{R_0}^{r_z - \delta} E_r dr + \int_{r_z - \delta}^{r_z} E_r dr + \int_{r_z}^R E_r dr \quad (1)$$

- Όμως για $\delta \rightarrow 0$ $E_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r_x} \quad (2)$



Άσκηση 4^η

Επίλυση (2/3)

- Γνωρίζοντας ότι $E_r = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$ θα έχουμε
$$E_1 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r R_0}$$

$$E_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r_x}$$

- Τελικά μία αναλυτική έκφραση για τη διαφορά δυναμικού είναι η εξής

$$V = E_1 R_0 \ln \frac{r_x}{R_0} + E_2 r \ln \frac{R}{r_x}$$



Άσκηση 4^η

Επίλυση (3/3)

- Για τη μέγιστη διαφορά δυναμικού θα είναι:

$$\frac{dV}{dr_x} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dr_x} = \frac{d(E_1 R_0 \ln \frac{r_x}{R_0} + E_2 r \ln \frac{R}{r_x})}{dr} = E_1 R_0 \frac{1}{r_x} + E_2 r \left(-\frac{1}{r_x}\right) + E_2 \ln \frac{R}{r_x} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_1 R_0 \frac{1}{r_x} + E_2 \ln \frac{R}{r_x} = E_2$$



Άσκηση 5^η

Εκφώνηση

- Ένα τριφασικό περιζωμένο καλώδιο συνδέεται σε τάση 11 kV (πολική) στα 50 Hz. Το χωρητικό ρεύμα κάθε αγωγού είναι 2 A. Η χωρητικότητα μεταξύ του αγωγού και του μανδύα είναι $C_s = 0,4 \mu\text{F}$. Να υπολογιστούν:
- (α) Η φασική διαφορά μεταξύ του χωρητικού ρεύματος I_{c1} του ενός αγωγού και της τάσης μεταξύ των άλλων δύο αγωγών.
- (β) Τα στρεφόμενα διανύσματα των ρευμάτων που συνθέτουν το συνολικό χωρητικό ρεύμα I_{c1} του ενός αγωγού.



Άσκηση 5^η

Επίλυση (1/3)

- α) Η φασική τάση ισούται με $V = \frac{11}{\sqrt{3}} [kV / ph]$
- Για το χωρητικό ρεύμα ισχύει ότι
$$I_c = \omega CV \Rightarrow C = \frac{I_c}{\omega V} = 1 \mu F$$
- Όμως αυτή η χωρητικότητα είναι μεταξύ του αγωγού και του γειωμένου ουδετέρου και είναι ίση με $C = C_s + 3C_c$ ενώ η χωρητικότητα μεταξύ των αγωγών υπολογίζεται ως εξής:

$$C = C_s + 3C_c \Rightarrow C_c = \frac{C - C_s}{3} = 0,2 \mu F$$



Άσκηση 5^η

Επίλυση (2/3)

- Η διαφορά μεταξύ των δύο φασικών τάσεων είναι ίση με:

$$\bar{V}_2 - \bar{V}_3 = \frac{11}{\sqrt{3}} \angle 120^\circ - \frac{11}{\sqrt{3}} \angle -120^\circ = 11 \angle 90^\circ \text{ kV}$$

- Επίσης έχουμε:

$$\bar{I}_{C1} = \omega C e^{j90^\circ} V e^{j0^\circ} = 2 \angle 90^\circ \text{ A}$$

- Επομένως η διαφορά φάσης είναι ίση με:

$$\text{angle} = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$



Άσκηση 5^η

Επίλυση (3/3)

- β) Τα στρεφόμενα διανύσματα των ρευμάτων υπολογίζονται όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\overline{I}_{C11} = \omega C_c e^{j90} V e^{j0} = 314 \cdot 0,4 \cdot 10^{-6} \cdot e^{j90} \cdot \frac{11}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 = 0,8 \angle 90^\circ A$$

$$\overline{I}_{C12} = \omega C_c e^{j90} (V e^{j0} - V e^{-j120}) = 0,69 \angle 60^\circ A$$

$$\overline{I}_{C13} = \omega C_c e^{j90} (V e^{j0} - V e^{-j240}) = 0,69 \angle 120^\circ A$$



Άσκηση 6^η

Εκφώνηση

- Ένα μονοφασικό συγκεντρικό καλώδιο μήκους 2,4 km συνδέεται σε ζυγό των 6,6 kV στα 50 Hz. Η διάμετρος του εσωτερικού αγωγού είναι 1,25 cm, ενώ το ακτινικό πάχος της μόνωσης είναι 0,8 cm. Η σχετική διηλεκτρική σταθερά της μόνωσης είναι 3,5. Να υπολογιστεί η χωρητική φόρτιση του καλωδίου σε kVA.



Άσκηση 6^η

Επίλυση

- Η συνολική χωρητικότητα ισούται με:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3,5 \cdot 2,4 \cdot 10^3}{\ln \frac{0,8 + 0,625}{0,625}} = 566 \text{ nF}$$

- Επομένως το χωρητικό ρεύμα θα είναι:

$$I_C = \omega CV = 314 \cdot 566 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{6,6}{\sqrt{3}} \cdot 10^3 = 0,677 \text{ A}$$

- Τελικά η χωρητική φόρτιση είναι:

$$S_C = VI_C = 2,58 \text{ kVA}$$



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λαμπρίδης Δημήτρης, Ανδρέου Γεώργιος, Δούκας Δημήτριος. «ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ II, Καλώδια». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015 Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Μη Εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

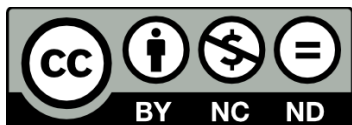
[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>





Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Σβάρνα Κωνσταντίνα
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό εξάμηνο 2014-2015





ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

