ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Πληροφορική

Ενότητα 2: Α. Μεταβλητές. Όλα είναι πίνακες.
Β. Δεδομένα. Σφάλματα. Δομές.

Κωνσταντίνος Καρατζάς
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

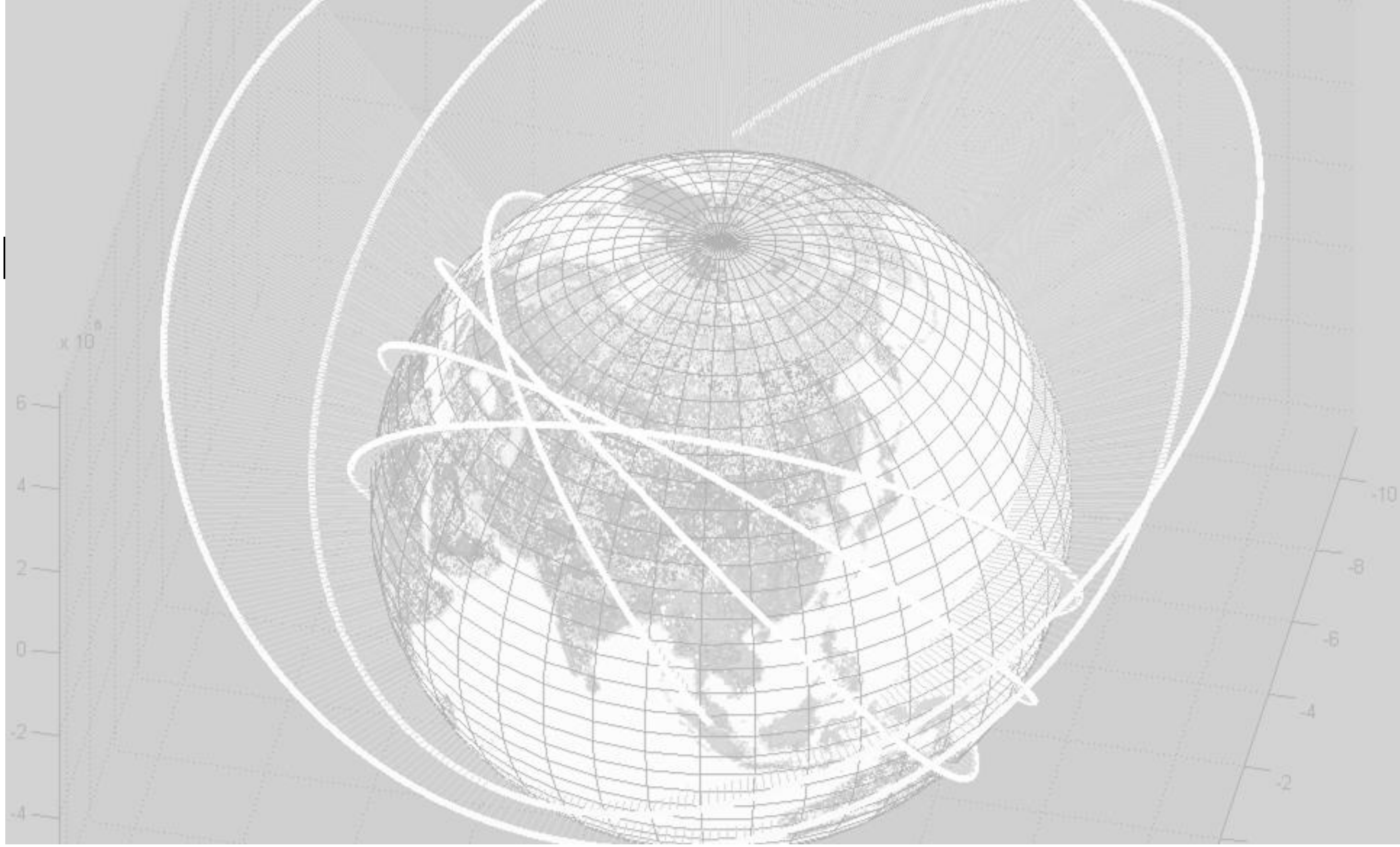
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Δ.#2.1: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

- ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
- ΟΛΑ ΕΙΝΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ

03.03.2015

Κώστας Καρατζάς
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΑΠΘ



5 Μεταβλητές

Μεταβλητές

- Κάθε μας ενέργεια, υπολογισμός και δομή προγραμματισμού προϋποθέτει ότι έχουμε δημιουργήσει μεταβλητές οι οποίες «κουβαλούν» τις τιμές που συμμετέχουν στους υπολογισμούς…

```
while(abs(guess^2-x)>1e-4)
guess=(guess+x/guess)/2
end
```

Μεταβλητές: το “δοχείο” με τα δεδομένα

- Οι μεταβλητές εκφράζονται με “**νόμιμα**” **ονόματα**, και αντιστοιχούν σε **θέσεις μνήμης**, στις οποίες φιλοξενούνται δεδομένα **συγκεκριμένου τύπου** ανά μεταβλητή.
- Αποφασίστε εξ αρχής το πλήθος και τον τύπο των μεταβλητών που χρειάζεστε (**ανάλυση προβλήματος)**.
- Δώστε σ’ αυτές περιγραφικά ονόματα.

Αναθέσεις τιμών σε μεταβλητές

Το σύμβολο της ανάθεσης είναι το **«=»** και όχι το **«==»**.

Π.χ.

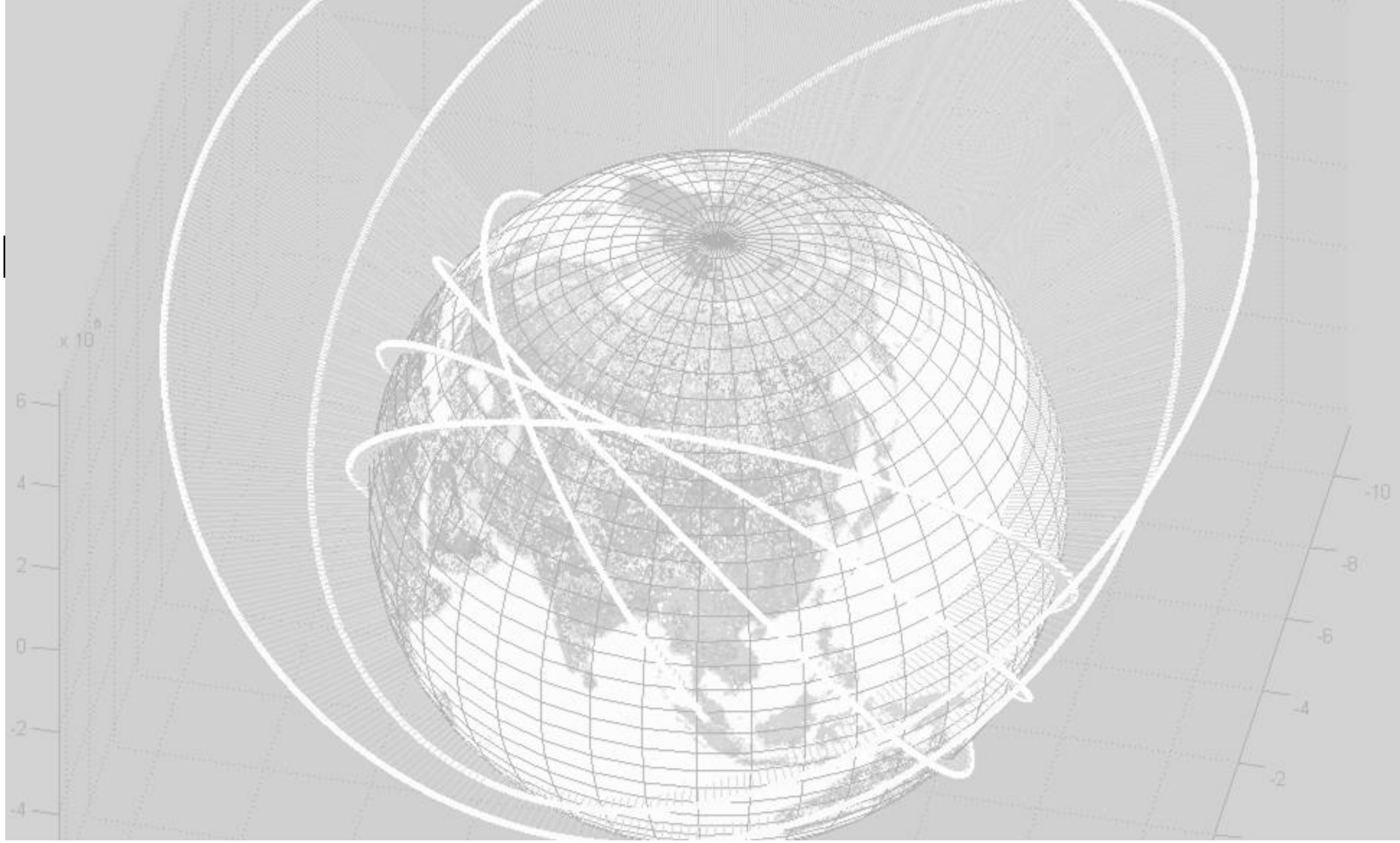
- A=2 (η μεταβλητή A λαμβάνει την τιμή 2)
- B='peristeri' (η μεταβλητή B λαμβάνει την τιμή 'peristeri')

Αλλά:

- A==2 (έλεγχος του εάν η μεταβλητή A έχει την τιμή 2. Το αποτέλεσμα είναι .TRUE. ή .FALSE.)

Μεταβλητές

- Και ποια η «φύση» των μεταβλητών στο Matlab?



10

Όλα είναι..

Πίνακες & διανύσματα!

Τι είναι ένας πίνακας για τον Η/Υ;

Περιοχή στη μνήμη του υπολογιστή που έχει «βαπτιστεί». **<u>Τα στοιχεία του πίνακα καταλαμβάνουν διαδοχικές θέσεις μνήμης</u>**

12	-1	3	1	0	10	1	0	1	...

x(1) x(2) x(3) . . .

Πίνακες, διανύσματα & μηχανική

Διανύσματα: μετατόπισης, δυνάμεων, ιδιοδιανύσματα σε ταλαντώσεις, τάσεις, κλπ

Παράδειγμα: η κινητική ενέργεια ενός δυναμικού συστήματος που αποτελείται από τρείς σημειακές μάζες m_1, m_2 και m_3, που κινούνται σε μία διάσταση με ταχύτητες v_1, v_2 και v_3 αντίστοιχα δίδεται από τη σχέση:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2)$$

Πίνακες, διανύσματα & μηχανική

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2)$$

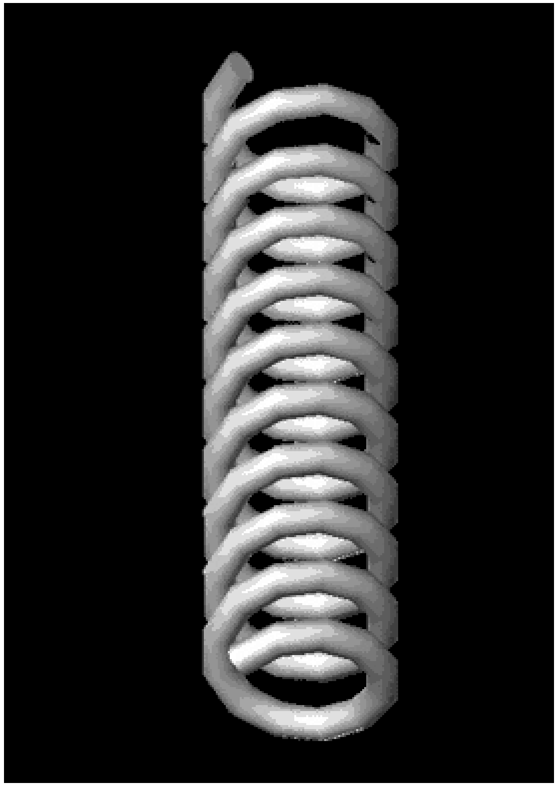
Η σχέση αυτή γράφεται:

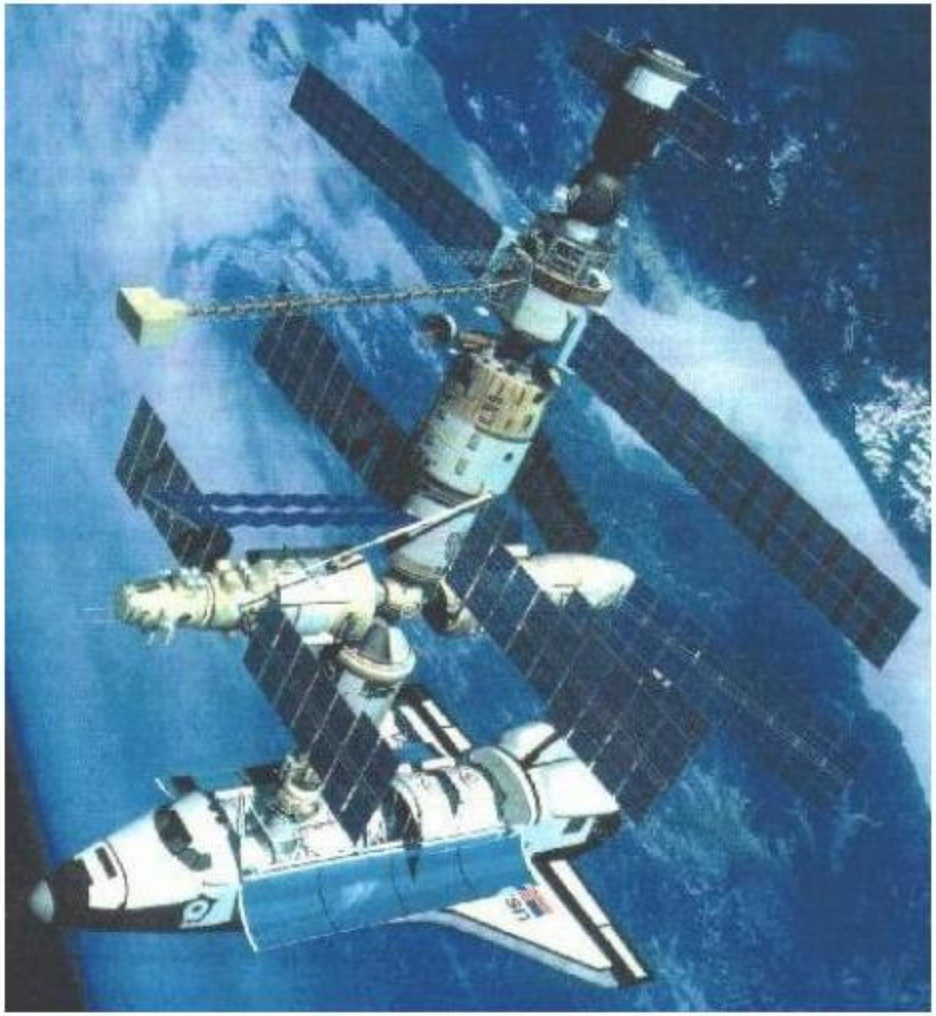
$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}\mathbf{v}^{\mathsf{T}}\mathbf{M}\mathbf{v}$$

Όπου:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

Ένα καθημερινό πρόβλημα..

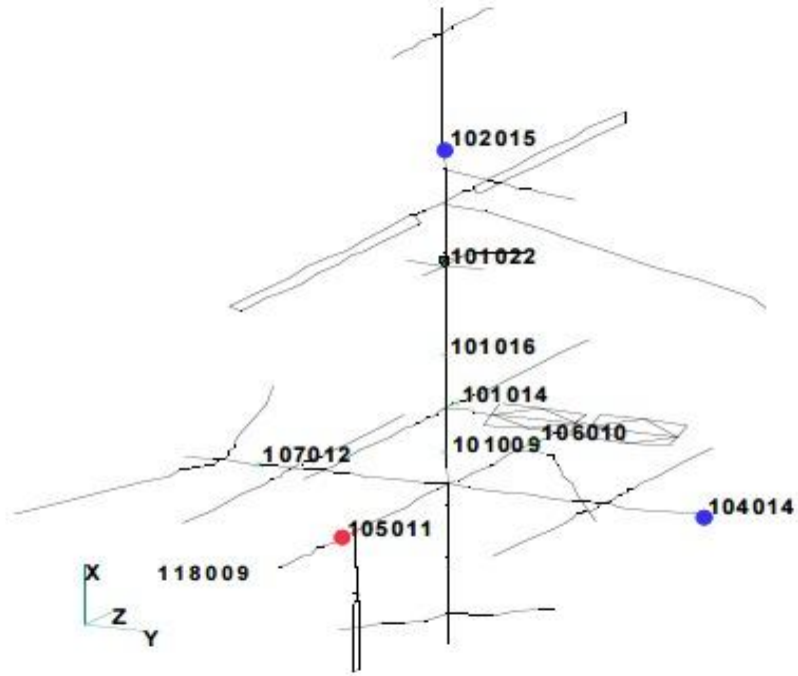




Measure input and output and form underdetermined matrix equation.

$$[Y_S][H]=[Y_D]$$

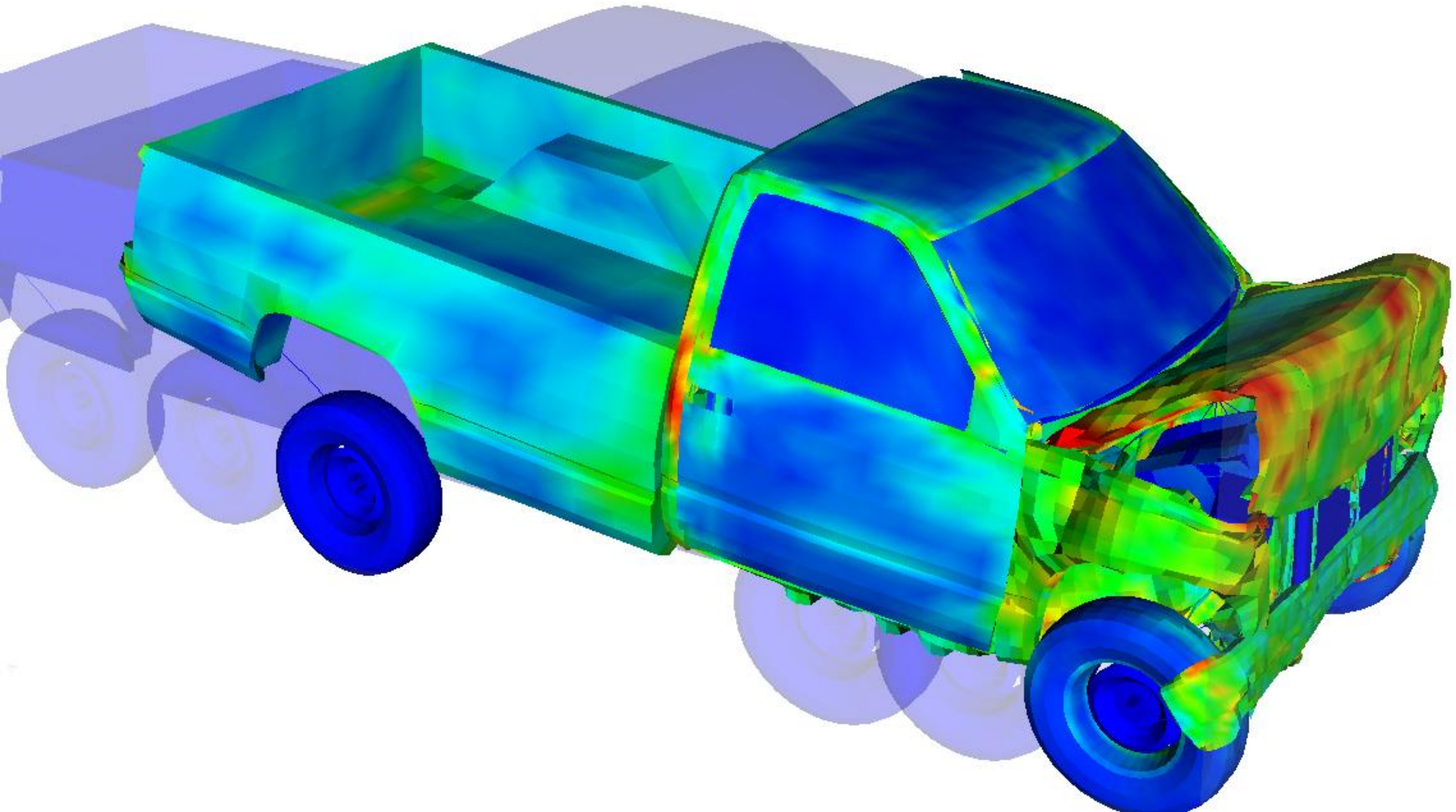
Solution process projects $[H]$ onto Row space of data set.

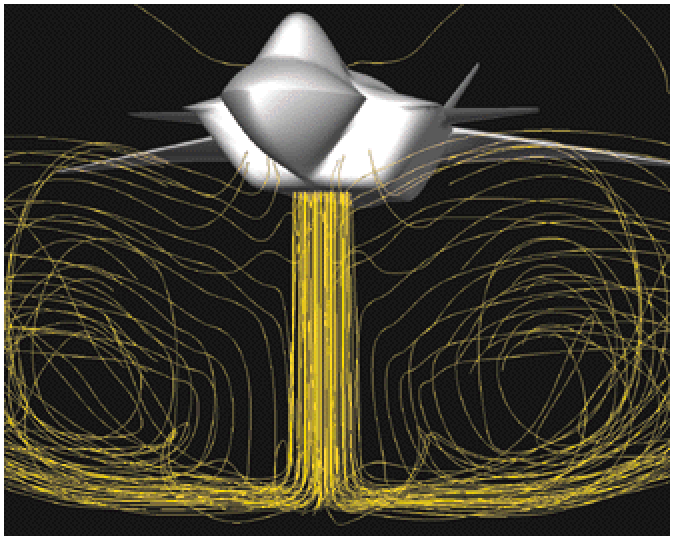


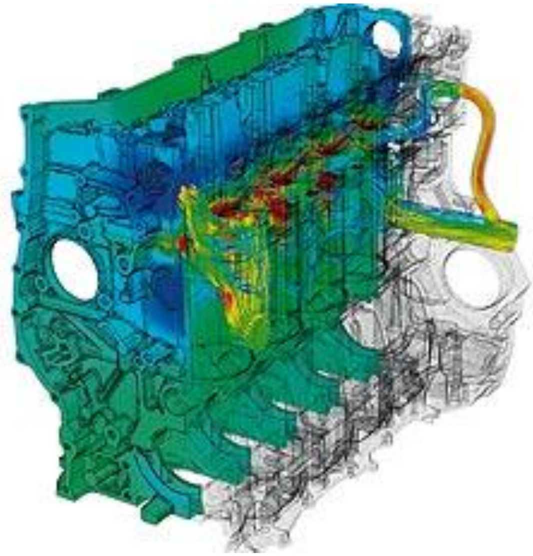
$$\begin{bmatrix} y_{s0} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ y_{s1} & y_{s0} & 0 & \cdots & 0 \\ y_{s2} & y_{s1} & y_{s0} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{sn_t-1} & y_{sn_t-2} & \cdots & \cdots & y_{sn_t-N_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \\ \vdots \\ H_{N_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{d0} \\ y_{d1} \\ \vdots \\ y_{dn_t-1} \end{bmatrix}$$

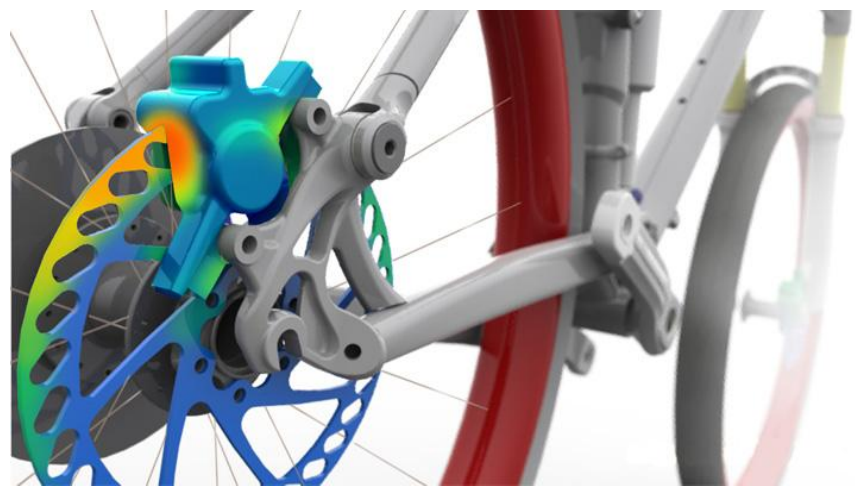
$[Y_s]$ has 650 rows and 1950 columns in application.

Παραδείγματα …









Όλα ξεκινούν ως ακολούθως…

Πίνακες και Διανύσματα

Όλες οι μεταβλητές του Matlab νοούνται ως πίνακες. Η ανάθεση τιμής σε μεταβλητή δημιουργεί αυτόματα τον πίνακα

```
>> a=5;

>> a(1)
ans =
        5

>> a(1,1)
ans =
        5

>> a(2)
??? Attempted to access a(2); index out of bounds because numel(a)=1.

>> a(1,2)
??? Attempted to access a(1,2); index out of bounds because numel(a)=1.
```

Περί πινάκων…

- Κατασκευή
- Διαστάσεις
- Πρόσβαση/Τροποποίηση στοιχείων

Κατασκευή Πινάκων

Τα στοιχεία ενός διανύσματος ή πίνακα τοποθετούνται εντός **<u>τετραγωνικών αγκυλών</u>**.

- Με «,» (κόμμα) ή « » (κενό) καθορίζονται οι στήλες
- Με «;» (ελληνικό ερωτηματικό) καθορίζονται οι γραμμές

```
>> u=[1 2 3 4];
>> v=[1,2,3,4];
>> w=[1;2;3;4];
>> A=[1 2 3; 4 5 6];
>> whos
  Name         Size              Bytes  Class     Attributes

  A            2x3                  48  double
  u            1x4                  32  double
  v            1x4                  32  double
  w            4x1                  32  double
```

Μεταβλητές

Πράξεις μεταξύ Πινάκων

Οι πράξεις μεταξύ των πινάκων είναι οι ακόλουθες:

^ : Ύψωση σε δύναμη

*, /, \ : Πολλαπλασιασμός, Δεξιά και Αριστερή Διαίρεση

+, - : Πρόσθεση και Αφαίρεση

. : Ο τελεστής «.» οδηγεί σε πράξεις στοιχείο προς στοιχείο

Παραδείγματα πράξεων μεταξύ Πινάκων


```
>> a=[1 2;3 4];
>> b=[5 6;7 8];
>> a+b
ans =
     6     8
    10    12
```

Πρόσθεση στοιχείο προς στοιχείο. Όμοιο με a.+b

```
>> a-3*b
ans =
   -14   -16
   -18   -20
```

Όλα τα στοιχεία του b θα πολλαπλασιαστούν με 3

```
>> a*b
ans =
    19    22
    43    50
```

Κανονικός πολλαπλασιασμός πινάκων

```
>> a.*b
ans =
     5    12
    21    32
```

Πολλαπλασιασμός στοιχείο προς στοιχείο

```
a =

     1     2
     3     4
```

```
b =

     5     6
     7     8
```

Παραδείγματα πράξεων μεταξύ Πινάκων


```
>> a^2
ans =
     7    10
    15    22
```

*Πολλαπλασιασμός πινάκων, όμοιο με α*α*

```
>> a.^2
ans =
     1     4
     9    16
```

*Πολλαπλασιασμός στοιχείων, όμοιο με α.*α*

```
a =

     1     2
     3     4
```

```
b =

     5     6
     7     8
```

```
>> a/b
ans =
     3    -2
     2    -1
```

*Δεξιά διαίρεση, όμοιο με α*b^{-1}*

```
>> a\b
ans =
     5    12
    21    32
```

*Αριστερή διαίρεση, όμοιο με α^{-1}*b*

```
>> a./b
ans =
    0.2000    0.3333
    0.4286    0.5000
```

Διαίρεση στοιχείο προς στοιχείο

Ανάστροφος και Αντίστροφος


```
>> a=[1 2;3 4];
>> a'      % Ανάστροφος του πίνακα a
ans =
     1     3
     2     4

>> inv(a) % O Αντίστροφος του πίνακα a
ans =
   -2.0000    1.0000
    1.5000   -0.5000

>> a^-1   % O Αντίστροφος του πίνακα a
ans =
   -2.0000    1.0000
    1.5000   -0.5000
```

Εγγενείς συναρτήσεις: Στοιχειώδεις Πίνακες

Το Matlab περιέχει μία σειρά από συναρτήσεις που παράγουν στοιχειώδεις πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά.

Εγγενείς συναρτήσεις: Στοιχειώδεις Πίνακες

Το Matlab περιέχει μία σειρά από συναρτήσεις που παράγουν στοιχειώδεις πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά.

Συνάρτηση	Ερμηνεία

Εγγενείς συναρτήσεις: Στοιχειώδεις Πίνακες

Το Matlab περιέχει μία σειρά από συναρτήσεις που παράγουν στοιχειώδεις πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά.

Συνάρτηση	Ερμηνεία
eye(n,m)	Ταυτοτικός (μοναδιαίος) πίνακας

Εγγενείς συναρτήσεις: Στοιχειώδεις Πίνακες

Το Matlab περιέχει μία σειρά από συναρτήσεις που παράγουν στοιχειώδεις πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά.

Συνάρτηση	Ερμηνεία
eye(n,m)	Ταυτοτικός (μοναδιαίος) πίνακας
zeros(n,m)	Πίνακας με μηδενικά

Εγγενείς συναρτήσεις: Στοιχειώδεις Πίνακες

Το Matlab περιέχει μία σειρά από συναρτήσεις που παράγουν στοιχειώδεις πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά.

Συνάρτηση	Ερμηνεία
eye(n,m)	Ταυτοτικός (μοναδιαίος) πίνακας
zeros(n,m)	Πίνακας με μηδενικά
ones(n,m)	Πίνακας με μονάδες (1)

Εγγενείς συναρτήσεις: Στοιχειώδεις Πίνακες

Το Matlab περιέχει μία σειρά από συναρτήσεις που παράγουν στοιχειώδεις πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά.

Συνάρτηση	Ερμηνεία
eye(n,m)	Ταυτοτικός (μοναδιαίος) πίνακας
zeros(n,m)	Πίνακας με μηδενικά
ones(n,m)	Πίνακας με μονάδες (1)
rand(n,m), randn(n,m)	Πίνακας τυχαίων αριθμών (ομοιόμορφη και κανονική κατανομή)

Εγγενείς συναρτήσεις: Στοιχειώδεις Πίνακες

Το Matlab περιέχει μία σειρά από συναρτήσεις που παράγουν στοιχειώδεις πίνακες οι οποίοι χρησιμοποιούνται συχνά.

Συνάρτηση	Ερμηνεία
eye(n,m)	Ταυτοτικός (μοναδιαίος) πίνακας
zeros(n,m)	Πίνακας με μηδενικά
ones(n,m)	Πίνακας με μονάδες (1)
rand(n,m), randn(n,m)	Πίνακας τυχαίων αριθμών (ομοιόμορφη και κανονική κατανομή)
magic(n)	Μαγικός πίνακας

Παραδείγματα χρήσης συναρτήσεων στοιχειωδών πινάκων


```
>> zeros(2,3)
ans =
     0     0     0
     0     0     0

>> eye(2)
ans =
     1     0
     0     1

>> magic(2)
ans =
     1     3
     4     2

>> rand(1,5)
ans =
    0.8147    0.9058    0.1270    0.9134    0.6324
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a=rand(5);    % Πίνακας τυχαίων αριθμών 5x5
a =

    0.8147    0.0975    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9058    0.2785    0.9706    0.4218    0.0357
    0.1270    0.5469    0.9572    0.9157    0.8491
    0.9134    0.9575    0.4854    0.7922    0.9340
    0.6324    0.9649    0.8003    0.9595    0.6787
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a=rand(5);    % Πίνακας τυχαίων αριθμών 5x5
a =

    0.8147    0.0975    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9058    0.2785    0.9706    0.4218    0.0357
    0.1270    0.5469    0.9572    0.9157    0.8491
    0.9134    0.9575    0.4854    0.7922    0.9340
    0.6324    0.9649    0.8003    0.9595    0.6787

>> a(2,4)         % Στοιχείο 2ης γραμμής, 3ης στήλης
ans =
    0.4218
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a=rand(5);    % Πίνακας τυχαίων αριθμών 5x5
a =

    0.8147    0.0975    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9058    0.2785    0.9706    0.4218    0.0357
    0.1270    0.5469    0.9572    0.9157    0.8491
    0.9134    0.9575    0.4854    0.7922    0.9340
    0.6324    0.9649    0.8003    0.9595    0.6787

>> a(8)          % Τι σημαίνει αυτό;;;
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a=rand(5);    % Πίνακας τυχαίων αριθμών 5x5
a =

    0.8147    0.0975    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9058    0.2785    0.9706    0.4218    0.0357
    0.1270    0.5469    0.9572    0.9157    0.8491
    0.9134    0.9575    0.4854    0.7922    0.9340
    0.6324    0.9649    0.8003    0.9595    0.6787

>> a(8)          % Τι σημαίνει αυτό;;;
ans =   0.92132  % Γιατί;
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a=rand(5);     % Πίνακας τυχαίων αριθμών 5x5
a =

    0.8147    0.0975    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9058    0.2785    0.9706    0.4218    0.0357
    0.1270    0.5469    0.9572    0.9157    0.8491
    0.9134    0.9575    0.4854    0.7922    0.9340
    0.6324    0.9649    0.8003    0.9595    0.6787

>> a(8)           % Τι σημαίνει αυτό;;;
ans =  0.5469     % Γιατί;
                  % Τα στοιχεία του πίνακα καταλαμβάνουν
                  % διαδοχικές θέσεις στη μνήμη, ανά
                  % γραμμή και στήλη!!!
```

- Διάλειμμα!

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>>                    % Στοιχεία γραμμών 1 ως 3, και στηλών 3ης ως τελευταίας
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a(1:3,3:end) % Στοιχεία γραμμών 1 ως 3, και στηλών 3ης ως τελευταίας

ans =

    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9706    0.4218    0.0357
    0.9572    0.9157    0.8491
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a(1:3,3:end) % Στοιχεία γραμμών 1 ως 3, και στηλών 3ης ως τελευταίας
ans =
    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9706    0.4218    0.0357
    0.9572    0.9157    0.8491

>>                 % Στοιχεία περιττών γραμμών (1,3,5) και των στηλών 2,3,5
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a(1:3,3:end) % Στοιχεία γραμμών 1 ως 3, και στηλών 3ης ως τελευταίας
ans =
    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9706    0.4218    0.0357
    0.9572    0.9157    0.8491
```

1:2:end
(από, βήμα, έως)

```
>> a(1:2:end,[2,3,5]) % Στοιχεία περιττών γραμμών (1,3,5) και των στηλών 2,3,5
ans =
    0.0975    0.1576    0.6557
    0.5469    0.9572    0.8491
    0.9649    0.8003    0.6787
```

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a(1:3,3:end) % Στοιχεία γραμμών 1 ως 3, και στηλών 3ης ως τελευταίας
ans =
    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9706    0.4218    0.0357
    0.9572    0.9157    0.8491

>> a(1:2:end,[2,3,5]) % Στοιχεία περιττών γραμμών (1,3,5) και των στηλών 2,3,5
ans =
    0.0975    0.1576    0.6557
    0.5469    0.9572    0.8491
    0.9649    0.8003    0.6787

>>        % Όλα τα στοιχεία της 1ης γραμμής (: σημαίνει όλες οι στήλες)
```

1:2:end
(από, βήμα, έως)

Πρόσβαση σε Στοιχεία Πινάκων


```
>> a(1:3,3:end) % Στοιχεία γραμμών 1 ως 3, και στηλών 3ης ως τελευταίας
ans =
    0.1576    0.1419    0.6557
    0.9706    0.4218    0.0357
    0.9572    0.9157    0.8491
```

1:2:end
(από, βήμα, έως)

```
>> a(1:2:end,[2,3,5]) % Στοιχεία περιττών γραμμών (1,3,5) και των στηλών 2,3,5
ans =
    0.0975    0.1576    0.6557
    0.5469    0.9572    0.8491
    0.9649    0.8003    0.6787
```

```
>> a(1,:) % Όλα τα στοιχεία της 1ης γραμμής (: σημαίνει όλες οι στήλες)
ans =
    0.8147    0.0975    0.1576    0.1419    0.6557
```

Τροποποίηση στοιχείων πίνακα

Με τον ίδιο τρόπο που προσπελαύνουμε (επιλεκτικά) τα στοιχεία ενός πίνακα, μπορούμε και να αλλάξουμε τις τιμές τους:

```
>> a=magic(3)
a =
     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2
```

```
>> a(2,2)=100;
>> disp(a)
     8     1     6
     3   100     7
     4     9     2
```

```
>> a(1:2,2:end)=zeros(2,2);
>> disp(a)
     8     0     0
     3     0     0
     4     9     2
```

Τι κάναμε εδώ?

Κατασκευή Πινάκων και Διανυσμάτων

Στο Matlab μπορούμε να δημιουργήσουμε εύκολα διανύσματα τα οποία έχουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (διαστάσεων, τιμών κλπ):

```
>> u=[0:0.1:0.5] % από 0 με βήμα 0.1 ως 0.5
                 % (το βήμα μπορεί να είναι και αρνητικό)
u =
         0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000
```

Ομοίως μπορούμε να κατασκευάσουμε νέους πίνακες με «πρώτη ύλη» υφιστάμενους πίνακες:

```
>> a=[1 2;3 4];
>> [a a; zeros(2,2) ones(2,2)]  % προσοχή στις διαστάσεις
ans =
     1     2     1     2
     3     4     3     4
     0     0     1     1
     0     0     1     1
```

Η εντολή repmat

Με την εντολή **repmat** (repeat matrix δηλ. επανέλαβε πίνακα) μπορούμε να δημιουργήσουμε μεγάλους πίνακες συνδυάζοντας έναν μικρότερους πίνακες ή διανύσματα. Π.χ.,

```
>> a=[1 2;3 4];
>> repmat(a,1,2) % χρησιμοποίησε ως στοιχείο τον α για 1 γραμμή και 2 στήλες
ans =
     1     2     1     2
     3     4     3     4

>> repmat(1:3,3,2) % χρησιμοποίησε ως στοιχείο τον [1 2 3 ] για 3 γραμμές και 2 στήλες
ans =
     1     2     3     1     2     3
     1     2     3     1     2     3
     1     2     3     1     2     3
```

Εγγενείς συναρτήσεις για διανύσματα

Το Matlab παρέχει μία σειρά από εγγενείς συναρτήσεις με τις οποίες μπορούμε εύκολα να επιτελέσουμε διάφορες λειτουργίες σε διανύσματα:

Συμβολισμός	Συνάρτηση
max, min	Μέγιστο και Ελάχιστο διανύσματος
mean, median, std	Μέση τιμή, μεσαία τιμή και τυπική απόκλιση
length	Μήκος διανύσματος
sum, prod	Άθροισμα και γινόμενο στοιχείων διανύσματος
sort	Ταξινόμηση διανύσματος
round	Στρογγύλευση τιμής (στον εγγύτερο ακέραιο)

Εγγενείς συναρτήσεις για διανύσματα

Το Matlab παρέχει μία σειρά από εγγενείς συναρτήσεις με τις οποίες μπορούμε εύκολα να επιτελέσουμε διάφορες λειτουργίες σε διανύσματα:

Συμβολισμός	**Συνάρτηση**
max, min	Μέγιστο και Ελάχιστο διανύσματος
mean, median, std	Μέση τιμή, μεσαία τιμή και τυπική απόκλιση
length	Μήκος διανύσματος
sum, prod	Άθροισμα και γινόμενο στοιχείων διανύσματος
sort	Ταξινόμηση διανύσματος
round	Στρογγύλευση τιμής (στον εγγύτερο ακέραιο)
dot	Βαθμωτό (εσωτερικό) γινόμενο δύο διανυσμάτων (τι εκφράζει για τον Μηχανικό?)
cross	Διανυσματικό (εξωτερικό) γινόμενο δύο διανυσμάτων (τι εκφράζει για τον Μηχανικό?)
norm	Νόρμα (μήκος) διανύσματος (τι εκφράζει για τον Μηχανικό?)

Παραδείγματα εγγενών συναρτήσεων διανυσμάτων


```
>> a=round(100*rand(1,5))
a =
    29    76    75    38    57

>> length(a)
ans =
     5

>> max(a)
ans =
    76

>> mean(a)
ans =
    55
```

```
>> prod(a)
ans =
   358039800
```

Κάθε συνάρτηση μπορεί να κληθεί με αρκετούς διαφορετικούς τρόπους

```
>> [sorted pos]=sort(a,'descend')
sorted =
    76    75    57    38    29
pos =
     2     3     5     4     1

>> dot(a,a)
ans =
       16935
```

Εγγενείς συναρτήσεις για πίνακες

Συμβολισμός	Συνάρτηση
max, min	Μέγιστο και Ελάχιστο κατά στήλη
mean, median, std	Μέση, μεσαία και τυπική απόκλιση κατά στήλη
size	Διαστάσεις πίνακα
sum, prod	Άθροισμα και γινόμενο στηλών πίνακα
det	Ορίζουσα πίνακα
rank	Τάξη πίνακα
eig	Ιδιοτιμές και Ιδιοσυναρτήσεις πίνακα
diag	Στοιχεία κύριας διαγωνίου πίνακα

Παραδείγματα εγγενών συναρτήσεων πινάκων


```
>> a=magic(3);
>> size(a)
ans =
     3     3

>> max(a)
ans =
     8     9     7

>> mean(a,2) % Μέση τιμή γραμμών
ans =
     5
     5
     5

>> mean(a) % μέση τιμή στηλών
ans =
     5     5     5
```

```
>> diag(a)
ans =
     8
     5
     2

>> rank(a)
ans =
     3

>> det(a)
ans =
  -360

>> [eigvec eigval]=eig(a)
eigvec =
   -0.5774   -0.8131   -0.3416
   -0.5774    0.4714   -0.4714
   -0.5774    0.3416    0.8131
eigval =
   15.0000         0         0
         0    4.8990         0
         0         0   -4.8990
```

Εφαρμογή: Επίλυση γραμμικού συστήματος

Έστω το 3x3 γραμμικό σύστημα

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \end{aligned}$$

Το σύστημα αυτό μπορεί να γραφεί με την μορφή: AX=B όπου

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Έτσι, αν ο A είναι αντιστρέψιμος πίνακας, τότε η λύση X θα είναι: $X=A^{-1}*B$ Η παραπάνω σχέση στο Matlab ισοδυναμεί με την αριστερή διαίρεση A\B.

Επίλυση γραμμικού συστήματος

Να λυθεί το γραμμικό σύστημα:

$$\mathbf{Ax{=}B}\text{, όπου } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \ \kappa\alpha\iota\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 39 \\ 34 \\ 26 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[3 2 1; 2 3 1; 1 2 1];
>> B=[39; 34; 26];
>> det(A)  % Έλεγχος αν υπάρχει αντίστροφος
ans =
   2

>> x=A\B   % Στο ίδιο καταλήγουμε αν γράψουμε inv(A)*B
x =

    6.5000
    1.5000
   16.5000
```

Εφαρμογή: Εσωτερικό και Εξωτερικό γινόμενο

Το εσωτερικό (ή βαθμωτό) γινόμενο των διανυσμάτων **u** και **v** είναι ο αριθμός (βαθμωτό μέγεθος) που προκύπτει από το γινόμενο των μέτρων τους και το συνημίτονο της γωνίας που σχηματίζουν[28], και ορίζεται ως:

$$\cos(\theta) = \frac{\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}}{\|\boldsymbol{u}\|.\|\boldsymbol{v}\|} \tag{13.1}$$

Όπου $\|\boldsymbol{u}\| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$, $\|\boldsymbol{v}\| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$ και θ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων **u** και **v**. Σημειώνεται ότι

$$\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 \tag{13.2}$$

Οι βασικές ιδιότητες του εσωτερικού γινομένου είναι:

I. $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{u}$
II. $a(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}) = a\boldsymbol{u} + a\boldsymbol{v}$
III. εάν $\boldsymbol{u} \perp \boldsymbol{v}$, τότε $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$

Εφαρμογή: Εσωτερικό και Εξωτερικό γινόμενο

Παραδείγματα:

1. Ο ***ρυθμός παραγωγής έργου*** μίας δύναμης **F** που εφαρμόζεται επί σώματος που κινείται με ταχύτητα **v** είναι ίσος με:

$$\frac{dW}{dt} = \boldsymbol{F}.\boldsymbol{v}$$

2. Η ***απόσταση*** δύο σημείων A και B στον 3-διάστατο χώρο, με διανύσματα θέσης $\boldsymbol{x}_A$ και $\boldsymbol{x}_B$ αντίστοιχα, δίνεται από το εσωτερικό γινόμενο

$$\boldsymbol{x}_A.\boldsymbol{x}_B$$

Εφαρμογή: Εσωτερικό και Εξωτερικό γινόμενο


```
>> u=[1 2 3];
>> v=[-3 2 1];
>> dot(u,v)   % Εσωτερικό γινόμενο
ans =
     4

>> theta=acos(dot(u,v)/(norm(u)*norm(v))) % γωνία διανυσμάτων
theta =
    1.2810

>> theta=rad2deg(theta)   % μετατροπή από ακτίνια σε μοίρες
theta =
   73.3985
```

Εφαρμογή: Εσωτερικό και Εξωτερικό γινόμενο

Το εξωτερικό γινόμενο των δύο διανυσμάτων **u** και **v** είναι ένα διάνυσμα, με την ιδιότητα:

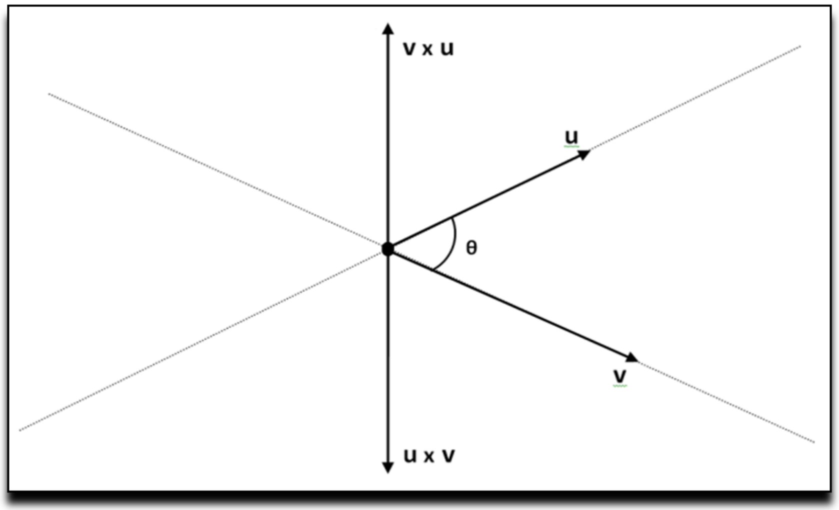
$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = \|\boldsymbol{u}\|.\,\|\boldsymbol{v}\|.\sin(\theta)\,.\,\hat{\eta} \qquad (13.3)$$

όπου θ η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα **u** και **v** και $\hat{\eta}$ το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι κάθετο στο επίπεδο που σχηματίζουν τα **u** και **v** (Σχήμα 15.1). Η δε φορά του $\hat{\eta}$ προσδιορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

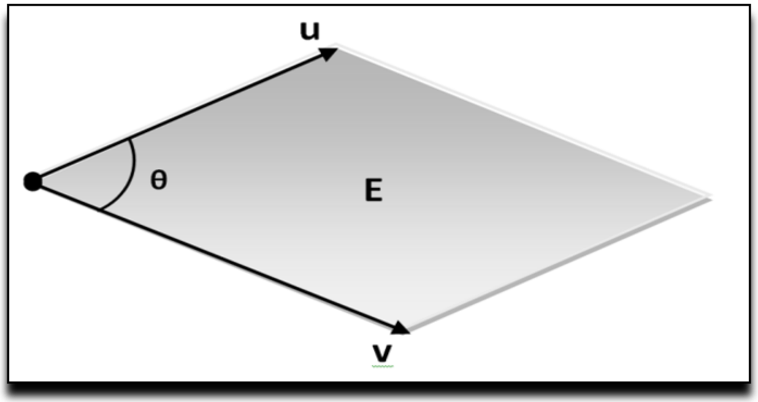
$$\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

όπου $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ τα μοναδιαία διανύσματα που είναι παράλληλα στους άξονες x, y, z αντίστοιχα.

Εφαρμογή: Εσωτερικό και Εξωτερικό γινόμενο



ΣΧΗΜΑ 13.1: ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΔΥΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ.

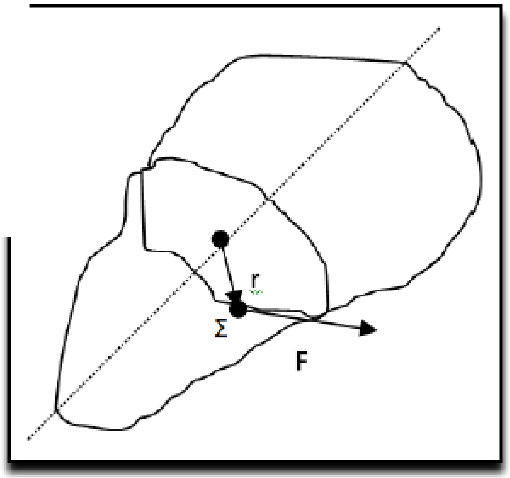


ΣΧΗΜΑ 13.2: ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΓΙΝΟΜΕΝΟΥ ΔΥΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΕΜΒΑΔΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ.

Εφαρμογή: Εσωτερικό και Εξωτερικό γινόμενο

Παράδειγμα: Η ***ροπή*** δύναμης **F**, που ασκείται σε σημείο Σ σώματος το οποίο (σημείο) έχει διάνυσμα θέσεως **r** ως προς άξονα (ή σημείο) αναφοράς (Σχήμα 13.3), δίνεται από το εξωτερικό γινόμενο

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$



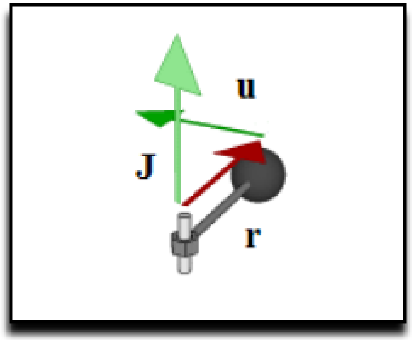
Η ορμή ενός σημείου μάζας m που κινείται με ταχύτητα v, ως προς σημείο αναφοράς Ο, είναι το διανυσματικό μέγεθος

$$\boldsymbol{p} = m.\boldsymbol{v}$$

Εάν **r** είναι το διάνυσμα που δίνει τη στιγμιαία θέση του σημείου αυτού, τότε η ***στροφορμή*** του υλικού σημείου, είναι το διανυσματικό μέγεθος **J** που ορίζεται από ως

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$$

Η φορά και η διεύθυνση της στροφορμής φαίνεται στο Σχήμα 13.3 (δεξιά).



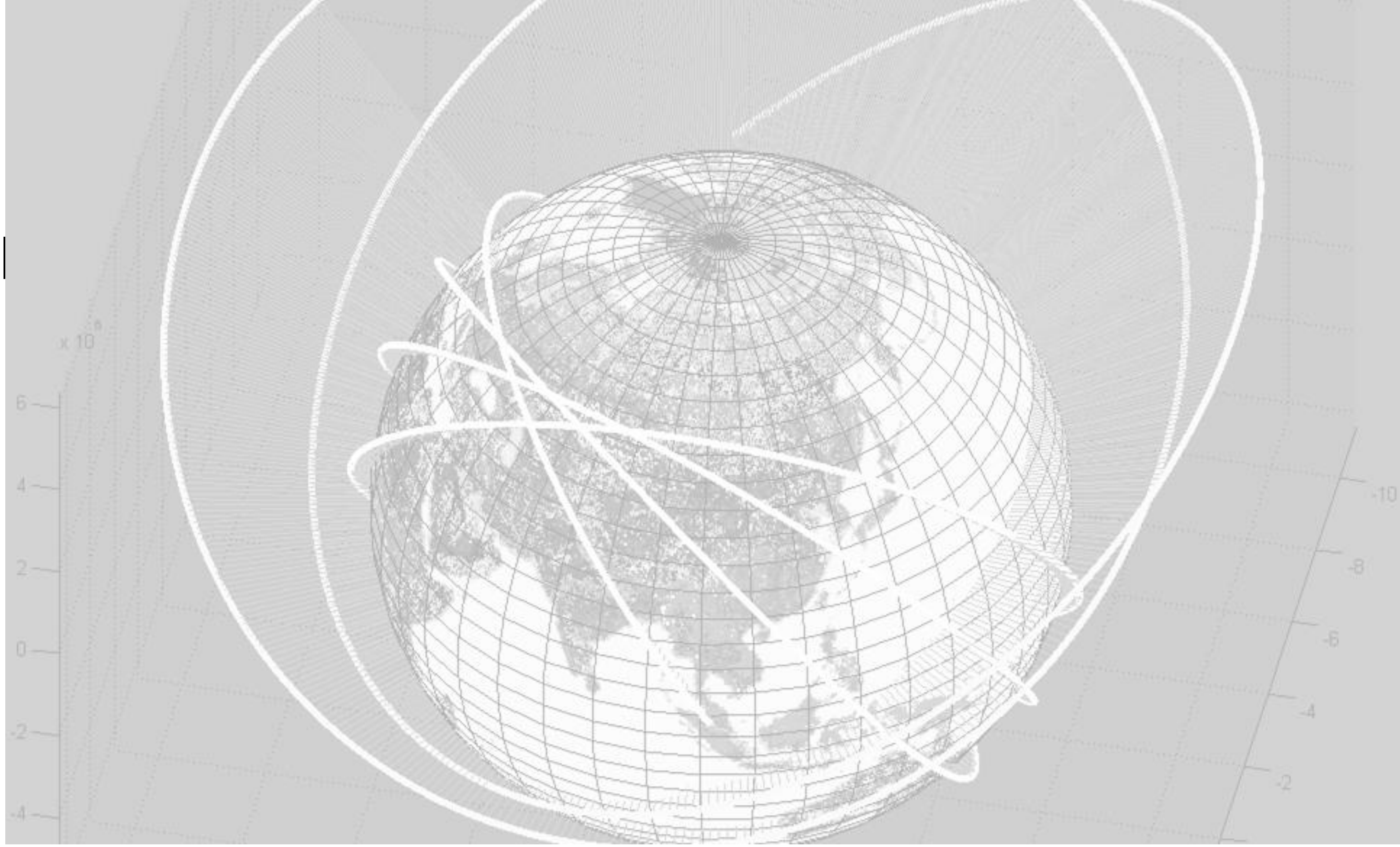
Εφαρμογή: Εσωτερικό και Εξωτερικό γινόμενο


```
>> u=[1 2 3];
>> v=[-3 2 1];
>> cross(u,v)   % συνιστώσες i, j, k
ans =
    -4   -10     8

>> cross(v,u)
ans =
     4    10    -8
```

Συνοψίζοντας

- Η γνώση διαχείρισης πινάκων με Η/Υ απαραίτητη
- Matlab: Όλα είναι πίνακες/διανύσματα
- Έχουμε πολλούς άμεσους τρόπους αναφοράς σε περιοχές πινάκων/διανυσμάτων
- Χρησιμοποιούμε έτοιμες/διαθέσιμες συναρτήσεις
- Η χρήση του υπολογιστικού περιβάλλοντος προϋποθέτει καλή γνώση της σχετικής θεωρίας
  - Εμπρός για ασκήσεις!



64

Τέλος $2^{ης}$ ώρας

Κώστας Καρατζάς

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών ΑΠΘ

Δ.#02.2: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

-ΔΕΔΟΜΕΝΑ
-ΣΦΑΛΜΑΤΑ
- ΔΟΜΕς

03.03.2015

Κώστας Καρατζάς
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΑΠΘ

Στοιχεία ενός προγράμματος

```
ysubs = ceil(sqrt(nclusters));
xsubs = ceil(nclusters/ysubs);
centroids = c{nclusters};%som_denormalize(c{nclusters},sM.comp_norm);

idbmus = p{nclusters};
idx = som_bmus(sM, sD);


% assign data rows to clusters (via bmus)

for i=1:nclusters
    bmus=find(idbmus==i);
    if(isempty(bmus))
        sC.(['c',num2str(i)])=[];
    else
        temp=[];
        for j=1:length(bmus)
            temp=[temp; find(idx==bmus(j))];
        end
        sC.(['c',num2str(i)])=temp;
    end
end


figure(4)

for i=1:nclusters
    subplot(xsubs,ysubs,i)
    barh(centroids(i,figmask),'BarWidth',0.6);
    title(['cluster: c',num2str(i),' (',num2str(100*length(sC.(['c',num2s
    axis([0 1.1*max(max(centroids)) 0 length(figmask)+1])
    set(gca,'YTick',1:length(figmask))
    set(gca,'YTickLabel',vars(figmask),'fontsize',7)
end
```

- Δεδομένα
- Δομές (προγραμματιστικές)

Σήμερα…

1. **Πως αναπαριστούμε δεδομένα στον Η/Υ;**

- Δυαδική αναπαράσταση
- Τύποι μεταβλητών
- Πίνακες

Σήμερα…

1. Πως αναπαριστούμε δεδομένα στον Η/Υ;
   - Δυαδική αναπαράσταση
   - Τύποι μεταβλητών
   - Πίνακες

2.Περί σφαλμάτων

Σήμερα…

1. Πως αναπαριστούμε δεδομένα στον Η/Υ;
   - Δυαδική αναπαράσταση
   - Τύποι μεταβλητών
   - Πίνακες

2. Περί σφαλμάτων

3. Ποιες δομές είναι απαραίτητες για να αναπτύσσουμε προγράμματα;
   - Θεώρημα Boehm-Jacopini
   - Λογικά διαγράμματα <--> Κώδικα
   - Συναρτήσεις

1. Πως αναπαριστούμε δεδομένα στον Η/Υ;

Δυαδική Αναπαράσταση

100101111010111011010101001010101100101111
010111011010101001010101100101111010111011
010101001010101100101111010111011010101001
010101100101111010111011010101001010101100
101111010111011010101001010101100101111010
111011010101001010101100101111010111011010
101001010101100101111010111011010101001010
101100101111010111011010101001010101100101
111010111011010101001010101100101111010111
011010101001

Μερικά μεγέθη

bit = {0, 1}

1 Byte = 8 bits

1 KB = 1024 (=2^10) Bytes

1 MB = 1024 (=2^10) KB

...

Ακέραιος αριθμός

$1101 = 1*(2^3) + 1*(2^2) + 0*(2^1) + 1*(2^0)$

$= 8 + 4 + 0 + 1$

$= 13$

Ερώτηση

Ποιο εύρος ακέραιων αριθμών μπορώ να αναπαραστήσω με 1 byte;

Απάντηση

1111 1111 = $2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 255$

0 - 255

ή

-127 ως 127 (αρνητικοί - θετικοί)

Πραγματικοί αριθμοί

$$s * M * B^E$$

s (sign): πρόσημο (+ ή -)

M (Mantissa): Ακέραιος αριθμός

B (Base): Συνήθως το 2

E (exponent): Ακέραιος αριθμός

Ερώτηση

Ποιο εύρος πραγματικών αριθμών μπορώ να αναπαραστήσω με 64 bit;

s = 1 bit
M = 52 bit
E = 11 bit --> καθορίζει το εύρος

Απάντηση

$\boldsymbol{B^{E}}$ = 2^1111 1111 111 = 2^2047

2^0 ως 2^2047

ή

2^-1023 ως 2^1023 (10^-308 ως 10^308)

Χαρακτήρες;

*Πόσα **bytes** χρειάζομαι για χαρακτήρες;*

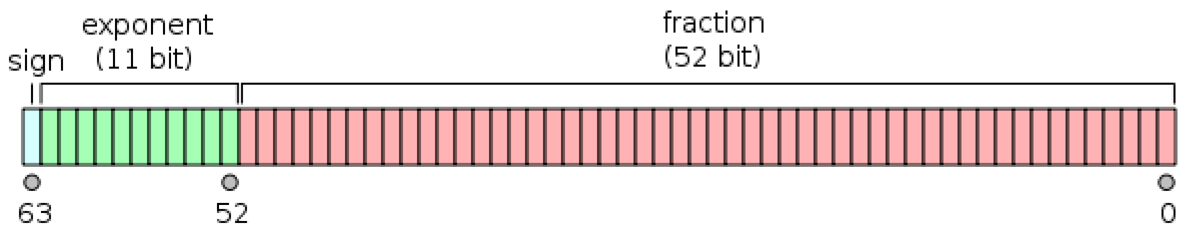
1 byte αρκεί!

Ascii table...

Code	Char	Code	Char	Code	Char	Code	Char	Code	Char
0	(null)	26	→	52	4	78	N	104	h
1	☺	27	←	53	5	79	O	105	i
2	☻	28	∟	54	6	80	P	106	j
3	♡	29	↔	55	7	81	Q	107	k
4	◇	30	▲	56	8	82	R	108	l
5	♣	31	▼	57	9	83	S	109	m
6	♠	32	(blank)	58	:	84	T	110	n
7	•	33	!	59	;	85	U	111	o
8	◘	34	"	60	<	86	V	112	p
9	○	35	#	61	=	87	W	113	q
10	◙	36	$	62	>	88	X	114	r
11	♂	37	%	63	?	89	Y	115	s
12	♀	38	&	64	@	90	Z	116	t
13	♪	39	'	65	A	91	[	117	u
14	♫	40	(	66	B	92	\	118	v
15	☼	41	)	67	C	93	]	119	w
16	►	42	*	68	D	94	^	120	x
17	◄	43	+	69	E	95	-	121	y
18	↕	44	,	70	F	96	‘	122	z
19	!!	45	–	71	G	97	a	123	{
20	¶	46	.	72	H	98	b	124	|
21	§	47	/	73	I	99	c	125	}
22	▬	48	0	74	J	100	d	126	~
23	↨	49	1	75	K	101	e	127	Δ
24	↑	50	2	76	L	102	f		
25	↓	51	3	77	M	103	g		

Ακρίβεια

Η ακρίβεια αναπαράστασης των αριθμών στον υπολογιστή είναι **πεπερασμένη**!



εντολή *eps(): δίνει την μικρότερη απόσταση μεταξύ του 1 και του αμέσως μεγαλύτερου αριθμού διπλής ακριβείας, και είναι ίση με 2.2204e-016*

Περί σφαλμάτων…

Σφάλματα σε υπολογισμούς

- Ανθρώπινα Λάθη
  - Είναι πολλές φορές σφάλματα κατανόησης ή τυπογραφικά
- Τυχαία Σφάλματα
  - Προέρχονται από φυσικά φαινόμενα (υπερθέρμανση αγωγών, κοσμική ακτινοβολία, κλπ)
- Πειραματικά Σφάλματα
  - Προέρχονται από την πεπερασμένη ακρίβεια των οργάνων μέτρησης
- Υπολογιστικά Σφάλματα (Αποκοπής, Στρογγύλευσης και Υπερχείλισης - Υποχείλισης)

Ariane 5

Καταστροφή κατά τη παρθενική του πτήση.

Το οικονομικό κόστος ήταν 500 εκ. δολάρια!

Η καταστροφή!

```
Starting Flight...
Current Velocity:    1134.4838     m/sec     Current Altitude:    130.03178     m

Critical Situation!
Self Destruction Activated...
Rocket Destroyed at time:  0.10000000     s     altitude:   130.03178     m
```

Ariane 5

Μελετώντας την καταστροφή του πυραύλου Ariane 5, διαπιστώθηκε ότι τμήμα του νέου λογισμικού προέρχονται από την αποστολή του Ariane 4. Η λάθος «σύνδεση» των τμημάτων παλαιού και νέου λογισμικό (ανάθεση μεταβλητής real σε integer) οδήγησε σε σφάλμα υπερχείλισης.

Αυτό λανθασμένα μεταφράστηκε από το λογισμικό του πυραύλου ως απόκλιση από την τροχιά!

Σφάλμα αποκοπής (truncation error)

Σφάλμα αποκοπής είναι η διαφορά του αληθούς αποτελέσματος από το αντίστοιχο που προέκυψε σε έναν πρακτικό υπολογισμό.

Το σφάλμα αποκοπής θα υπήρχε ακόμη και σε έναν «τέλειο» υπολογιστή με ακριβή αποθήκευση των αριθμών. Ωστόσο, το σφάλμα αποκοπής είναι γνωστό και ο προγραμματιστής μπορεί να το εκτιμήσει.

Η αριθμητική ανάλυση ασχολείται με την ανάπτυξη μεθόδων ελαχιστοποίησης αυτών των σφαλμάτων.

Αιτίες του σφάλματος αποκοπής

<u>Οφείλεται σε προσεγγίσεις όπως:</u>

- αποκοπή μιας αριθμοσειράς που επιχειρεί να εκφράσει μία αριθμητική ποσότητα
- αντικατάσταση μιας παραγώγου από μία διαιρεμένη διαφορά στην προσπάθεια αριθμητικής προσέγγισής της
- αντικατάσταση μιας οποιασδήποτε συνάρτησης από ένα πολυώνυμο
- τερματισμός μιας επαναληπτικής διαδικασίας πριν από τη σύγκλιση
- κλπ

Παραδείγματα

- Κατά τη προσέγγιση της συνάρτησης του ημιτόνου μέσω σειράς προκύπτει σφάλμα αποκοπής, αφού δεν είναι δυνατό να συνυπολογίσουμε άπειρους όρους:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

Σφάλμα στρογγύλευσης (roundoff error)

- **Σφάλμα στρογγύλευσης** είναι η διαφορά του αποτελέσματος που παράγεται από ένα δοσμένο αλγόριθμο που χρησιμοποιεί «αριθμητική ακριβείας» και του αποτελέσματος που παράγεται από τον ίδιο αλγόριθμο όταν χρησιμοποιεί αριθμητική πεπερασμένης ακρίβειας, ή αλλιώς «προσεγγιστική αριθμητική».

- Οφείλεται στη μη ακριβή αναπαράσταση των πραγματικών αριθμών και στις αριθμητικές πράξεις που γίνονται μεταξύ αυτών.

Όπου το χάος ελλοχεύει...

Ο αριθμός 0.1 του δεκαδικού συστήματος αντιστοιχεί στον δυαδικό μη ακέραιο και περιοδικό αριθμό 0.0001100110011..... με περίοδο 0011.

Λαμβάνοντας υπόψη πως το μήκος της βάσης για την αναπαράσταση αριθμών διαμέσου της μορφής της κινητής υποδιαστολής είναι πεπερασμένο, αυτό σημαίνει ότι όλοι αυτοί οι δεκαδικοί ακέραιοι δεν μπορούν να αναπαρασταθούν στον υπολογιστή παρά μόνο προσεγγιστικά

Όπου το χάος ελλοχεύει…

Αυτό συνεπάγεται πως αν η βάση έχει ***n*** ψηφία, το σφάλμα που προκύπτει λόγω απόρριψης των υπολειπόμενων δεκαδικών ψηφίων ισούται κατά μέσο όρο με το μισό του τελευταίου δυαδικού ψηφίου που αναπαρίσταται, δηλαδή με $0.5x2^{-n}$.

Έτσι, σε αριθμούς απλής ακριβείας, η αναπαράσταση του δεκαδικού 0.1 συνεπάγεται σφάλμα περίπου ίσο με $0.5x2^{-23}$, δηλαδή ~$0.596x10^{-8}$ (machine precision)

Συνεπώς, η απεικόνιση αριθμών με μορφή κινητής υποδιαστολής δημιουργεί σφάλματα!

Παράδειγμα

Ας θεωρήσουμε ένα πρόγραμμα στο οποίο ορίζεται ένας πραγματικός αριθμός **x**, στη συνέχεια προσθέτουμε σ’ αυτόν 1000 φορές τον επίσης πραγματικό αριθμό **step** και τέλος αφαιρούμε από το άθροισμα 1000 φορές τον ίδιο αριθμό **step**. Δηλαδή

- $x=x_o$
- x=x+step (1000 φορές)
- x=x-step (1000 φορές)

Μετά το πέρας των παραπάνω υπολογισμών αναμένουμε να η τιμή της μεταβλητής x να έχει και πάλι την αρχική τιμή x_o.

Παράδειγμα

Για **x=0.1** και **step=0.1** το αποτέλεσμα της εκτέλεσης θα είναι:

X=0.0999999999999999

Αυτό οφείλεται στην μη ακριβή αποθήκευση του πραγματικού αριθμού που μετά από 2000 «μη ακριβείς» πράξεις δημιουργεί (σωρευτικά) μεγάλο σφάλμα στρογγύλευσης. Το σφάλμα αυτό στην περίπτωση τυχαίας στρογγύλευσης (προς τα πάνω και προς τα κάτω) θα είναι της τάξης $\mathbf{N^{1/2}\varepsilon_m}$. Έτσι, για **N=2000** πράξεις και ακρίβεια μηχανής: $\mathbf{\varepsilon_m = 3x10^{-8}}$ για αριθμούς απλής ακρίβειας θα έχουμε σφάλμα ~10^{-6}, όση και η διαφορά του 0.1 από τη τελική τιμή του **x.**

Παράδειγμα

Για **x=2.0** και **step=0.5** το αποτέλεσμα της εκτέλεσης θα είναι:

Οι τιμές είναι ακριβείς!

X=2.0

Σε αντίθεση με τον 0.1 ο αριθμός 2 και ο 0.5 αποθηκεύονται ακριβώς στην απεικόνιση κινητής υποδιαστολής. Έτσι, δεν έχουμε σφάλμα στρογγύλευσης και ομοίως κατά την εκτέλεση πράξεων δεν έχουμε σωρρευτικό σφάλμα.

Ακριβή απεικόνιση κινητής υποδιαστολής έχουν οι αριθμοί της μορφής:

$a/2^n$, όπου a και n ακέραιοι αριθμοί

Σφάλμα υπερχείλισης ή υποχείλισης

- Overflow
  - 1000^103=Inf
- Underflow
  - 1E-100 * 1E-300=0
- Truncation (αποκοπή)
  - 1E10 + 1.0 -> 1.0000e+010

Απόλυτο και σχετικό σφάλμα

Η μέτρηση του σφάλματος γίνεται με το ***Απόλυτο Σφάλμα*** και το **Σχετικό Σφάλμα.**

- **Απόλυτο Σφάλμα** είναι η διαφορά της πραγματικής από την εκτιμώμενη τιμή:

Απ. Σφάλμα = |Πραγματική Τιμή – Εκτιμώμενη Τιμή|

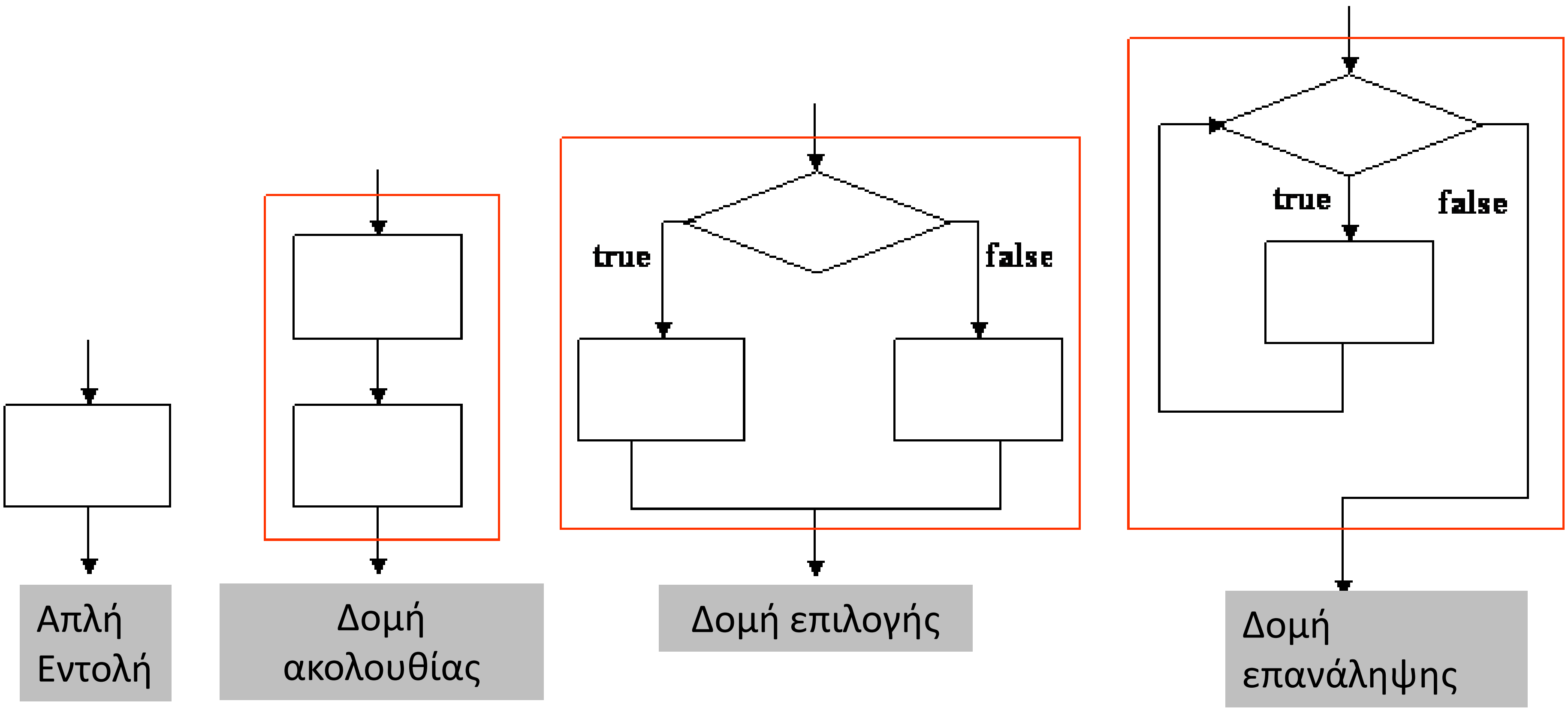
- **Σχετικό Σφάλμα** είναι το απόλυτο σφάλμα εκφρασμένο σε ποσοστό της πραγματικής τιμής:

Σχ. Σφάλμα = |(Πραγματική Τιμή – Εκτιμώμενη Τιμή) / Πραγματική Τιμή|

Το απόλυτο σφάλμα εκφράζεται στις μονάδες του μεγέθους που μετράμε, ενώ το σχετικό σε ποσοστό

3. Ποιες δομές είναι απαραίτητες για να αναπτύσσουμε προγράμματα;

Δομές


true
false
true
false
Απλή Εντολή
Δομή ακολουθίας
Δομή επιλογής
Δομή επανάληψης

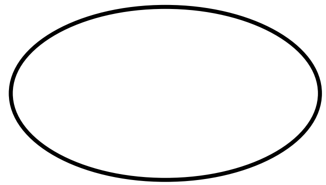
Θεώρημα Boehm - Jacopini

Κάθε αλγόριθμος μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας μόνο 3 δομές

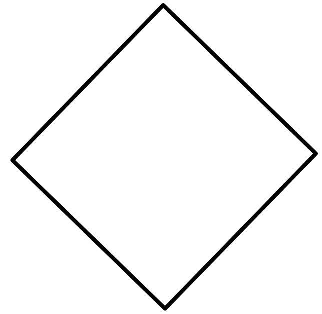
1. *Σειριακή εκτέλεση*
2. *Επιλογή*
3. *Επανάληψη*

Λογικο Διάγραμμα

Αρχή - Τέλος

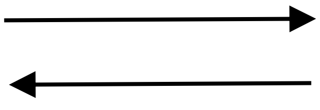


Επιλογή

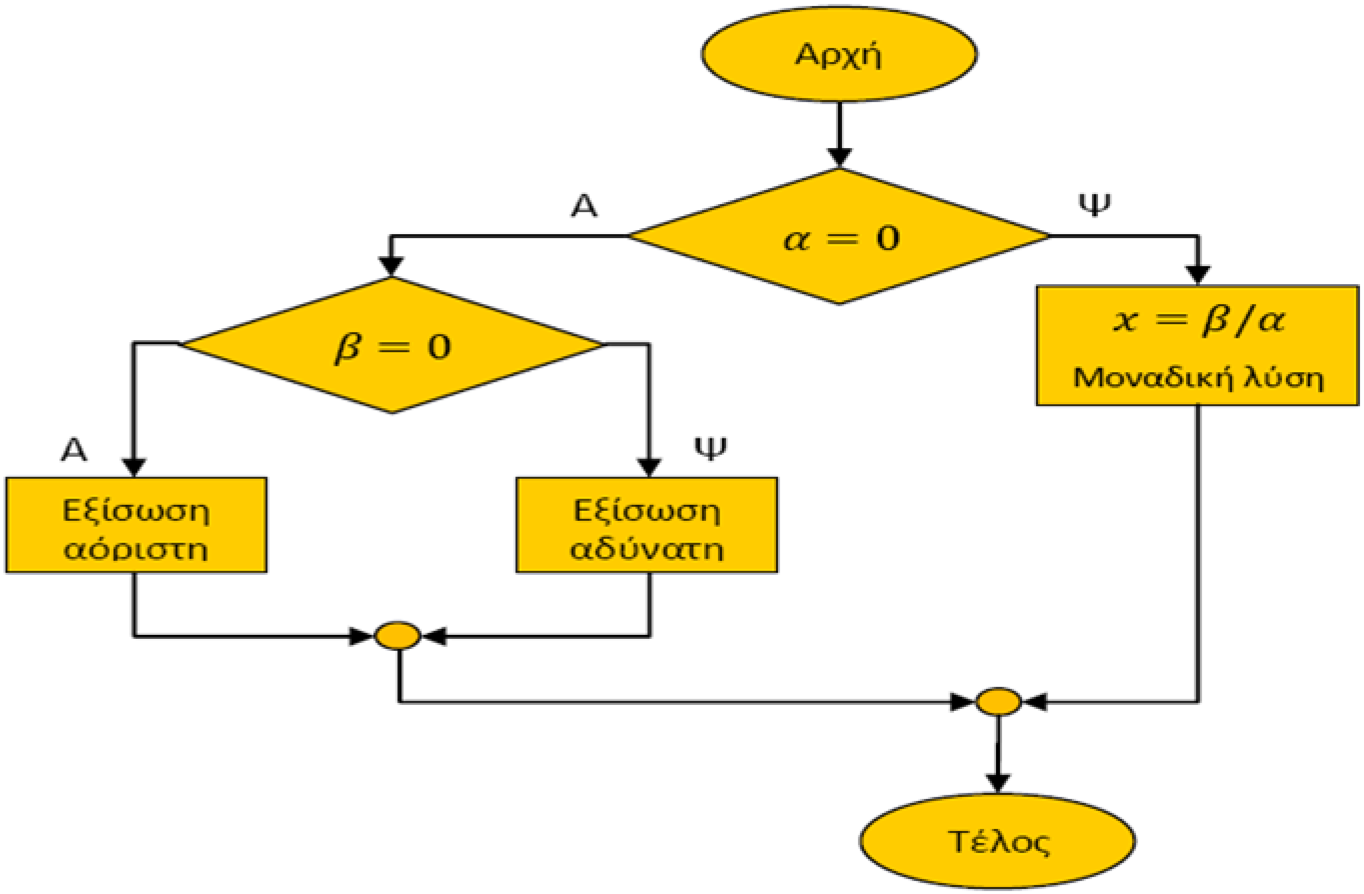


Διαδικασία

Κατεύθυνση



Πρωτοβάθμια Εξίσωση



Πρωτοβάθμια Εξίσωση

```
if (συνθήκη)
        ...
else
    ...
```

μπορείτε να το μετατρέψετε σε πρόγραμμα;

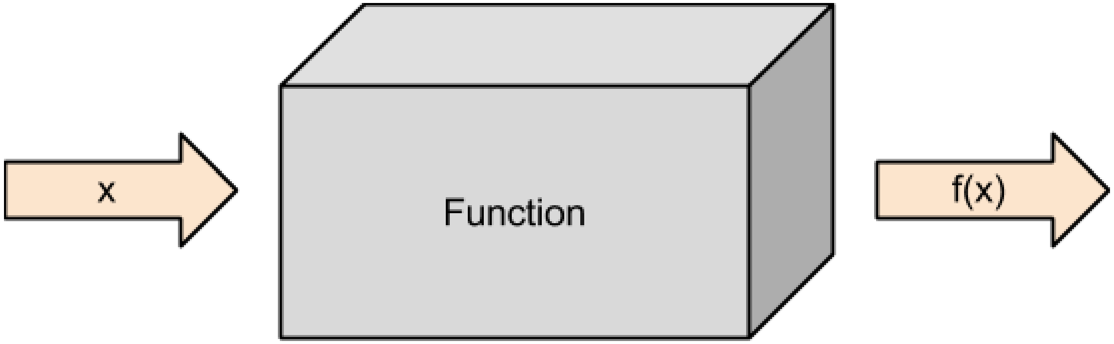
Περιμένετε το εργαστήριο της επόμενη εβδομάδας!

Οι τρεις αυτές δομές είναι αρκετές για να λύσουμε προβλήματα…

…μπορούμε να είμαστε αποτελεσματικοί;

Συναρτήσεις

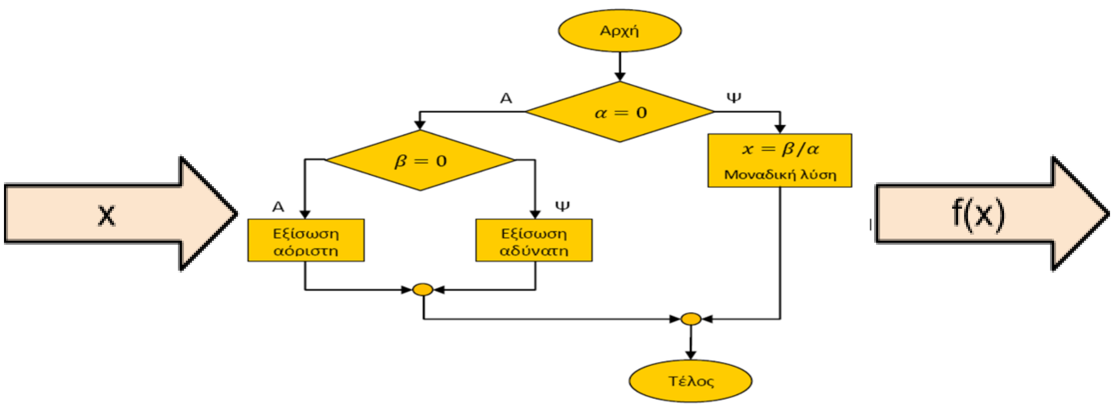
Τμήματα κώδικα που τα χρησιμοποιούμε πολλές φορές.



Συναρτήσεις

Τμήματα κώδικα που τα χρησιμοποιούμε πολλές φορές.

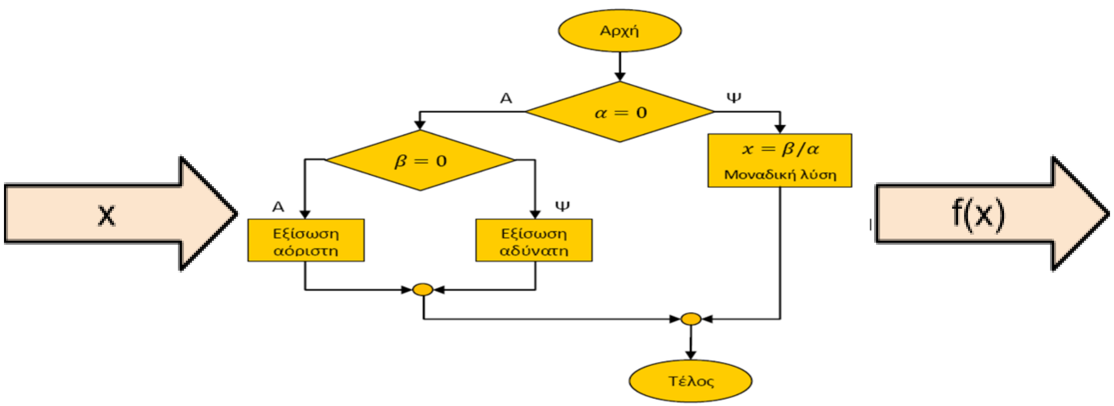
?



Συναρτήσεις

Τμήματα κώδικα που τα χρησιμοποιούμε πολλές φορές.

?



- Πιο απλά προγράμματα
- Ευκολότερα στην ανάπτυξη & τη διαχείριση

Εγγενείς Συναρτήσεις

Το Matlab διαθέτει εκατοντάδες εγγενείς (έτοιμες) συναρτήσεις.

Ποιες θα μπορούσαν να είναι αυτές;

Οικογένειες συναρτήσεων

Μαθηματικές:

sqrt, sin, cos, tan, exp, log, …

Πίνακες:

ones, zeros, eye, magic,…

Διανυσματικές:

sum, mean, std, min, max,…

Τυχαίοι αριθμοί:

rand, randn, randi,…

Γραφήματα:

plot, hist, xlabel, ylabel, title, …

Οικογένειες συναρτήσεων

Μαθηματικές:

sqrt, sin, cos, tan, exp, log, …

Πίνακες:

ones, zeros, eye, magic,…

Διανυσματικές:

sum, mean, std, min, max,…

Τυχαίοι αριθμοί:

rand, randn, randi,…

Γραφήματα:

plot, hist, xlabel, ylabel, title, …

Matlab HELP!

http://www.mathworks.com/help/matlab/

ή

στο περιβάλλον εργασίας του προγράμματος

Τι είδαμε σήμερα;

- Πως διαχειρίζεται τις μεταβλητές ο υπολογιστής & ποιες οι συνέπειες αυτού.
- Ποια η σημασία των πινάκων για το Matlab.
- Ποιες είναι οι απαραίτητες δομές σε μία γλώσσα προγραμματισμού
- Εγγενείς συναρτήσεις στο Matlab.
- Δυαδική αναπαράσταση
- Σφάλματα

Στην επόμενη διάλεξη…

Πως θα δημιουργήσετε τις δικές σας συναρτήσεις!

Δείτε τις βιντεο-διαλέξεις

Μελετήστε τις ασκήσεις εργαστηρίου πρίν προσέλθετε,

Ρίξτε μία ματιά στα quiz!

Σημείωμα Αναφοράς

- Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Κωνσταντίνος Καρατζάς. «Πληροφορική. Ενότητα 2: Α. Μεταβλητές. Όλα είναι πίνακες. Β. Δεδομένα. Σφάλματα. Δομές». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: https://opencourses.auth.gr/courses/OCRS328/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Θεσσαλονίκη, Εαρινό Εξάμηνο 2014-2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.