



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

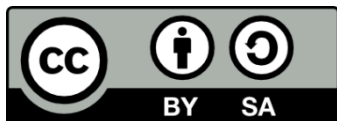
ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας

Ενότητα 5: Αναγωγές της Βαρύτητας

Η.Ν. Τζιαβός - Γ.Σ. Βέργος
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΑΠΘ/ΤΑΤΜ

**Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας
4^ο Εξάμηνο**

Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας

Introduction to gravity field

Ακαδημαϊκή Χρονιά:

2014 – 2015

Πρόγραμμα:

Τετάρτη 9:00 – 13:00

Διδάσκοντες:

Η.Ν. Τζιαβός, Γ.Σ. Βέργος

<http://web.auth.gr/e-topo/>

<http://olimpia.topo.auth.gr/courses/>

Ιστοσελίδες ΔΕΠ

Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας

Η. Τζιαβός ή Γ. Βέργος

Μαθήματα - εργασίες

Αναγωγές της Βαρύτητας

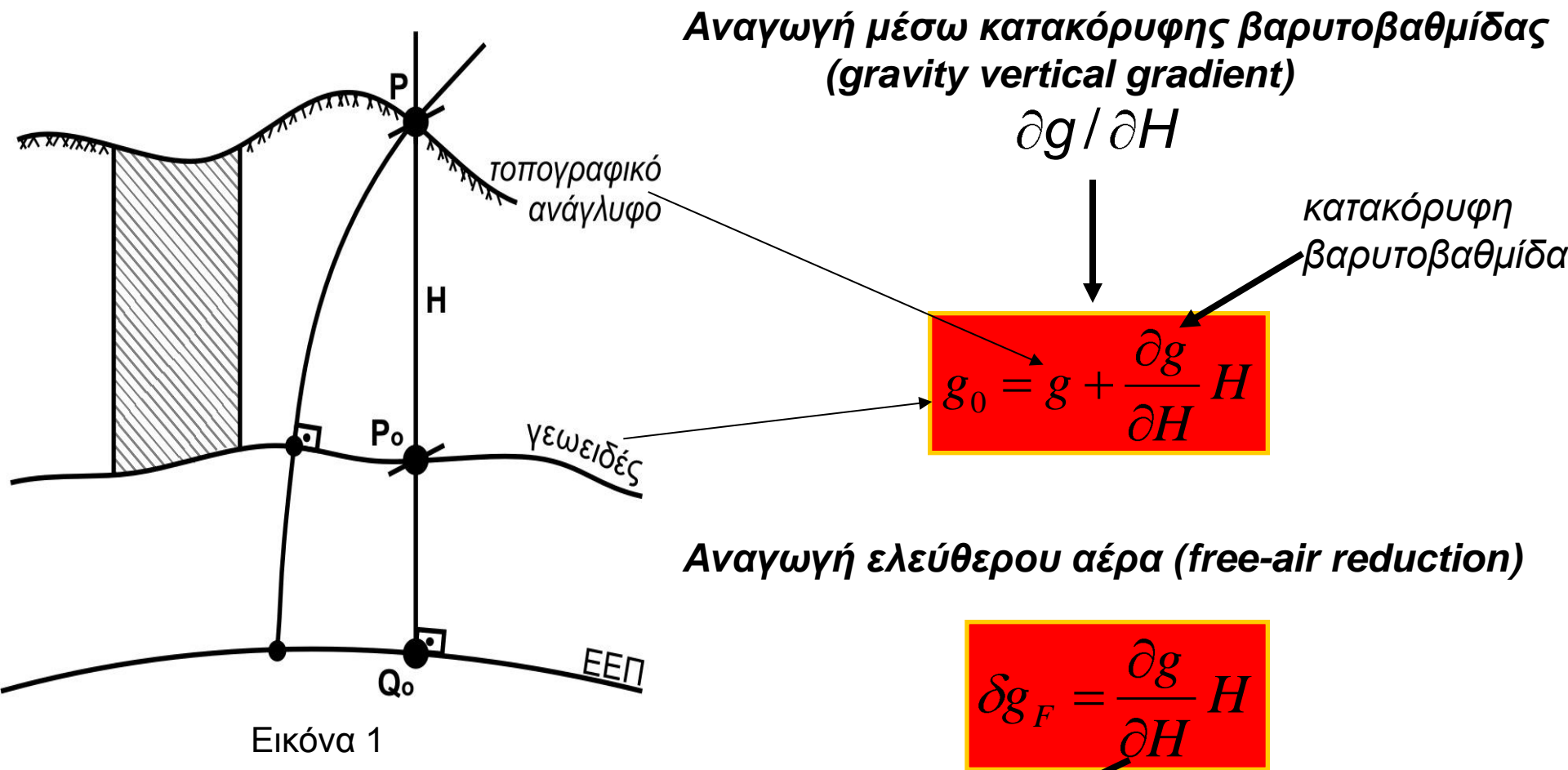
ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

- Γενικά για ανωμαλίες βαρύτητας
- Αναγωγή και ανωμαλίες ελεύθερου αέρα
 - *Συσχέτιση με υψόμετρο*
 - *Μέσες τιμές*
- Τοπογραφική αναγωγή – Ανωμαλίες Bouguer
- Αναγωγή υπολειπόμενης τοπογραφίας
- Ανωμαλίες Faye
- Ψηφιακά μοντέλα τοπογραφίας & βαθυμετρίας
- Ισοστασία και ισοστατικά μοντέλα αναγωγών
- Ισοστατικές ανωμαλίες
- Εφαρμογές

○ Οι ανωμαλίες της βαρύτητας

- είναι οριακές (συνοριακές) τιμές επί του γεωειδούς
- χρησιμεύουν για τον προσδιορισμό του γεωειδούς (βαρυτημετρικό γεωειδές)
- είναι χρήσιμες και σε άλλες γεωεπιστήμες (γεωλογία, γεωφυσική, εφαρμοσμένη γεωφυσική, ωκεανογραφία)

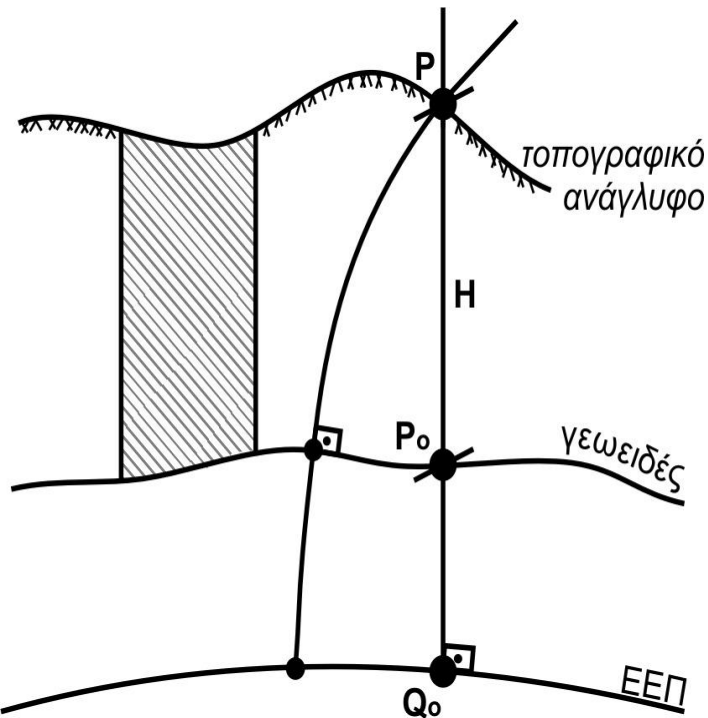
ΑΝΑΓΩΓΗ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΑΕΡΑ - ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΑΕΡΑ -I-



$$\approx 0.3086 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2} / \text{m}$$

$$\rho = 45^{\circ}$$

Αναγωγή ελεύθερου αέρα



$$\delta g_F = -\frac{\partial g}{\partial H} H \approx 0.3086 \times 10^{-5} \text{ (ms}^{-2} / \text{m)} H \text{ (m)}$$

Ανωμαλία ελεύθερου αέρα

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma_0$$

- Η αναγωγή ελεύθερου αέρα αντιστοιχεί σε μία παράλληλη μετατόπιση ή συμπύκνωση των τοπογραφικών μαζών επί του γεωειδούς
- Η αναγωγή ελεύθερου αέρα δίνει κατά προσέγγιση οριακές τιμές επί του γεωειδούς και η έμμεση επίδραση (indirect effect) διατηρείται μικρή (κάτω από μερικά μέτρα)

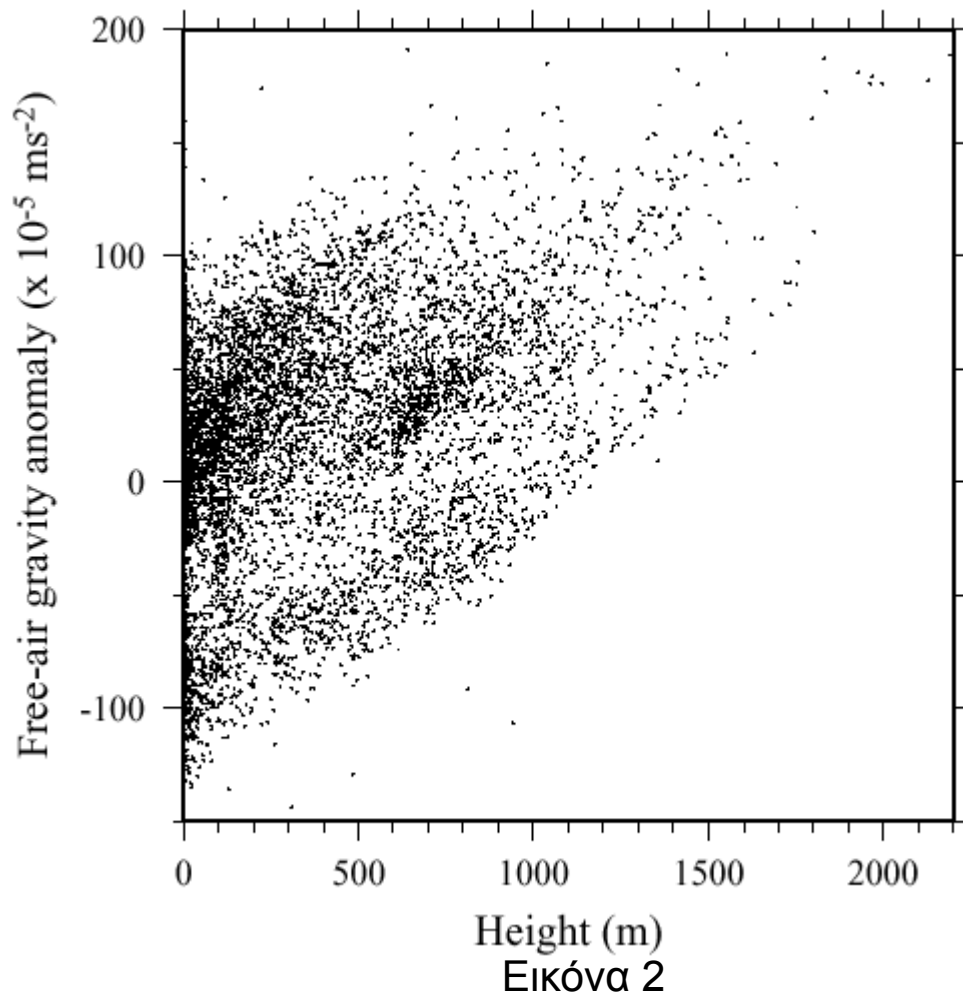
- Οι ανωμαλίες ελεύθερου αέρα Δg_F και μετά τη σχετική αναγωγή είναι συσχετισμένες με το υψόμετρο του σημείου στο οποίο έγινε η μέτρηση και επομένως δεν είναι αντιπροσωπευτικές για μεγάλη επιφάνεια
- Για περιορισμένες επιφάνειες η συσχέτιση των Δg_F με το υψόμετρο μπορεί να εντοπισθεί και περιορισθεί με εμπειρικό τρόπο (π.χ. μέθοδος γραμμικής παλινδρόμησης)

$$\Delta g_F = a + bH$$

- a και b είναι προσδιοριστέοι συντελεστές. Ο a εξαρτάται από την κατανομή της μάζας στη λιθόσφαιρα και ο b είναι συνάρτηση της μέσης πυκνότητας των τοπογραφικών μαζών. Αποκλίσεις από τη σχέση γραμμικής παλινδρόμησης οφείλονται σε ανωμαλίες κατανομής της πυκνότητας και των τοπογραφικών μαζών
- Για μεγαλύτερες επιφάνειες η συσχέτιση των Δg_F με το ύψος διαπιστώνεται και περιορίζεται με κατάλληλες τοπογραφικές αναγωγές

ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΤΩΝ ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΑΕΡΑ ΜΕ ΤΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ -II-

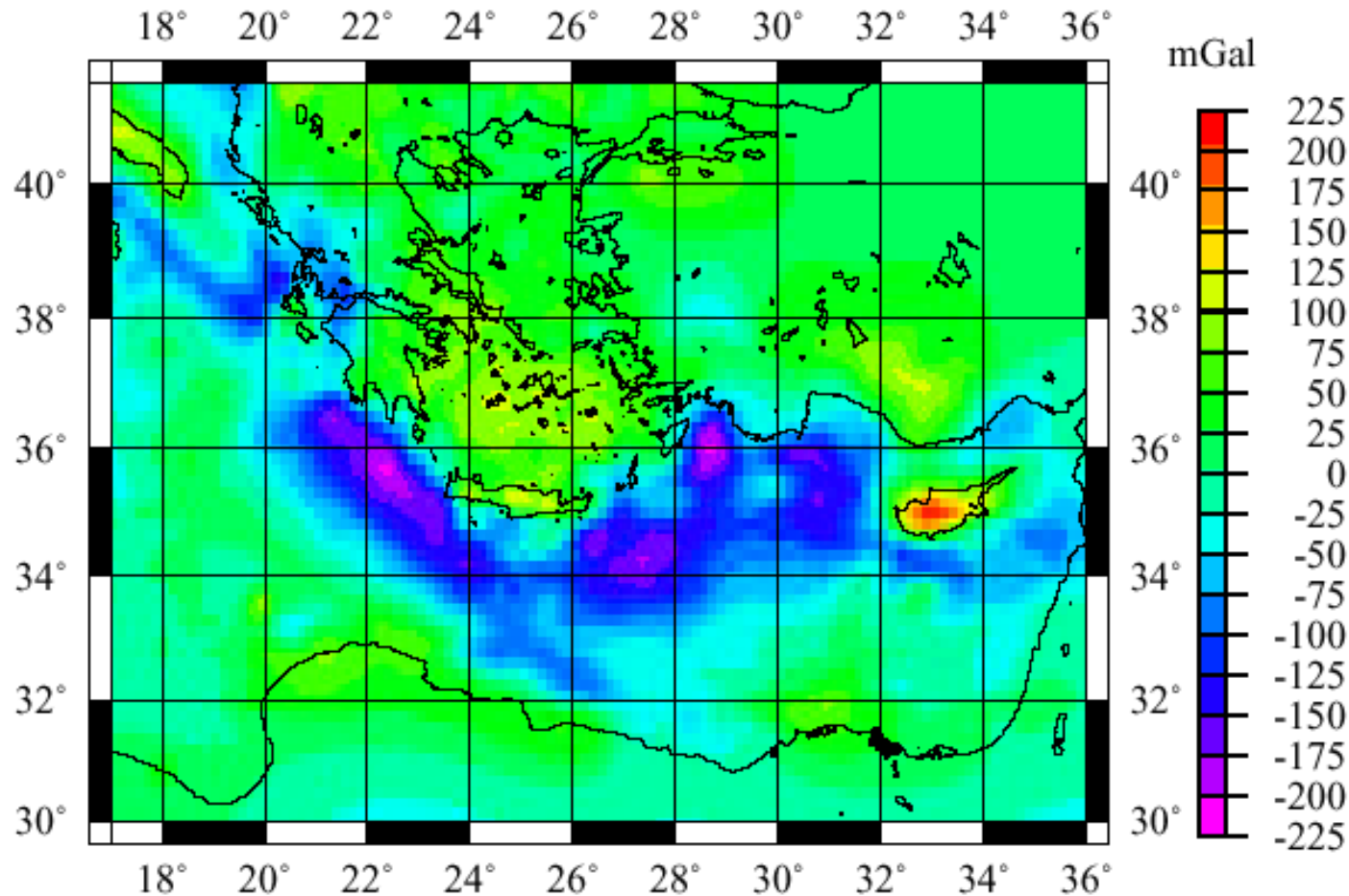
Συσχέτιση των ανωμαλιών ελεύθερου αέρα με το υψόμετρο στον Ελλαδικό χώρο
Δείγμα: 7500 σημειακές τιμές ΔG_F ομοιόμορφα κατανομημένες στην ηπειρωτική Ελλάδα



- Σε πρακτικές εφαρμογές περιφερειακής/σφαιρικής κλίμακας χρησιμοποιούνται μέσες τιμές ανωμαλίας ελεύθερου αέρα Δg_F
- Σχηματίζονται από μέσους όρους ομαλοποιημένων σημειακών τιμών χρησιμοποιώντας τη συσχέτιση των Δg_F με το ύψος
- Οι μέσες τιμές είναι απαλλαγμένες από τοπικές επιδράσεις του ύψους και επομένως αντιπροσωπευτικές για την αντίστοιχη επιφάνεια

$$\overline{\Delta g} = \frac{1}{\Delta \sigma} \iint_{\Delta \sigma} \Delta g d\sigma$$

Μέσες $6' \times 10'$ τιμές Δg_F στην Ανατολική Μεσόγειο (10^{-5} ms^{-2})

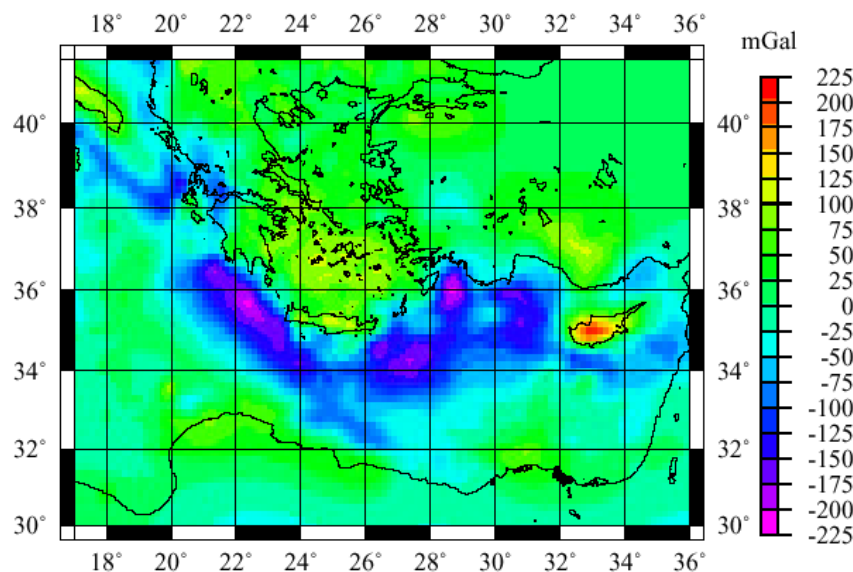


Πρόγνωση με τη μέθοδο της σημειακής προσαρμογής
Ερευνητικό πρόγραμμα GEOMED για την τοπογραφία της επιφάνειας της θάλασσας
και το γεωειδές στη Μεσόγειο

ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΝΩΜΑΛΙΑΣ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΑΕΡΑ - III -

Ανωμαλίες ελεύθερου αέρα

$$\Delta g_F$$



Εικόνα 4

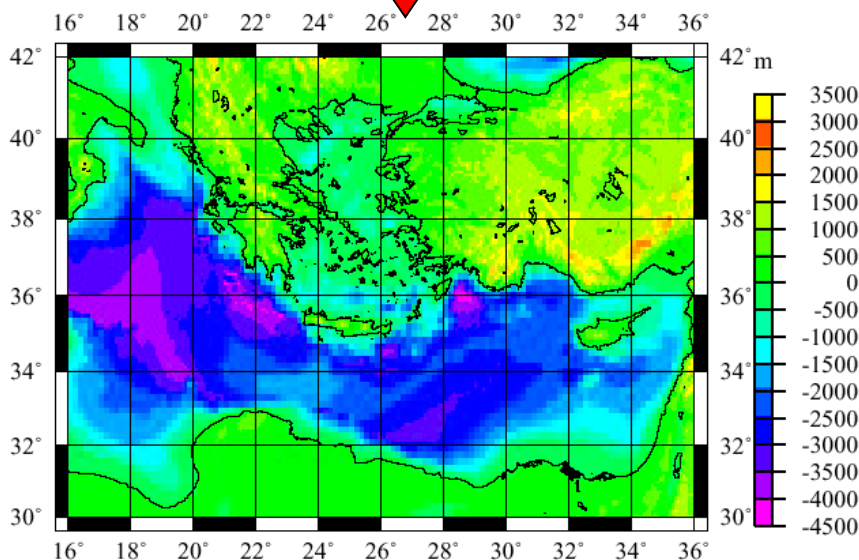
Συσχέτιση \updownarrow Εξάρτηση

Ψηφιακό μοντέλο τοπογραφίας
(Digital Terrain Model)

DTM

Ψηφιακό μοντέλο εδάφους
(Digital Depth Model)

DDM



Εικόνα 5

- Η επίδραση των τοπογραφικών μαζών της ορατής τοπογραφίας στις ανωμαλίες βαρύτητας αφαιρείται με την τοπογραφική αναγωγή
- Η ορατή τοπογραφία περιλαμβάνει τις μάζες τις υπερκείμενες του γεωειδούς
- Οι ηπειρωτικές μάζες αποτελούν **περίσσευμα** με πυκνότητα ίση με τη μέση πυκνότητα της ανώτερης λιθόσφαιρας.
- Οι θαλάσσιες μάζες αποτελούν **έλλειμμα** με πυκνότητα ίση με τη διαφορά των πυκνοτήτων της μέσης πυκνότητας της ανώτερης λιθόσφαιρας και της μέσης πυκνότητας του θαλάσσιου νερού
- Αν στις ανωμαλίες ελεύθερου αέρα εφαρμοσθεί η τοπογραφική αναγωγή προκύπτουν οι **ανωμαλίες Bouguer** (Bouguer gravity anomalies)

$$\Delta g_B = \Delta g_F - \delta g_T = g + \delta g_F - \delta g_T - \gamma_0$$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ

Υπολογισμός τοπογραφικής αναγωγής

Ψηφιακά πρότυπα (μοντέλα) τοπογραφίας (Digital Terrain Models – DTMs)

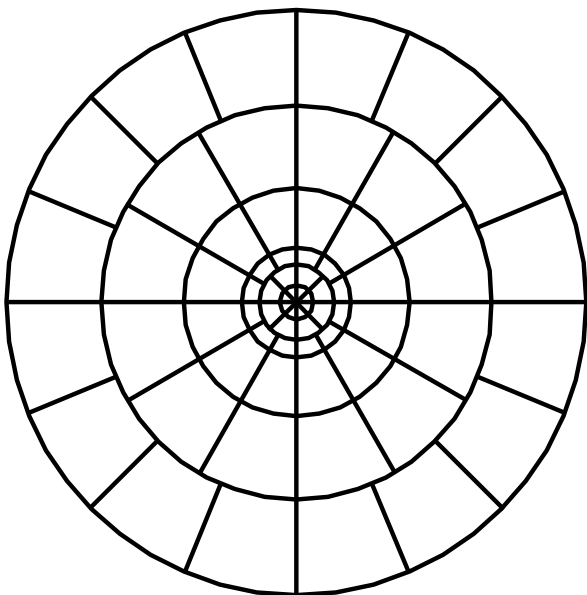
Υλοποίηση DTMs (ορθά πρίσματα με βάσεις κύκλους ή ορθογώνια)

ΜΕΣΑ ΥΨΗ
κυκλικοί τομείς ή
ορθογώνια

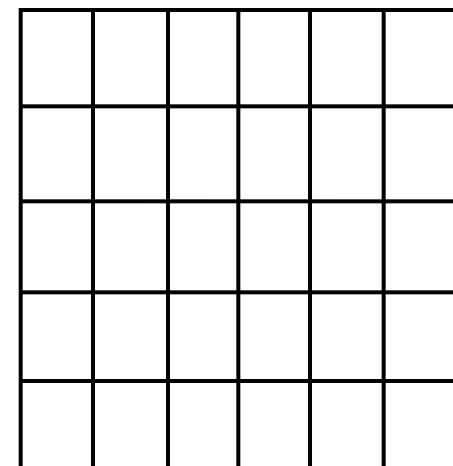
Ομόκεντροι κύκλοι

ορθογώνια

Σύστημα γεωγραφικών ή καρτεσιανών
συντεταγμένων

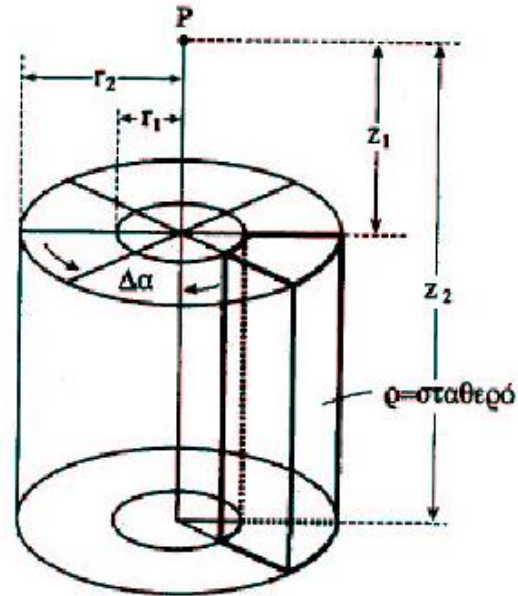
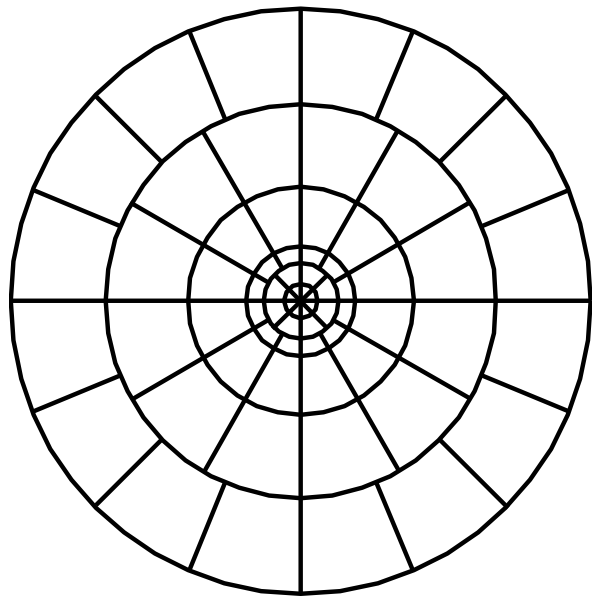


Το ύψος κάθε πρίσματος
ίσο με το ύψος της
τοπογραφίας που
περιέχεται σ' αυτό



$\varphi = \varphi_n$
.
.
.
.
.
.
 $\varphi = \varphi_1$
 $\lambda = \lambda_1 \dots \dots \dots \lambda_n = \lambda_n$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ - ΚΥΚΛΙΚΟΙ ΤΟΜΕΙΣ



Εικόνα 6

$$F_z = G\rho\Delta\alpha \left(\sqrt{z_2^2 + r_1^2} - \sqrt{z_2^2 + r_2^2} - \sqrt{z_1^2 + r_1^2} + \sqrt{z_1^2 + r_2^2} \right)$$

$$z_1 = H_p - H$$

$$z_2 = H_p$$

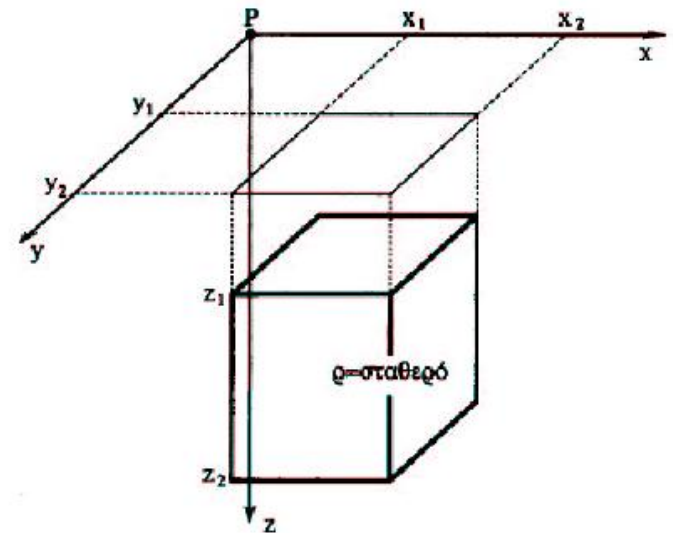
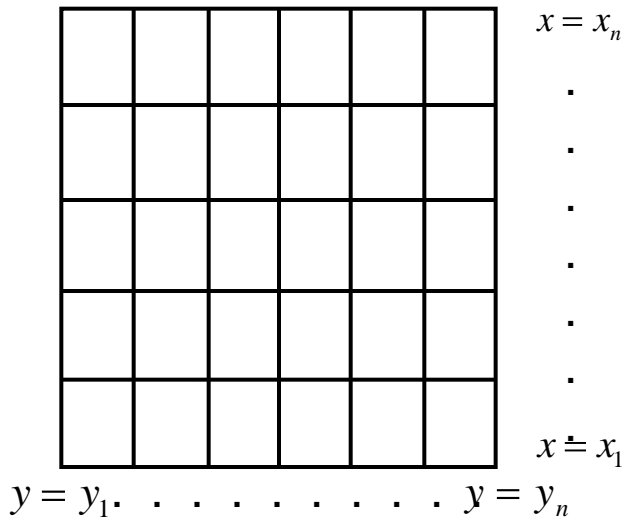
Η τελική τοπογραφική αναγωγή ίση με το άθροισμα της επίδρασης όλων των πρισμάτων γύρω από το σημείο **P** (μέχρι μία ορισμένη ακτίνα r_{max})

$$\delta g_T = \sum F_z$$

Μειονέκτημα

➤ Τα μέσα ύψη υπολογίζονται εξ αρχής κάθε φορά που αλλάζει το σημείο υπολογισμού **P**

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ - ΟΡΘΑ ΠΡΙΣΜΑΤΑ



Εικόνα 7

$$F_z = G\rho \int_{x_1}^{x_2} dx \int_{y_1}^{y_2} dy \int_{z_1}^{z_2} \frac{z dz}{r^3} = G\rho \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

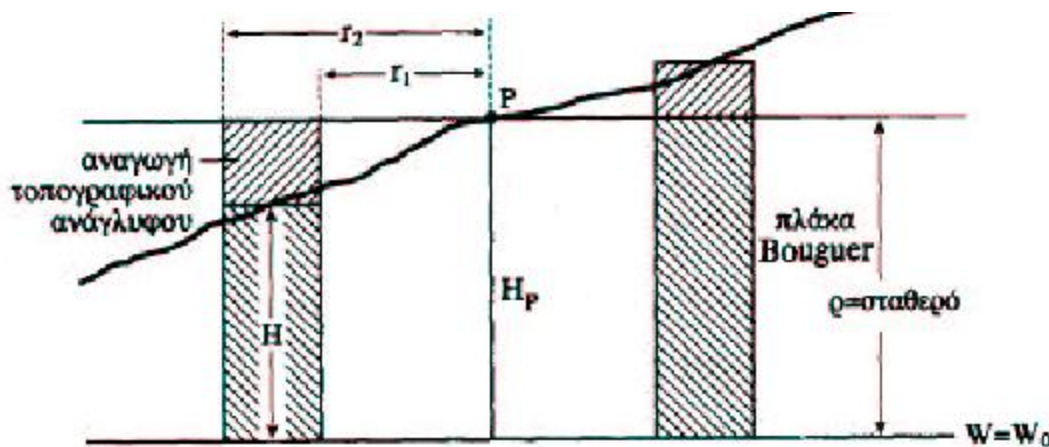
$$F_z = G\rho \left[x \ln \left(\sqrt{y^2 + z^2} + r \right) + y \ln \left(\sqrt{x^2 + z^2} + r \right) - z \arcsin \frac{z^2 + y^2 + yr}{\sqrt{y^2 + z^2} + r} \right] \Big|_{x_1}^{x_2} \Big|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^{1/2}$$

$$\delta g_T = \sum F_z$$

Πλεονεκτήματα

- Υπολογισμός μέσων υψών μία μόνο φορά
- Εφαρμογή μετασχηματισμών Fourier – ταχύτητα στους υπολογισμούς



Εικόνα 8

τοπογραφική αναγωγή = {
 αναγωγή πλάκας Bouguer
 +
 αναγωγή τοπογραφικού αναγλύφου

$$\delta g_T = \delta g_P + \delta g_t$$

Η αναγωγή της πλάκας Bouguer αφορά την έλξη μιας σφαιρικής ή άπειρα εκτεινόμενης επίπεδης πλάκας πάχους H_P ίσου με το υψόμετρο του ελκόμενου σημείου P και σταθερής πυκνότητας ρ

ΑΝΑΓΩΓΗ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΠΛΑΚΑΣ ΒΟΥΓΙΕΡ

Για επίπεδη πλάκα Bouguer και για $\Delta\alpha=2\pi$, $r_1=0$, $r_2=\infty$, $z_1=0$, $z_2=H_P$

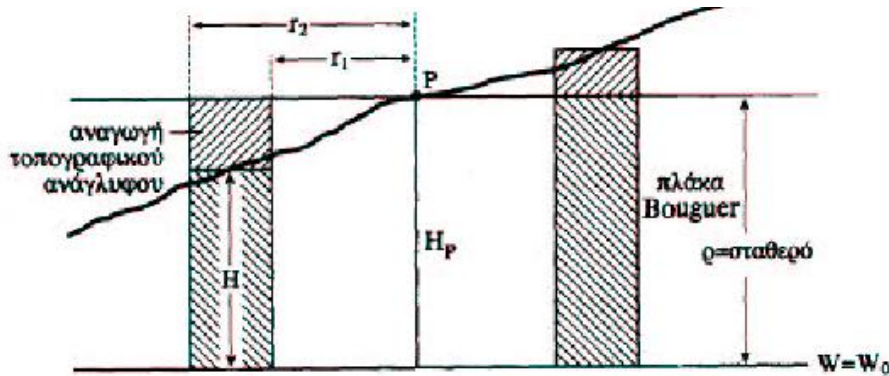
$$F_z = G\rho\Delta\alpha \left(\sqrt{z_2^2 + r_1^2} - \sqrt{z_2^2 + r_2^2} - \sqrt{z_1^2 + r_1^2} + \sqrt{z_1^2 + r_2^2} \right)$$

$$\delta g_P = 2\pi G\rho H_P = 0.0419 \times 10^{-2} \rho H_P \text{ (ms}^{-2}\text{)}$$

$$\rho = 2,67 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\delta g_P = 0.1119 \times 10^{-5} H_P \text{ (ms}^{-2}\text{)}$$

ΑΝΑΓΩΓΗ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΟΥ ΑΝΑΓΛΥΦΟΥ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ BOUGUER



Η αναγωγή του τοπογραφικού αναγλύφου δημιουργεί μια πλάκα Bouguer **προσθέτοντας** μάζες σε περιοχές που λείπουν και **αφαιρώντας** μάζες σε περιοχές που περισσεύουν

Στην περίπτωση της επίπεδης πλάκας Bouguer η αναγωγή του τοπογραφικού αναγλύφου είναι πάντοτε θετική

$$F_z = G\rho\Delta a \left(-r_1 + \sqrt{\Delta H^2 + r_1^2} - \sqrt{\Delta H^2 + r_2^2} \right)$$

αναγωγή τοπογραφικού αναγλύφου

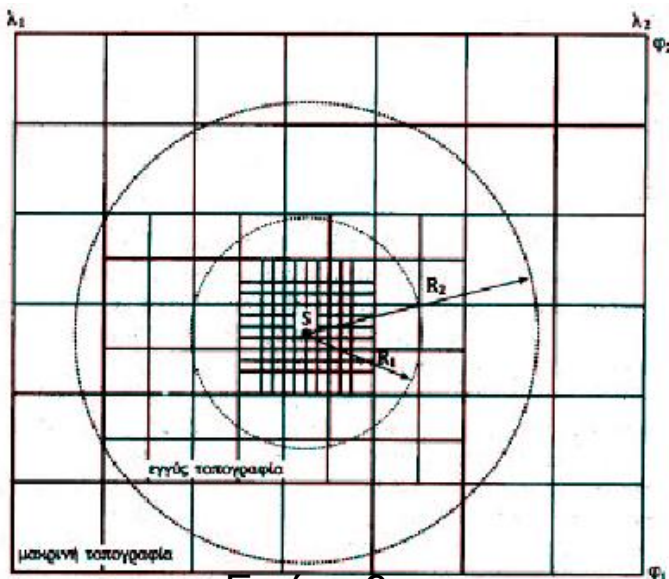
$$\delta g_t = \sum F_z$$

τοπογραφική αναγωγή

$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_P + \delta g_t - \gamma_0$$

ανωμαλίες Bouguer

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ



Εικόνα 9

- Στον υπολογισμό της τοπογραφικής αναγωγής απαιτείται θεωρητικά να ληφθούν υπόψη μάζες σε σφαιρική κλίμακα
- Λόγω του τεράστιου όγκου της υπολογιστικής εργασίας και επειδή οι μακρινές από το σημείο υπολογισμού μάζες έχουν μικρή επίδραση, αγνοούνται στον τελικό υπολογισμό
- Ικανοποιητική προσέγγιση είναι η θεώρηση μαζών μέχρι μία ακτίνα 600 km, στην πράξη όμως αρκούμαστε σε ακόμη μικρότερες αποστάσεις

- Στην ακρίβεια των τοπογραφικών αναγωγών επιδρά και η **διακριτική ικανότητα (resolution)** του διαθέσιμου μοντέλου (προτύπου) της τοπογραφίας (DTM). Υψηλή διακριτική ικανότητα συνεπάγεται μεγαλύτερη ακρίβεια στον προσδιορισμό της τοπογραφικής αναγωγής
- Στην πράξη χρησιμοποιούνται συνήθως δύο DTMs: ένα για τον υπολογισμό της επίδρασης της **εγγύς τοπογραφίας** (π.χ. 1x1 km μέχρι μία ακτίνα R_1 τουλάχιστο διπλάσια από την ακτίνα του δεύτερου πλέγματος) και ένα δεύτερο DTM για τον υπολογισμό της επίδρασης της **μακρινής τοπογραφίας** (π.χ. 10x10 km μέχρι μια ακτίνα R_2)
- Η υπόθεση σταθερής πυκνότητας (συνήθως $\rho = 2,67 \text{ kg m}^{-3}$) των τοπογραφικών μαζών είναι αιτία σφαλμάτων στον υπολογισμό της τοπογραφικής αναγωγής
- Η διαθεσιμότητα **ψηφιακών μοντέλων πυκνότητας** με την ίδια διακριτική ικανότητα των ψηφιακών μοντέλων τοπογραφίας αυξάνει την ακρίβεια υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής

ΑΠΛΕΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ BOUGUER

➤Εύρος τιμών της αναγωγής τοπογραφικού αναγλύφου

{	0.1..... $1 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$	πεδινές περιοχές
	10..... $100 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$	ορεινές περιοχές

➤Σε εκτεταμένες περιοχές με ομαλή τοπογραφία (οι αναγωγές τοπογραφικού αναγλύφου έχουν πολύ μικρές τιμές) και εφόσον οι απαιτήσεις για την ακρίβεια της εφαρμογής το επιτρέπουν (π.χ. γεωφυσική διασκόπηση), οι αναγωγές τοπογραφικού αναγλύφου δεν λαμβάνονται υπόψη



$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_P - \gamma_0 = \Delta g_F - \delta g_P$$

απλές ανωμαλίες Bouguer
(simple Bouguer anomalies)

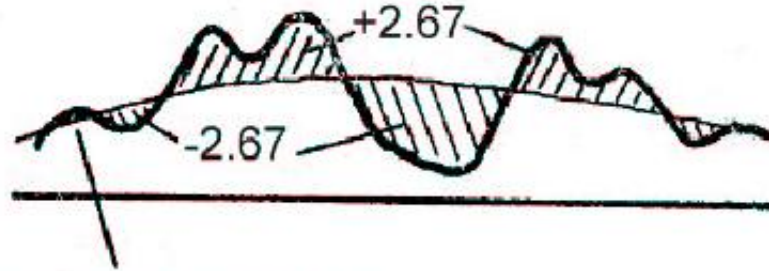
$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_P + \delta g_t - \gamma_0 = \Delta g_F - \delta g_P + \delta g_t$$

πλήρεις ανωμαλίες Bouguer
(refined Bouguer anomalies)

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΟΥΓΙΕΡ

- Πολλές φορές στον υπολογισμό των τοπογραφικών αναγωγών οι μάζες εξομοιώνονται με ευθείες
- Κατά τον υπολογισμό των ανωμαλιών Bouguer οι μάζες έχουν μετακινηθεί (αφαίρεση ή πρόσθεση μαζών και δεν τηρούνται οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται για τον προσδιορισμό του γεωειδούς (μάζες επί του γεωειδούς, μικρή έμμεση επίδραση). Ως εκ τούτου οι ανωμαλίες Bouguer δεν είναι κατάλληλες για τον προσδιορισμό του γεωειδούς
- Οι ανωμαλίες Bouguer είναι απαλλαγμένες από την επίδραση της ορατής τοπογραφίας και οφείλονται σε ανωμαλίες πυκνότητας των ανώτερων λιθοσφαιρικών μαζών. Αντανακλούν τη γενικότερη τάση του πεδίου βαρύτητας που οφείλεται στη διαφορά πυκνότητας μεταξύ διαφορετικών γεωλογικών σχηματισμών τοπικής έκτασης και είναι κατάλληλες για γεωφυσική διασκόπηση και εντοπισμό ορυκτών πόρων και άλλων πηγών ενέργειας
- Οι ανωμαλίες Bouguer μεταβάλλονται ομαλά και είναι αντιπροσωπευτικές για μεγαλύτερες εκτάσεις από ότι οι ανωμαλίες βαρύτητας. Επομένως είναι κατάλληλες για τον σχηματισμό μέσων τιμών και την πρόγνωση ομόλογων τιμών. Από τις μέσες ή σημειακές τιμές ανωμαλίας Bouguer προκύπτουν στη συνέχεια ανωμαλίες ελεύθερου αέρα

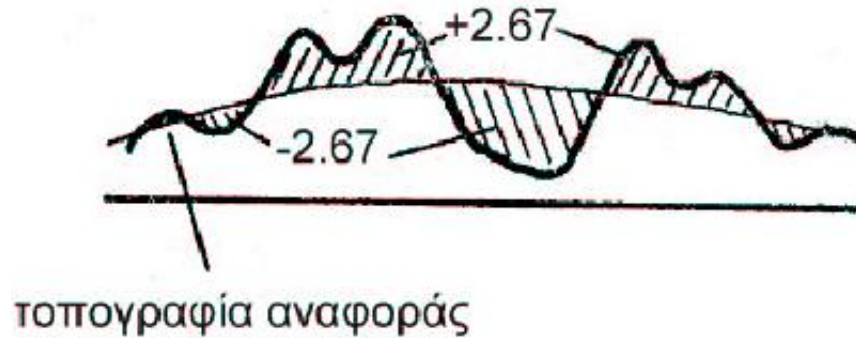
ΑΝΑΓΩΓΗ RTM



τοπογραφία αναφοράς
Εικόνα 10

- Σε διάφορες εφαρμογές προσέγγισης του πεδίου βαρύτητας εφαρμόζεται ένα είδος αναγωγής με στόχο την εξομάλυνση του πεδίου βαρύτητας, ώστε η διαδικασία της πρόγνωσης να γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια και να μειώνεται η επίδραση συστηματικών σφαλμάτων
- Η αναγωγή αυτή είναι όμοια με την αναγωγή του τοπογραφικού αναγλύφου, αλλά δεν γίνεται ως προς την πλάκα Bouguer, αλλά ως προς μία εξομαλυσμένη προσέγγιση της πραγματικής τοπογραφίας (**τοπογραφική επιφάνεια αναφοράς**).
- Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό ως τοπογραφικό ανάγλυφο θεωρούνται τα περισσεύματα και τα ελλείμματα της τοπογραφίας ως προς την τοπογραφική επιφάνεια αναφορά (**Residual Terrain Model – RTM**)

ΑΝΑΓΩΓΗ RTM



- Στον πρακτικό υπολογισμό η εξομαλυσμένη προσέγγιση της τοπογραφίας προσδιορίζεται από ένα λεπτομερειακό ψηφιακό μοντέλο εδάφους, έτσι ώστε το ψηφιακό μοντέλο τοπογραφίας που προκύπτει να έχει διακριτική ικανότητα μικρότερη από αυτήν του αρχικού μοντέλου.
(Παράδειγμα: Αν η πραγματική τοπογραφία της περιοχής μελέτης περιγράφεται με ένα DTM 1x1 km, η τοπογραφική επιφάνεια αναφοράς θα μπορούσε να περιγραφεί με ένα DTM 0.5 x0.5 ή 1 x1 (ανάλογα με την έκταση της περιοχής))

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΠΙΤΥΧΟΥΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Σε σχέση με τις αρχικές τιμές ανωμαλιών βαρύτητας:

- Η κατά το δυνατό μεγαλύτερη ελάττωση της **μεταβλητότητας** των ανηγμένων με τον τρόπο αυτόν ανωμαλιών βαρύτητας
- Η κατά το δυνατό μεγαλύτερη ελάττωση του **μέσου όρου** των ανηγμένων με τον τρόπο αυτόν ανωμαλιών βαρύτητας

✓ Στη λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών του πεδίου βαρύτητας ορισμένες φορές χρησιμοποιούνται ανωμαλίες ελεύθερου αέρα στις οποίες έχει γίνει **μόνον** η αναγωγή του τοπογραφικού αναγλύφου

$$\Delta g_{Faye} = \Delta g_F + \delta g_t$$

ΕΙΔΗ ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma_0$$

ανωμαλία βαρύτητας ελεύθερου αέρα

$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_P - \gamma_0 = \Delta g_F - \delta g_P$$

απλές ανωμαλίες Bouguer
(simple Bouguer anomalies)

$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_P + \delta g_t - \gamma_0 = \Delta g_F - \delta g_P + \delta g_t$$

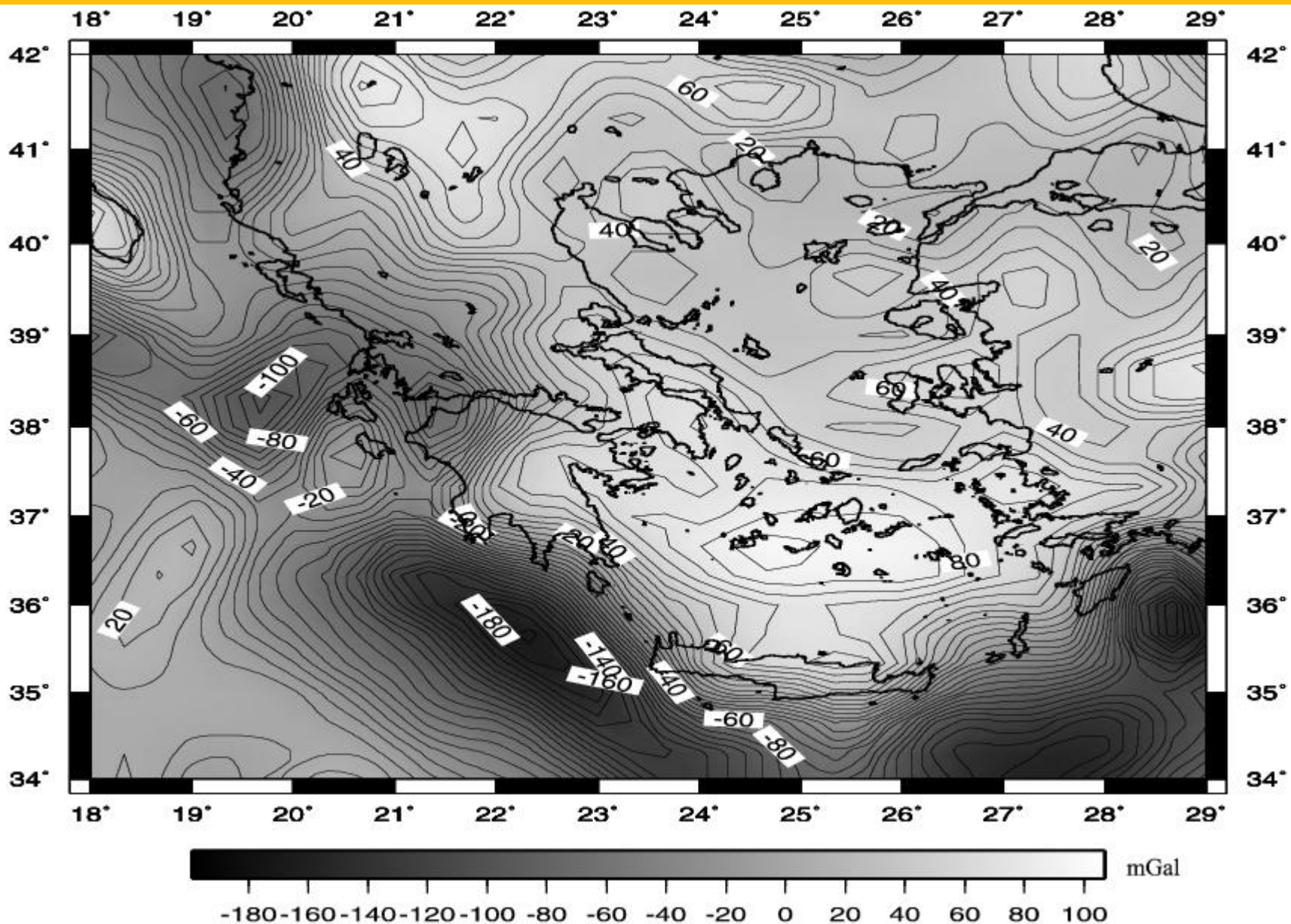
πλήρεις ανωμαλίες Bouguer
(refined Bouguer anomalies)

$$\Delta g_{Faye} = \Delta g_F + \delta g_t$$

ανωμαλία βαρύτητας Faye

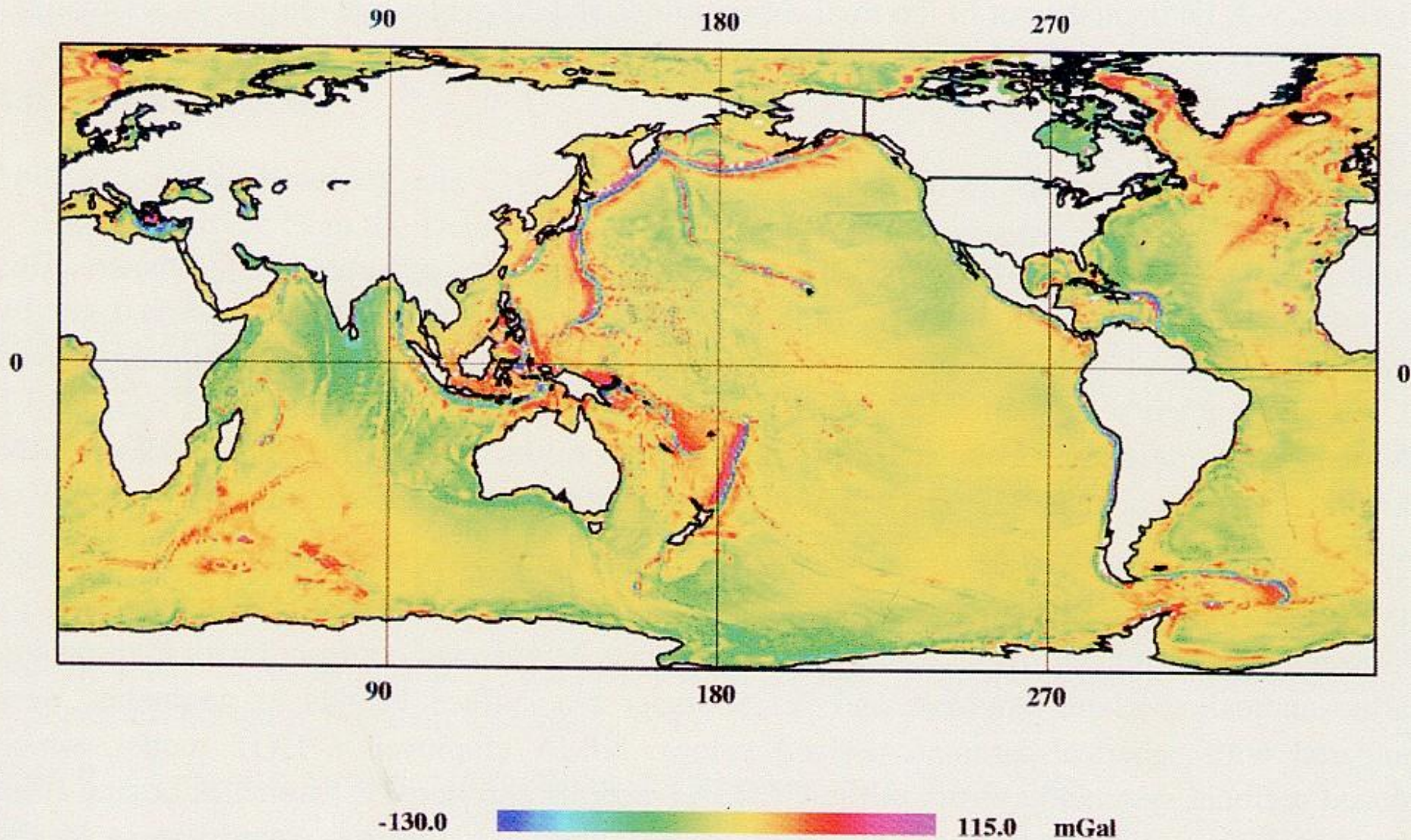
- Χάρτες με καμπύλες ίσων τιμών – άλλοι τρόποι απεικόνισης
- Χάρτες τοπικής, περιφερειακής, σφαιρικής (παγκόσμιας) κλίμακας
- Κλίμακες απεικόνισης
- Εθνικές και διεθνείς υπηρεσίες διαχείρισης τιμών βαρύτητας
- Εθνικές και διεθνείς τράπεζες δεδομένων τιμών βαρύτητας

ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ



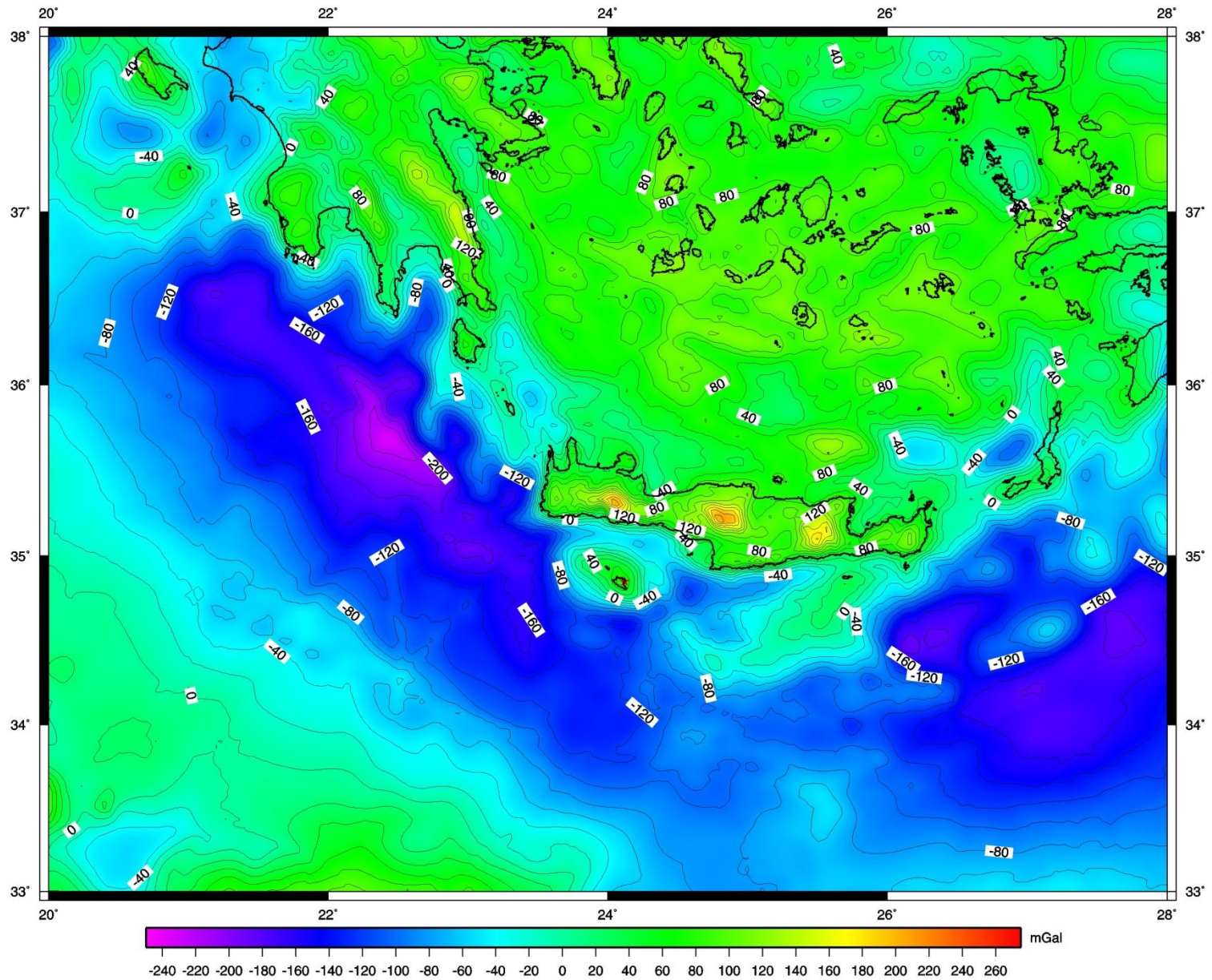
Εικόνα 11

ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΣΕ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΚΛΙΜΑΚΑ



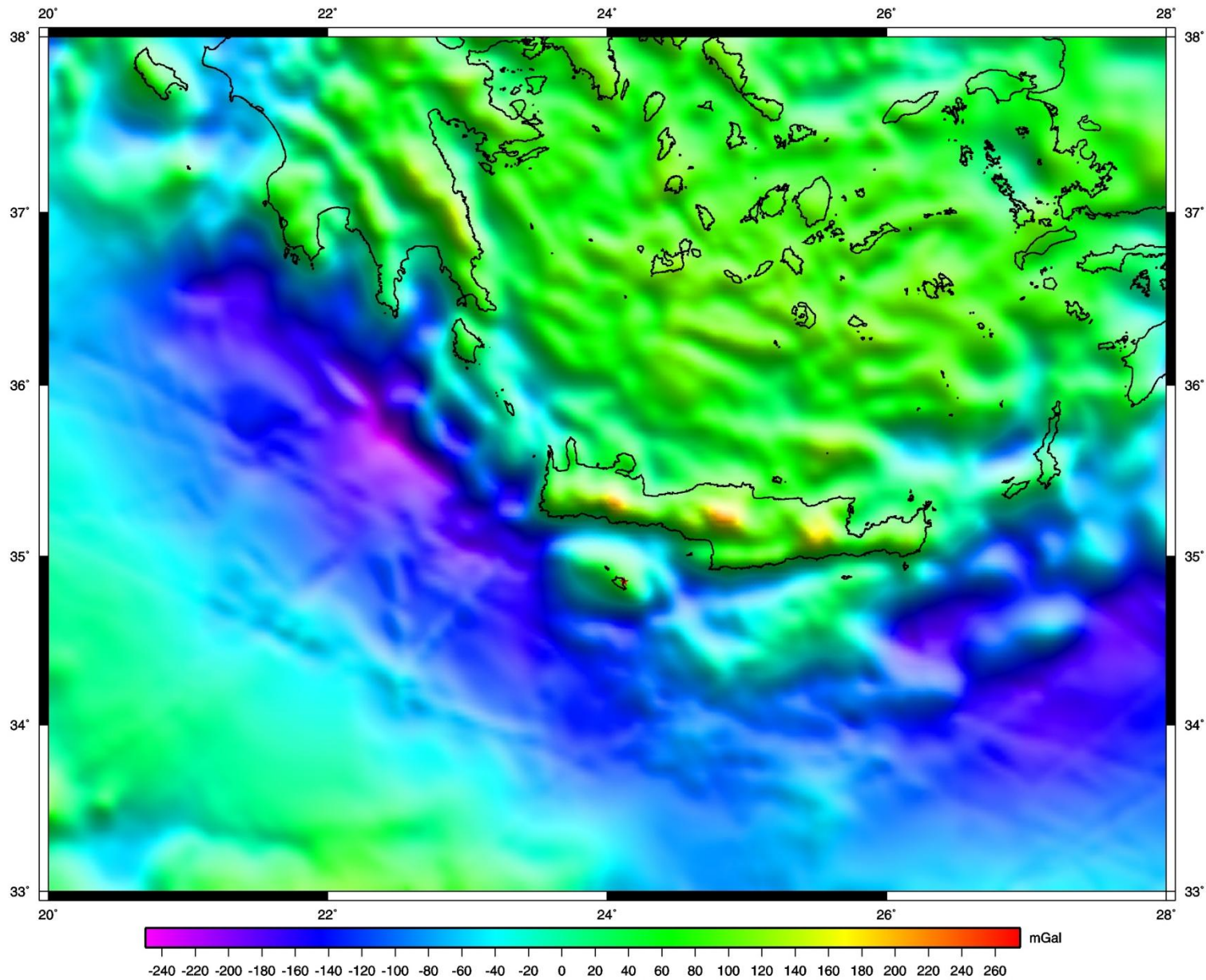
Εικόνα 12

ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ



Εικόνα 13

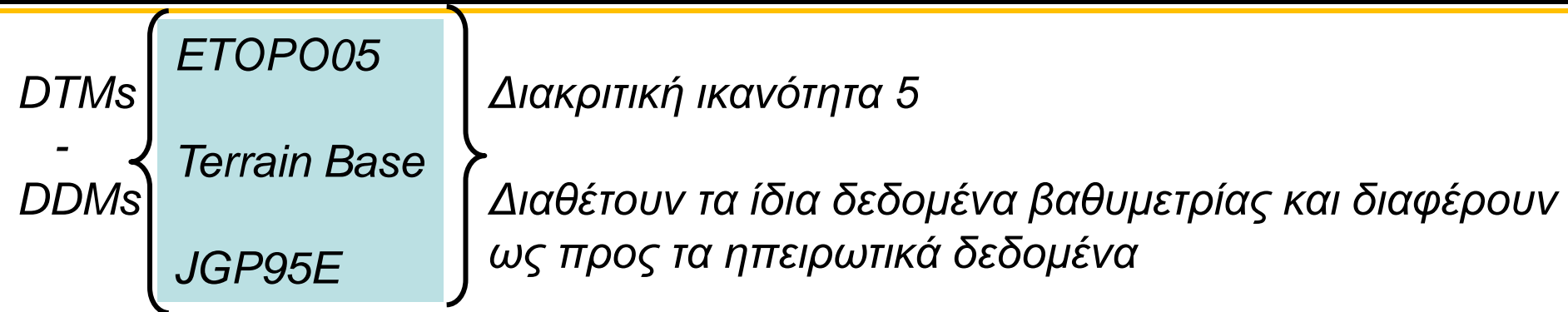
ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ



Εικόνα 14

- Παγκόσμια και εθνικά μοντέλα (πρότυπα) τοπογραφίας και βαθυμετρίας (DTMs, DDMs)
- Διακριτική ικανότητα και ακρίβεια
- Εθνικές και διεθνείς υπηρεσίες διαχείρισης DTMs/DDMs
- Εθνικές και διεθνείς τράπεζες δεδομένων τοπογραφίας και βαθυμετρίας

ΨΗΦΙΑΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ / ΒΑΘΥΜΕΤΡΙΑΣ



ETOPO02 → Διακριτική ικανότητα 5

GLOBE30 → Διακριτική ικανότητα 30''

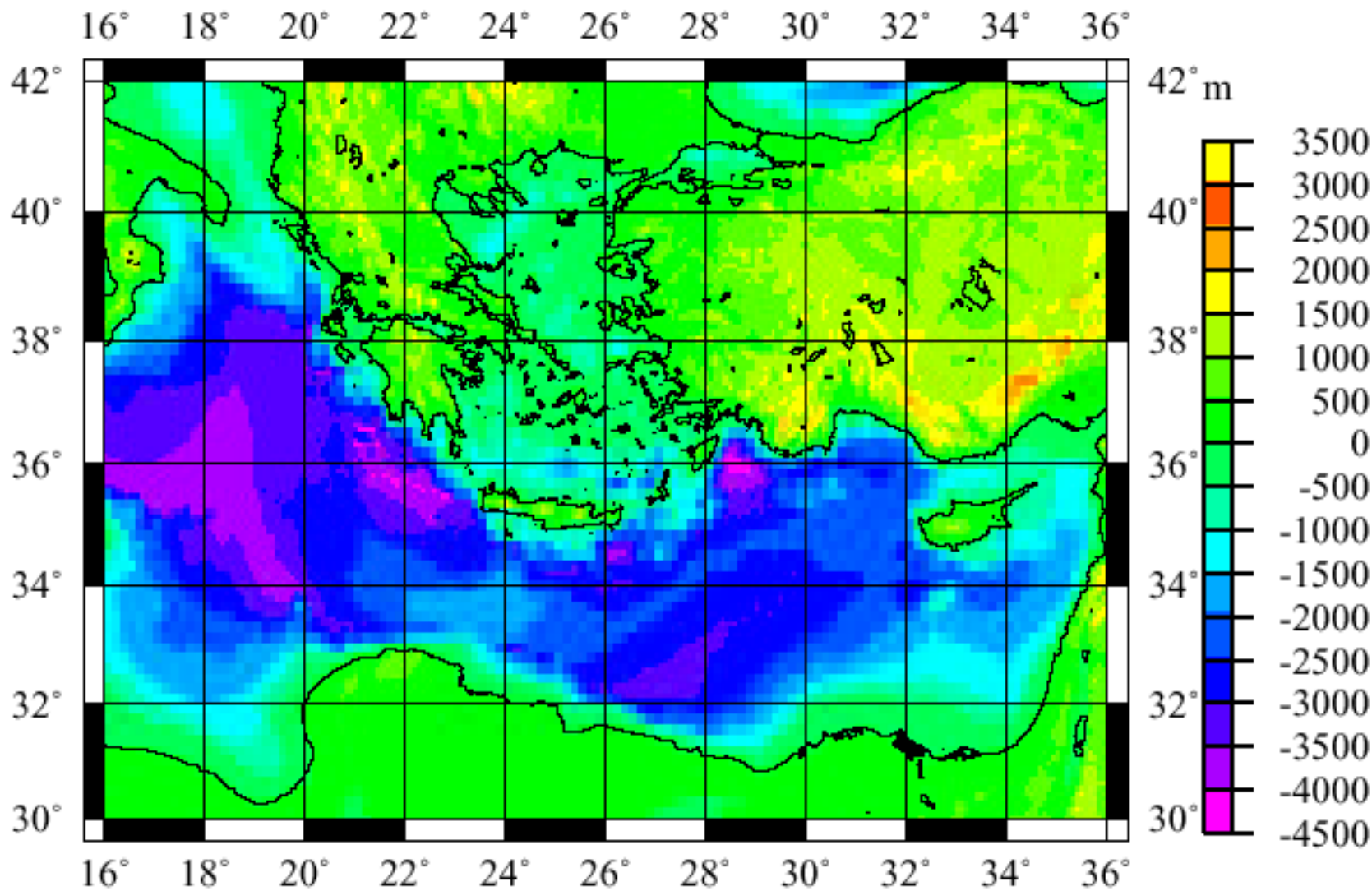
GTOPO30 → Διακριτική ικανότητα 30''

SRTM (Shuttle Radar Topographic Mission)

3'' ~ 90m διακριτική ικανότητα σε παγκόσμια κλίμακα για τις ηπειρωτικές εκτάσεις

Μοντέλα βαθυμετρίας για τις θαλάσσιες εκτάσεις σε παγκόσμια κλίμακα
από δεδομένα δορυφορικής αλτιμετρίας
Διακριτική ικανότητα 1' - 2''

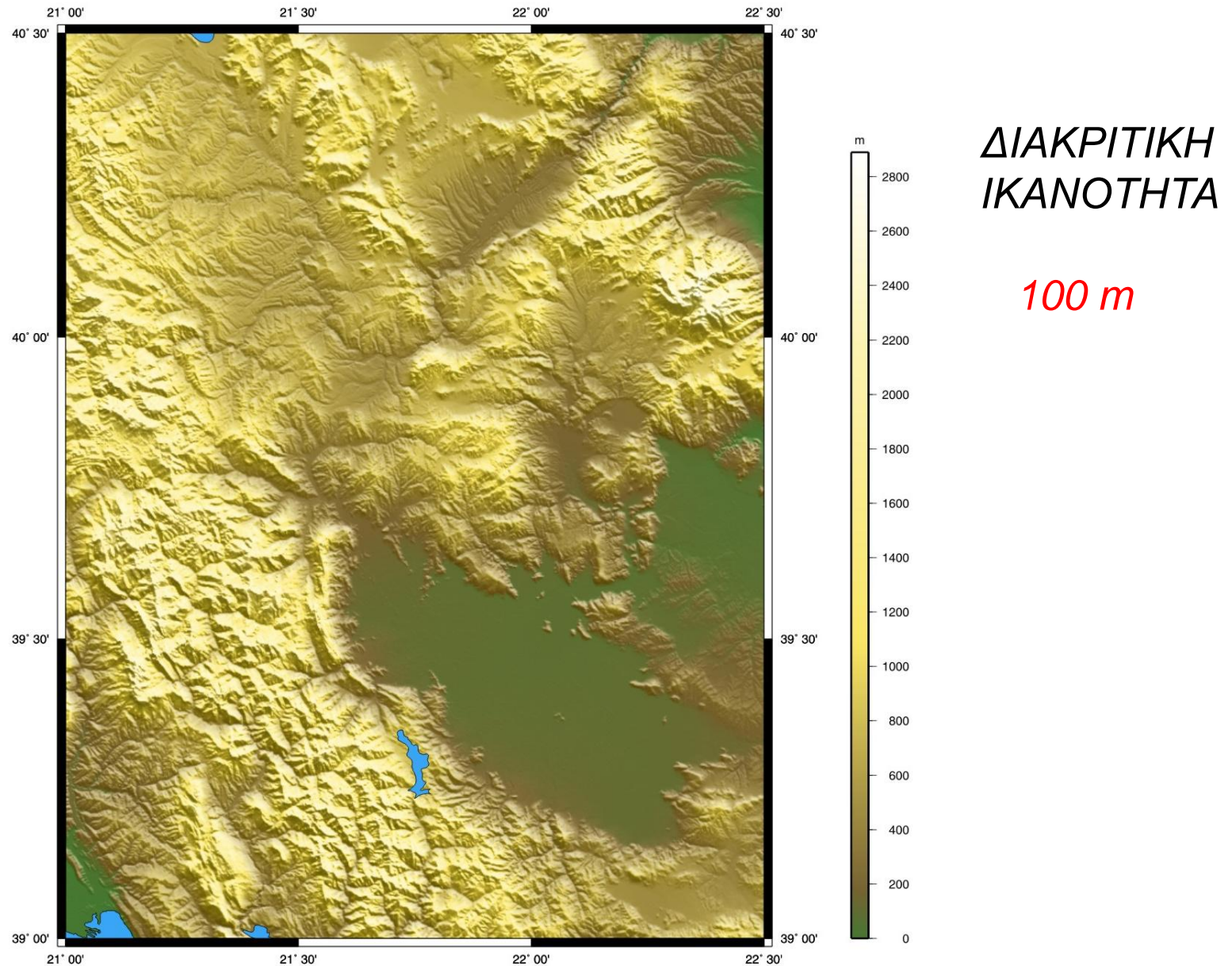
ΨΗΦΙΑΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ / ΒΑΘΥΜΕΤΡΙΑΣ



Εικόνα 15

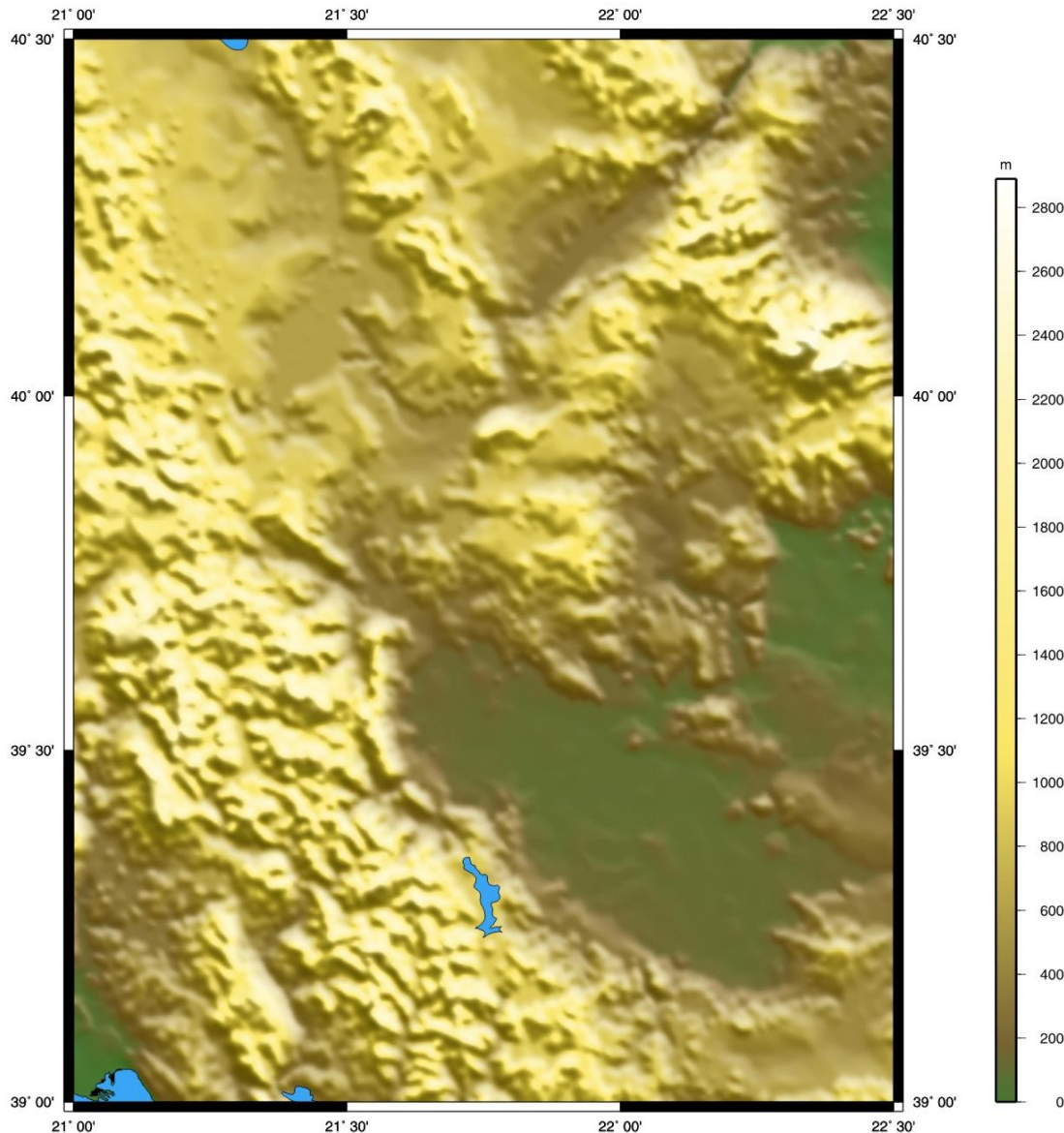
Μοντέλο JGP95E

ΨΗΦΙΑΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ / ΒΑΘΥΜΕΤΡΙΑΣ



Εικόνα 16

ΨΗΦΙΑΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ / ΒΑΘΥΜΕΤΡΙΑΣ



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ
ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

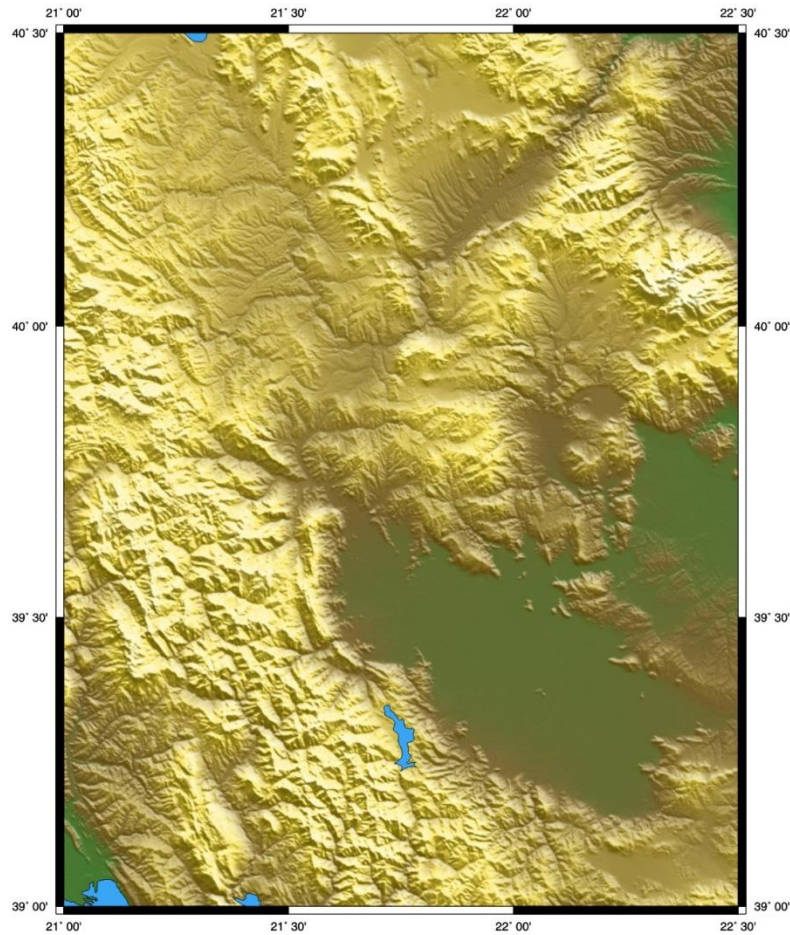
1000 m

Εικόνα 17

ΨΗΦΙΑΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ / ΒΑΘΥΜΕΤΡΙΑΣ

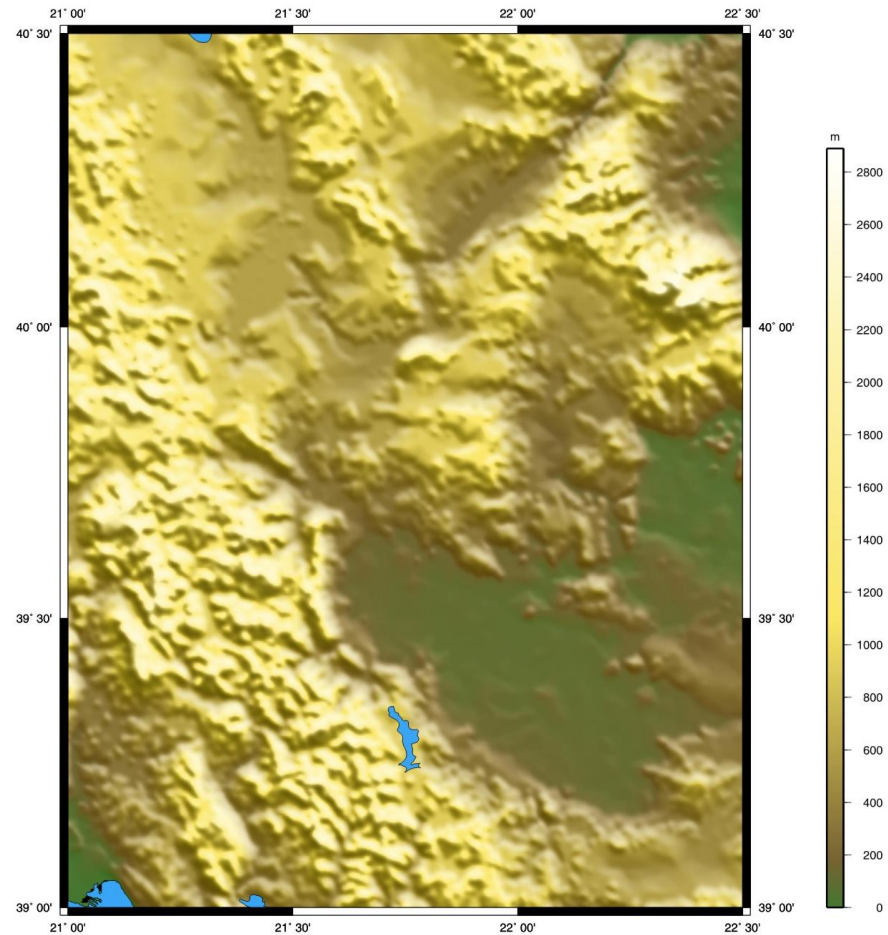
ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ
ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

100 m



ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ
ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ

1000 m



ΙΣΟΣΤΑΣΙΑ

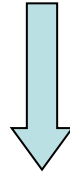
- Η πίεση στο εσωτερικό της Γης, πρακτικά υδροστατική, είναι συνέπεια των υπερκείμενων μαζών
- Οι θαλάσσιες μάζες ουσιαστικά συνιστούν έλλειμμα μάζας (πυκνότητα νερού μικρότερη αυτής των λιθοσφαιρικών μαζών)
- Η ανισοκατανομή λιθοσφαιρικών και υδάτινων μαζών θα αποτελούσε αιτία διαταραχής του υδροστατικού ισοζυγίου, αν οι μάζες δεν ήταν αντισταθμισμένες σε κάποιο βάθος στο εσωτερικό της Γης

➤ Η αντιστάθμιση αυτή των μαζών προκύπτει από τη μελέτη της συστηματικής συμπεριφοράς μεγεθών που συνδέονται με το πεδίο βαρύτητας (αποκλίσεις της κατακορύφου, υψόμετρα του γεωειδούς, κλπ)

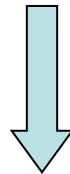


- Οι αποκλίσεις της κατακορύφου που υπολογίζονται από τις ορατές τοπογραφικές μάζες έχουν συστηματικά μεγαλύτερες τιμές από τις αποκλίσεις της κατακορύφου που υπολογίζονται με αστρογεωδαιτικές τιμές
- Οι ανωμαλίες Bouguer έχουν σε σφαιρική κλίμακα αρνητικές τιμές στις ηπείρους μέχρι (-200 mGal) και θετικές στις θαλάσσιες περιοχές (μέχρι 400 mGal)
- Οι ηπειρωτικές μάζες θα έπρεπε να προκαλούν διακυμάνσεις στο γεωειδές της τάξης των 1000m, ενώ οι πραγματικές διακυμάνσεις είναι της τάξης των 100m

Προσπάθεια ερμηνείας της αντιστάθμισης των μαζών



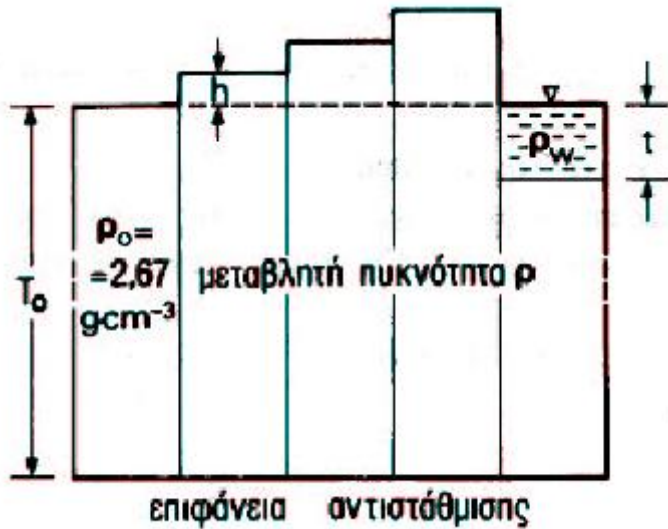
Θεωρία της ισοστασίας (isostasy)



Ισοστατικά μοντέλα

ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ – ΜΟΝΤΕΛΟ PRATT

Υπόθεση: Λιθόσφαιρα σταθερού πάχους και μεταβλητής πυκνότητας



Εικόνα 18

T_0 πάχος λιθόσφαιρας

Στήλη υψομέτρου $h=0$ έχει κανονική πυκνότητα ρ_0

Στις ηπειρωτικές εκτάσεις στήλες με $h>0$ έχουν πυκνότητα $\rho < \rho_0$

Στους ωκεανούς στήλες με $h<0$ έχουν πυκνότητα $\rho_w > \rho_0$

$$\rho \left(T_0 + h \right) = \rho_0 T_0$$

$$\rho_w t + \rho \left(T_0 - t \right) = \rho_0 T_0$$

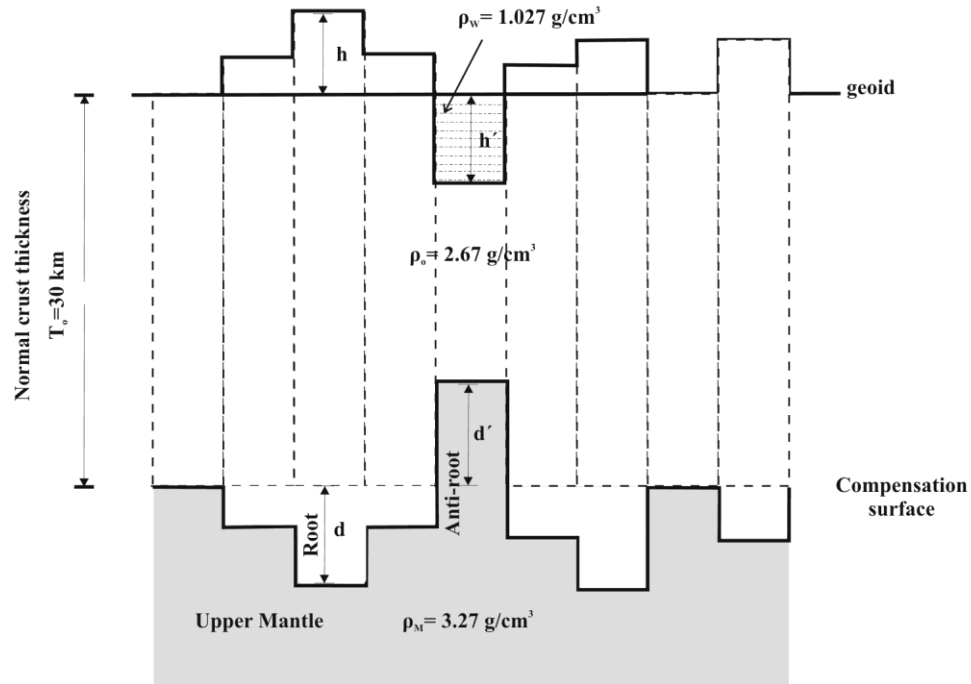
$$\rho_0 = 2.67 \text{ gcm}^{-3}$$

$$\rho_w = 1.027 \text{ gcm}^{-3}$$

$$\rho_{\text{ηπειρ.}} = 2.67 \frac{T_0}{T_0 + h}$$

$$\rho_{\text{ωκεαν.}} = \frac{2.67T_0 - 1.027t}{T_0 - t}$$

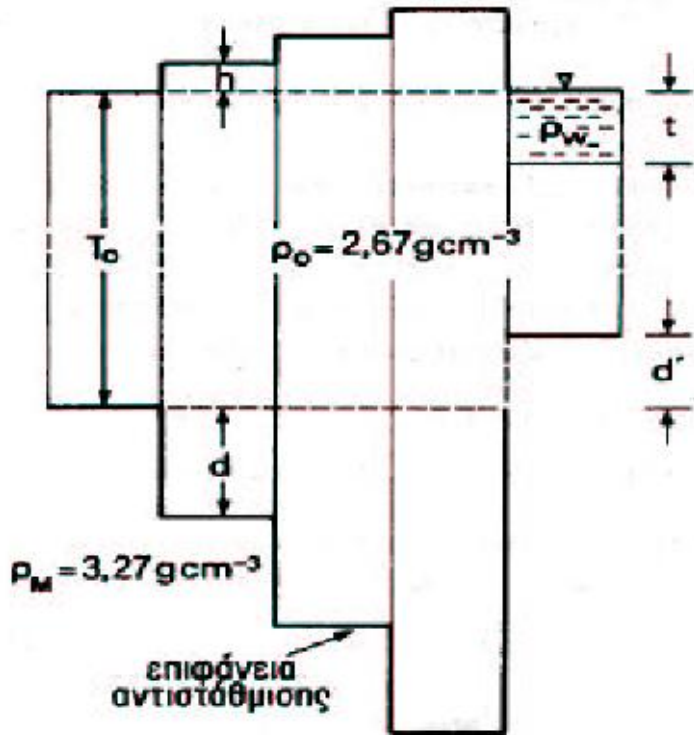
Υπόθεση: Λιθόσφαιρα μεταβλητού πάχους και σταθερής πυκνότητας



Εικόνα 19

ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ – ΜΟΝΤΕΛΟ AIRY

Υπόθεση: Λιθόσφαιρα μεταβλητού πάχους και σταθερής πυκνότητας



Εικόνα 20

Στήλη υψομέτρου $h=0$ αντιστοιχεί πάχος T_0

Στις ηπειρωτικές εκτάσεις στήλες μαζών εισχωρούν στον πυκνότερο μανδύα κατά πάχος (ρίζα) d

Στους ωκεανούς ο μανδύας εισχωρεί στη λιθόσφαιρα κατά d ώστε να υπάρχει υδροστατική ισορροπία

ρ_M πυκνότητα μανδύα

$$\rho_M - \rho_0 \cdot d = \rho_0 \cdot h$$

$$\rho_0 = 2.67 \text{ gcm}^{-3}$$

$$d = 4.45h \quad (\text{ηπειρωτικές εκτάσεις})$$

$$\rho_M - \rho_0 \cdot d' = \rho_0 - \rho_w \cdot t$$

$$\rho_M = 3.27 \text{ gcm}^{-3}$$

$$d' = 2.73t \quad (\text{ωκεάνιες εκτάσεις})$$

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ – ΒΑΘΗ ΜΟΗΟ

➤ Εκτίμηση του βάθους αντιστάθμισης

Αποτέλεσμα ισοστατικών αναγωγών στις ανωμαλίες της βαρύτητας (ανεξάρτητες του ύψους)

Ελάχιστες διαφορές ανάμεσα στις τοπογραφικές-ισοστατικές αποκλίσεις της κατακορύφου και τις αντίστοιχες αστρογεωδαιτικές

$T_0 \sim 117 \text{ km}$ (μοντέλο Pratt)

$T_0 \text{ 30-40 km}$ (μοντέλο Airy)

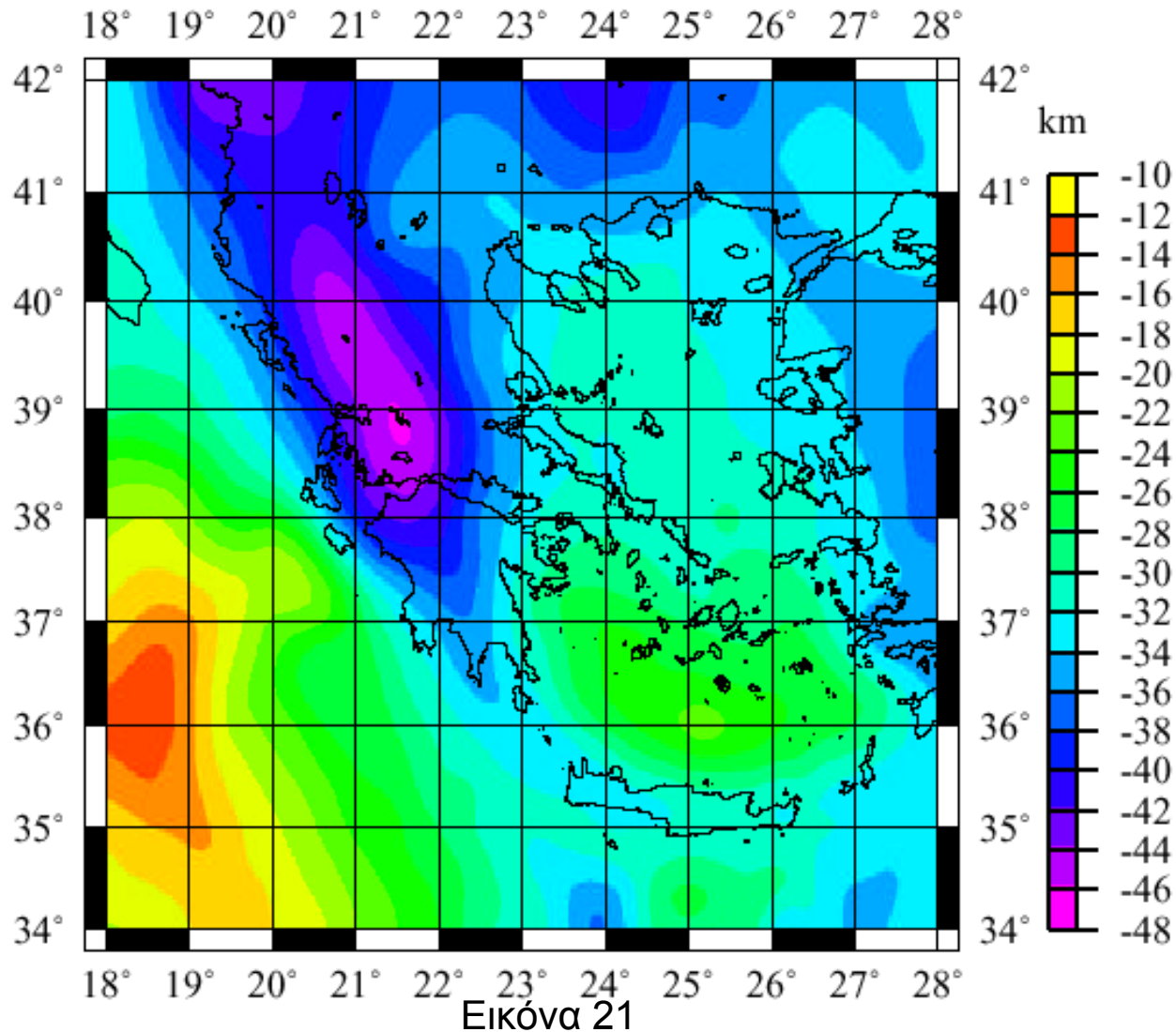


Συμφωνία με αποτελέσματα μικροσεισμικής έρευνας

Επιφάνεια αντιστάθμισης τοπογραφικών μαζών
ασυνέχεια Moho (βάθη Moho) - Mohorovicic – D
(επιφάνεια επαφής της λιθόσφαιρας με το μανδύα)

Εικρατέστερη η θεωρία του μοντέλου Airy

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ – ΒΑΘΗ ΜΟΘΟ



Μεγάλα βάθη αντιστάθμισης στην Πίνδο (~40km), μικρά βάθη στο νότιο Ιόνιο (~12km)

ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΓΩΓΗ – ΙΣΟΣΤΑΤΙΚΕΣ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ

Στις ισοστατικές ανωμαλίες της βαρύτητα οι τοπογραφικές μάζες χρησιμοποιούνται για την ομαλοποίηση της λιθόσφαιρας – λιθόσφαιρα σταθερού πάχους και σταθερής πυκνότητας

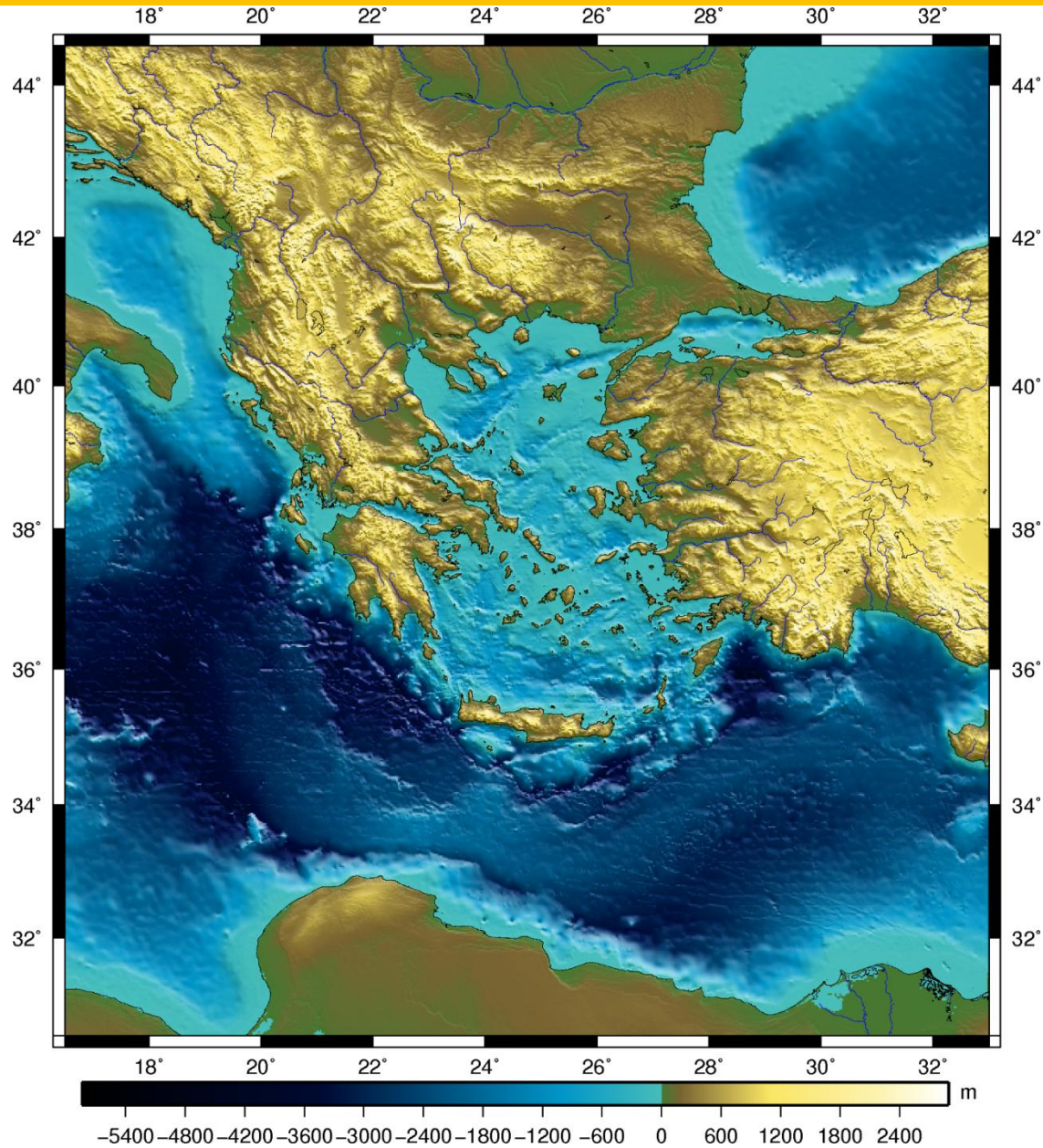
Η ισοστατική αναγωγή υπολογίζεται δg_i από τους ίδιους ολοκληρωματικούς τύπους όπως και η τοπογραφική αναγωγή αντικαθιστώντας κατάλληλα τα όρια ολοκλήρωσης και τις τιμές της πυκνότητας

Ισοστατική ανωμαλία της βαρύτητας
(αναγωγή Bouguer + ισοστατική αναγωγή)

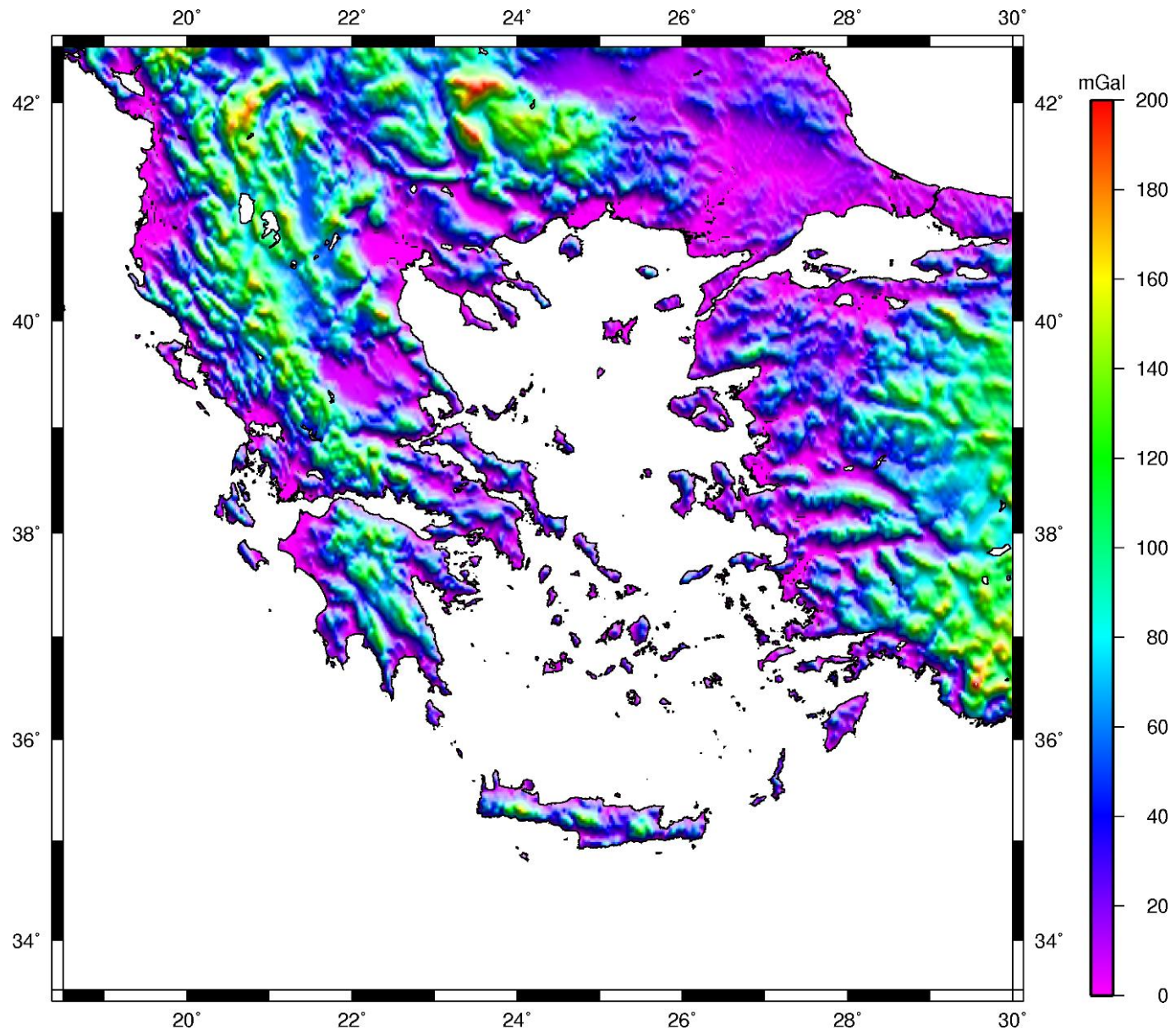
$$\Delta g_i = \Delta g_B + \delta g_i = g + \delta g_F - \delta g_T + \delta g_i - \gamma_0$$

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ

Εικόνα 22



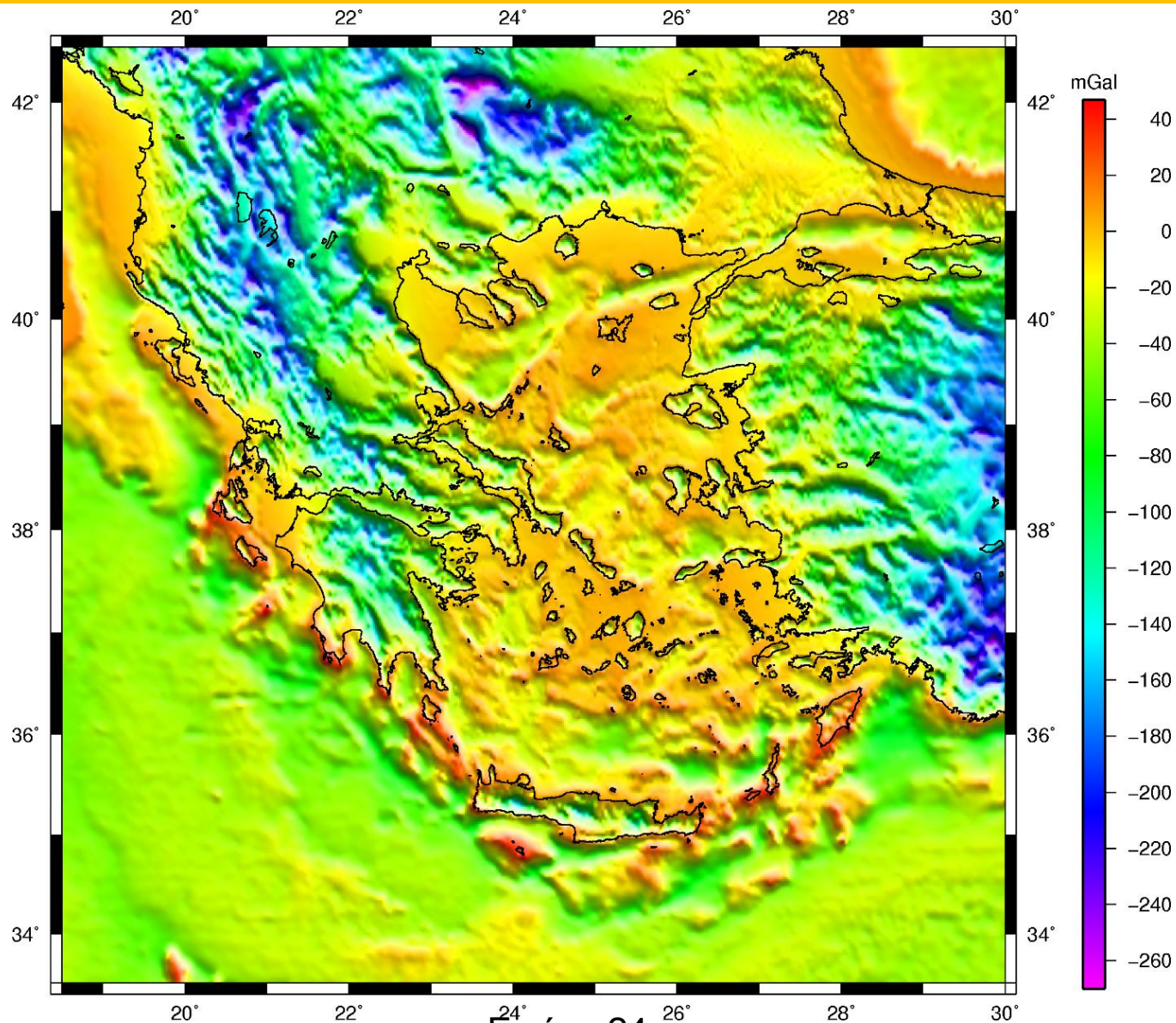
ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ



Εικόνα 23

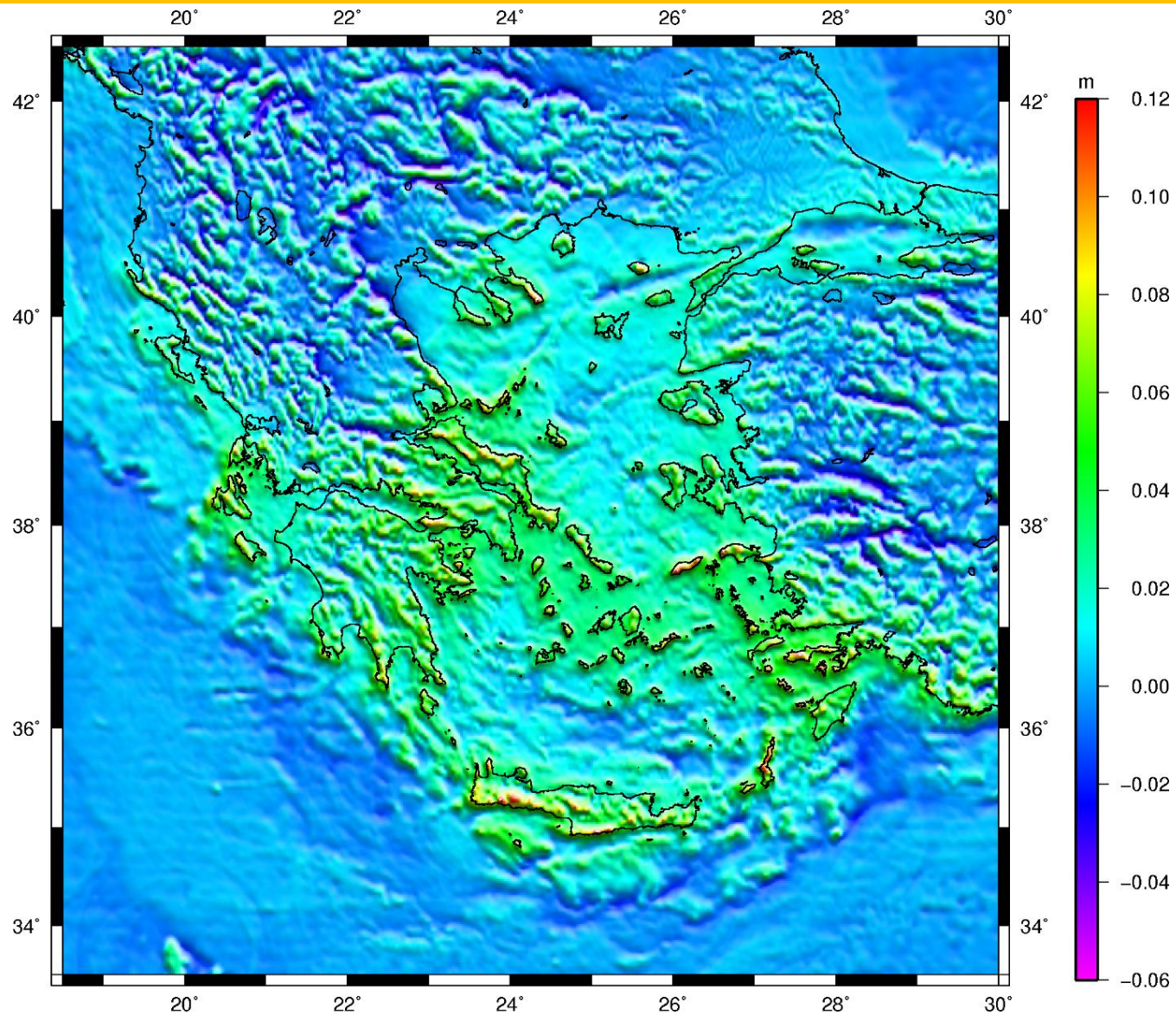
Διόρθωση τοπογραφικού αναγλύφου

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ



Εικόνα 24
Ισοστατική αναγωγή

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ



Εικόνα 25

RTM επίδραση στα υψόμετρα του γεωειδούς

Άσκηση 1

Στο σημείο P με συντεταγμένες $\varphi = 40.6365^\circ$, $\lambda = 22.9175^\circ$, η τιμή της βαρύτητας είναι $980126.631 \times 10^{-5} \text{m s}^{-2}$. Το υψόμετρο του σημείου είναι $H = 1000\text{m}$.

1. Να υπολογιστεί η τιμή της ανωμαλίας ελεύθερου αέρα στο σημείο P
2. Να υπολογιστεί η απλή ανωμαλία Bouguer της βαρύτητας στο σημείο P , εάν η τιμή της πυκνότητας των τοπογραφικών μαζών είναι $\rho = 2,670 \text{kg m}^{-3}$
3. Εάν η τοπογραφική αναγωγή στο σημείο P είναι $115.245 \times 10^{-5} \text{m s}^{-2}$, να υπολογιστεί η πλήρης ανωμαλία Bouguer της βαρύτητας στο P .

Ως κανονικό πεδίο αναφοράς να χρησιμοποιηθεί το GRS80.

1. Ανωμαλία ελεύθερου αέρα

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma_0$$

$$\gamma_0 = 9.78032677 \frac{1 + 0.001931851353 \sin^2 \varphi}{\left(-0.006694380229 \sin^2 \varphi \right)^{1/2}} \text{ ms}^{-2} = 980226631 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

$$\delta g_F = -\frac{\partial g}{\partial H} H \cong 0.3086 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2} = 308.6 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

$$\Delta g_F = 980126631 - 980226631 + 308.600 = 208.600 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

2. Απλή ανωμαλία Bouguer

$$\Delta g_B = g - \gamma_0 + \delta g_F - \delta g_P = \Delta g_F - \delta g_P$$

$$\delta g_P = 2\pi G \rho H_P = 0.0419 \times 10^{-2} \rho H_P \left(\text{ms}^{-2} \right) \quad \rho = 2,67 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\delta g_P = 0.1119 \times 10^{-5} H_P \left(\text{ms}^{-2} \right)$$

$$\delta g_P = 111.873 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

$$\Delta g_B = 96.727 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

3. Πλήρης ανωμαλία Bouguer

$$\Delta g_B = g - \gamma_0 + \delta g_F - \delta g_T$$

$$\Delta g_B = 93.355 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

Άσκηση 2

Στο σημείο P με συντεταγμένες $\varphi = 40.6365^\circ$, $\lambda = 22.9175^\circ$, η τιμή της ανωμαλίας ελεύθερου αέρα στο σύστημα GRS67 είναι ίση προς $209.531 \times 10^{-5} \text{m s}^{-2}$ και η απλή ανωμαλία Bouguer $100.565 \times 10^{-5} \text{m s}^{-2}$. Να υπολογιστεί η ανωμαλία ελεύθερου αέρα και η ανωμαλία Bouguer στο σημείο P , στο GRS80.

$$\Delta g_F^{GRS67} = g - \gamma_0^{GRS67} + \delta g_F$$

$$\Delta g_F^{GRS80} = g - \gamma_0^{GRS80} + \delta g_F$$

Αφαίρεση κατά μέλη

$$\Delta g_F^{GRS80} = \Delta g_F^{GRS67} + \gamma_0^{GRS67} - \gamma_0^{GRS80}$$

$$\gamma_0^{GRS67} = 980225.700 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

$$\gamma_0^{GRS80} = 980226631 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

$$\Delta g_F^{GRS80} = 209.531 + 980225.700 - 980226.631 = 208.700 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

$$\Delta g_B^{GRS67} = g - \gamma_0^{GRS67} + \delta g_F - \delta g_P$$

$$\Delta g_B^{GRS80} = g - \gamma_0^{GRS80} + \delta g_F - \delta g_P$$

Αφαίρεση κατά μέλη

$$\Delta g_B^{GRS80} = \Delta g_B^{GRS67} + \gamma_0^{GRS67} - \gamma_0^{GRS80}$$

$$\Delta g_B^{GRS80} = 100.565 + 980225.700 - 980226.631 = 99.634 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

Άσκηση 3

Σε ένα χάρτη απλής ανωμαλίας Bouguer ο οποίος αναφέρεται στο GRS67 η τιμή της ανωμαλίας στο σημείο P με συντεταγμένες $\varphi = 40.6365^\circ$, $\lambda = 22.9175^\circ$ και υψόμετρο 1000 m είναι $100.000 \times 10^{-5} \text{m s}^{-2}$. Από πρόσφατες μετρήσεις η τιμή της ανωμαλίας ελεύθερου αέρα στο σύστημα GRS80 έχει βρεθεί ίση προς $208.700 \times 10^{-5} \text{m s}^{-2}$. Να ελεγχθεί η ακρίβεια του χάρτη. Στο υπόμνημά του αναφέρεται ότι για την πυκνότητα χρησιμοποιήθηκε η τιμή $\rho = 2,650 \text{kg m}^{-3}$.

$$\delta g_P = 2\pi G \rho H_P = 0.0419 \times 10^{-2} \rho H_P \left(\mu s^{-2} \right) \quad \rho = 2,67 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\delta g_P = 0.1119 \times 10^{-5} H_P \left(ms^{-2} \right)$$

$$\delta g_P = 111.873 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

$$\Delta g_B = g - \gamma_0 + \delta g_F - \delta g_P = \Delta g_F - \delta g_P \quad \longrightarrow \quad \Delta g_F = \Delta g_B + \delta g_P$$

$$\Delta g_F = 211.873 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2} \quad (\text{στο GRS67})$$

$$\Delta g_F = 210.942 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2} \quad \text{Μετατροπή στο GRS80 όπως στην άσκηση 2}$$

$$\text{Συγκρινόμενη με την τιμή} \quad \Delta g_F = 208.7 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2} \quad \text{διαφέρει κατά} \quad 2.242 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$



Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας - 4^ο Εξάμηνο Ακαδημαϊκό Έτος 2012-2013

Θέμα στο μάθημα: Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας

1. Δίνεται ένα σύνολο 16 τιμών της έντασης της βαρύτητας (g^{GRS80}), οι οποίες αναφέρονται στο σύστημα αναφοράς GRS80 και στο σύστημα βαρύτητας IGSN71. Οι τιμές αυτές αναφέρονται επίσης στις κορυφές ενός πλέγματος ισοδιάστασης $2arcmin$. Το αρχείο δεδομένων (data.xls) περιέχει τα παρακάτω στοιχεία

$$\alpha/\alpha \text{ σημείου}, \varphi (^{\circ}), \lambda (^{\circ}), g^{GRS80} (mGal), H (m), dg^{EGM08} (mGal), dg^{GOCO02s} (mGal), dg^{EIGEN6C2} (mGal) \\ n=250, dg^{EIGEN6C2} (mGal) n=1949, dg^{RTM} (mGal), N^{EGM08} (m), N^{RTM} (m)$$

όπου: α/α σημείου είναι ο κωδικός του σημείου

$\varphi (^{\circ})$ είναι το γεωδαιτικό πλάτος του σημείου

$\lambda (^{\circ})$ είναι το γεωδαιτικό μήκος του σημείου

$g^{GRS80} (mGal)$ είναι η τιμή της έντασης της βαρύτητας στο GRS80 σε mGal

$H (m)$ είναι το ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου

$dg^{EGM08} (mGal)$ είναι η συνεισφορά του μοντέλου EGM08 στις ανωμαλίες της βαρύτητας σε mGal

$dg^{GOCO02s} (mGal)$ είναι η συνεισφορά του μοντέλου GOCO02s στις ανωμαλίες της βαρύτητας σε mGal

$dg^{EIGEN6C2} (mGal) n=250$ είναι η συνεισφορά του μοντέλου EIGEN6C2 για βαθμό ανάπτυξης $n=250$ στις ανωμαλίες της βαρύτητας σε mGal

$dg^{EIGEN6C2} (mGal) n=1949$ είναι η συνεισφορά του μοντέλου EIGEN6C2 για βαθμό ανάπτυξης $n=1949$ στις ανωμαλίες της βαρύτητας σε mGal

$dg^{RTM} (mGal)$ είναι η συνεισφορά του μοντέλου της υπολειπόμενης τοπογραφίας στις ανωμαλίες της βαρύτητας σε mGal

$N^{EGM08} (m)$ είναι η συνεισφορά του μοντέλου EGM08 στα υψόμετρα του γεωειδούς σε m

$N^{RTM} (m)$ είναι η συνεισφορά του μοντέλου της υπολειπόμενης τοπογραφίας στα υψόμετρα του γεωειδούς σε m

- α) Να υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές της κανονικής βαρύτητας στο GRS80 (γ^{GRS80}) για τα σημεία που δίνονται.

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (II)

α/α	ϕ	λ	g	H	dg(EGM08)	dg(GOCO02s)	dg(EIGEN6C) n=250	dg(EIGEN6C) n=1949	dg(RTM)	N(EGM08)	N(RTM)
1	40.000000	22.000000	979968.240684696	833	57.561	35.446	36.692	65.699	0.900	39.924	-0.011
2	40.033333	22.000000	979958.294329865	900	68.936	36.680	38.197	78.929	-2.831	40.257	-0.010
3	40.066667	22.000000	979964.315595190	881	76.778	37.957	39.735	84.879	-15.006	40.587	-0.013
4	40.100000	22.000000	979973.554076660	844	69.658	39.256	41.28	80.686	-15.126	40.628	-0.010
5	40.000000	22.033333	979991.732884696	725	50.676	35.369	36.596	55.427	2.500	39.944	-0.009
6	40.033333	22.033333	979963.415029865	880	65.376	36.509	38.007	68.236	4.192	40.256	-0.009
7	40.066667	22.033333	979974.505795190	828	72.057	37.720	39.488	78.714	-9.915	40.559	-0.005
8	40.100000	22.033333	980077.116476660	485	74.780	39.028	41.069	86.637	-19.943	40.748	-0.001
9	40.000000	22.066667	980025.810784696	572	38.534	35.282	36.486	39.577	3.207	39.942	0.004
10	40.033333	22.066667	980002.179429865	689	50.087	36.359	37.842	49.782	3.456	40.252	0.008
11	40.066667	22.066667	979978.852895190	798	62.329	37.463	39.213	63.185	0.556	40.523	0.005
12	40.100000	22.066667	979916.149976660	1095	74.039	38.541	40.533	78.128	11.573	40.841	0.001
13	40.000000	22.100000	980034.623584696	508	25.925	35.159	36.329	22.905	0.599	39.942	0.014
14	40.033333	22.100000	980037.467429864	513	33.854	36.187	37.647	28.024	-3.149	40.217	0.028
15	40.066667	22.100000	980028.308995190	572	51.267	37.234	38.972	43.877	-11.258	40.455	0.009
16	40.100000	22.100000	979956.337376660	939	70.721	38.236	40.221	70.275	3.969	40.921	0.020

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (III)

- γ) Να υπολογίσετε την αναγωγή ελευθέρου αέρα για τα σημεία που δίνονται και στη συνέχεια τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα. Να απεικονίσετε σε κατάλληλο γράφημα και τα δύο πεδία που προκύπτουν.

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (IV)

Αναγωγή μέσω κατακόρυφης βαρυτοβαθμίδας
(gravity vertical gradient)

$$\frac{\partial g}{\partial H}$$

κατακόρυφη
βαρυτοβαθμίδα

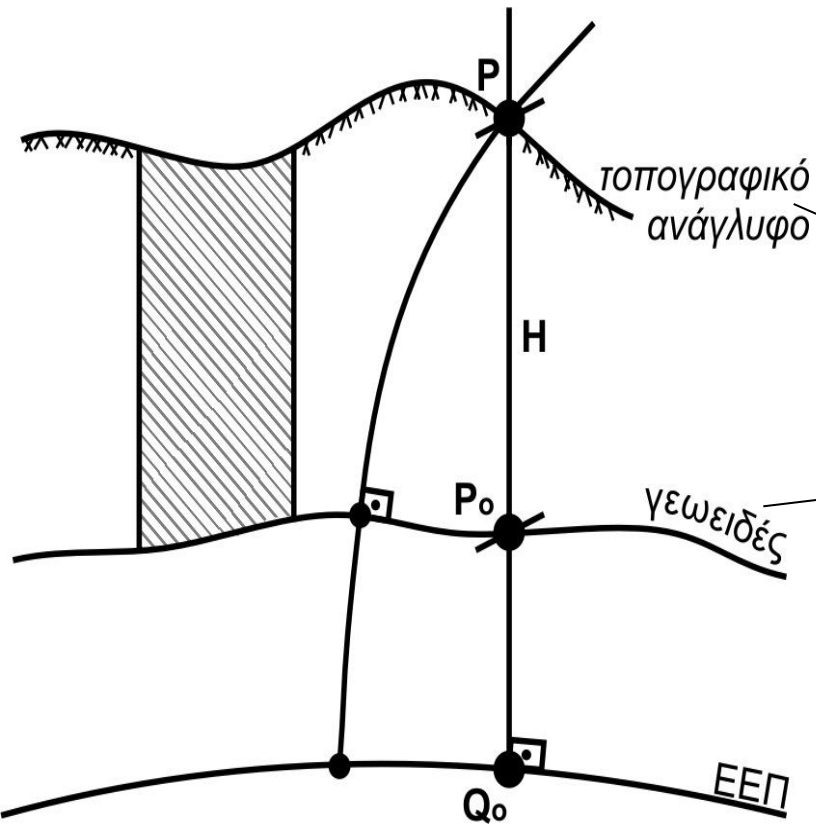
$$g_0 = g + \frac{\partial g}{\partial H} H$$

Αναγωγή ελεύθερου αέρα (free-air reduction)

$$\delta g_F = \frac{\partial g}{\partial H} H$$

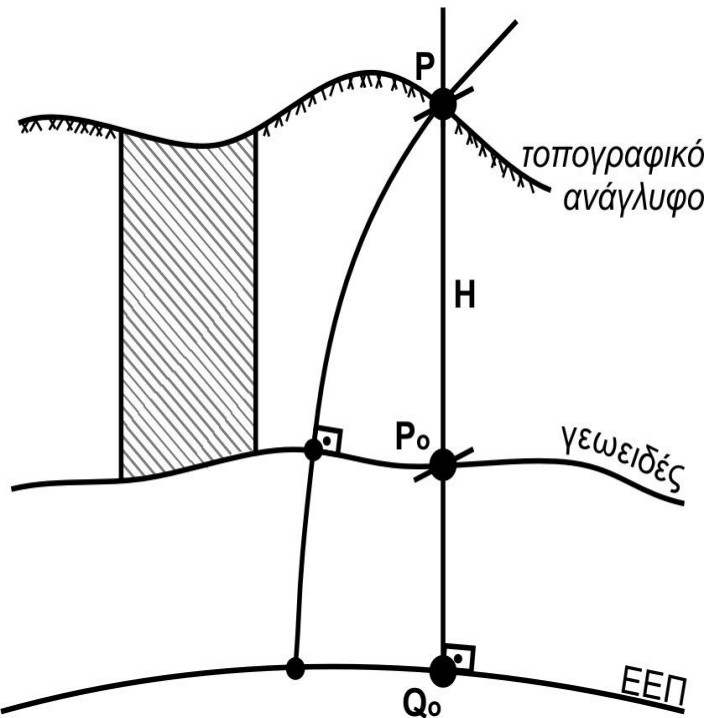
$$\approx 0.3086 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2} / \text{m}$$

$$\rho = 45^{\circ}$$



ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (V)

Αναγωγή ελεύθερου αέρα



$$\delta g_F = -\frac{\partial g}{\partial H} H \approx 0.3086 \times 10^{-5} \text{ (ms}^{-2} / \text{m H (n))}$$

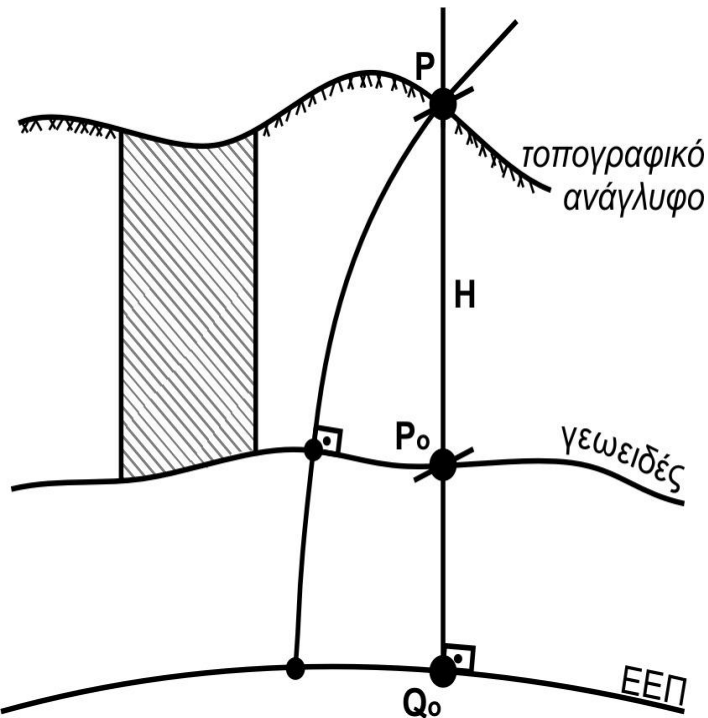
Ανωμαλία ελεύθερου αέρα

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma_0$$

- Η αναγωγή ελεύθερου αέρα αντιστοιχεί σε μία παράλληλη μετατόπιση ή συμπύκνωση των τοπογραφικών μαζών επί του γεωειδούς
- Η αναγωγή ελεύθερου αέρα δίνει κατά προσέγγιση οριακές τιμές επί του γεωειδούς και η έμμεση επίδραση (*indirect effect*) διατηρείται μικρή (κάτω από μερικά μέτρα)

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (VI)

Αναγωγή ελεύθερου αέρα



$$\delta g_F = -\frac{\partial g}{\partial H} H \approx 0.3086 \times 10^{-5} \text{ (ns}^{-2} / \text{m H (n))}$$

Ανωμαλία ελεύθερου αέρα

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma_0$$

➤ Οπότε για κάθε ένα από τα 16 σημεία υπολογίζουμε την αναγωγή ελευθέρου αέρα δg_f

➤ Και στη συνέχεια την ανωμαλία ελευθέρου αέρα βάσει της αναγωγής δg_f και της τιμής της κανονικής βαρύτητας που υπολογίστηκε στο ερώτημα α)

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (VII)

- Στην ιστοσελίδα του μαθήματος υπάρχει διαθέσιμο πρόγραμμα στο Matlab για τη σχεδίαση των πεδίων και τον υπολογισμό των στατιστικών

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (VIII)



ΤΜΗΜΑ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας - 4^ο Εξάμηνο
Introduction to Earth's Gravity Field - 4th Semester

Οδηγίες-Ασκήσεις-Θέμα

Ανακοινώσεις

Προδιαγραφές μαθήματος

Θέμα Εξαμήνου

Δεδομένα Θέματος και σε **ASCII** μορφή.

Παρουσιάσεις μαθημάτων Ακαδημαϊκού Έτους 2012-2013

Οι παρουσιάσεις των μαθημάτων δίνονται σε μορφή pdf (Portable Document Format)

Παρουσίαση 1ου μαθήματος (Εισαγωγή στο αντικείμενο του μαθήματος, αναλυτικό πρόγραμμα μαθημάτων, ηλεκτρονική σελίδα, περιγραφή θέματος εξαμήνου. Δορυφορική γεωδαισία και παρακολούθηση του πεδίου βαρύτητας με επίγειες και διαστημικές μεθόδους, ανωμαλίες βαρύτητας και υψόμετρα γεωειδούς).

Παρουσίαση 2ου μαθήματος (Εισαγωγή στο αντικείμενο του μαθήματος, μετρητικές διατάξεις, μονάδες μέτρησης, δύναμη έλξης και ελκτικό δυναμικό, φυγόκεντρος δύναμη και φυγόκεντρο δυναμικό, γεωδαπικό σύστημα αναφοράς, συστήματα υψών, ΤΣΑ βαρύτητας, Νευτώνιο πεδίο έλξης, δυναμικό της βαρύτητας, θεώρημα Gauss, γεωμετρία του πεδίου βαρύτητας, χωρασταθμικές επιφάνειες, κανονικό πεδίο βαρύτητας και κανονικό δυναμικό, συστήματα αναφοράς της βαρύτητας, θέμα εξαμήνου).

Παρουσίαση 3ου μαθήματος (Συστήματα υψών στο πεδίο βαρύτητας. Κανονικά και ορθομετρικά, γεωειδές και σχεδόν γεωειδές, τελλευροειδές, γεωμετρικά υψόμετρα, προβολές Rizzetti και Helmert, ΜΣΘ).

Κώδικας Matlab

(Περιλαμβάνει *m-files* που είναι χρήσιμα για το θέμα εξαμήνου σε συνδυασμό με το έτοιμα *m-files* από τη σελίδα του μαθήματος *Σήματα και Φασματικές Μέθοδοι στη Γεωπληροφορική*)

read_data.m (Πρόγραμμα που διαβάζει τα δεδομένα του θέματος, υπολογίζει στατιστικά (μέγιστη, ελάχιστη, μέση τιμή και τυπική απόκλιση) και δημιουργεί 3D-γραφήματα)

fftstokes.m (Πρόγραμμα για τον υπολογισμό υψομετρών του γεωειδούς από ανωμαλίες βαρύτητας με φασματικές μεθόδους μέσω FFT και δημιουργία 3D-γραφημάτων)

On-line Δικτυακά μαθήματα για το Matlab από το Κέντρο Υποστήριξης Εκπαίδευσης (ΚΥΠΕ) ΑΠΘ

Μάθημα 1 (Περιβάλλον εργασίας Matlab, εκφράσεις, μεταβλητές και σταθερές)

Μάθημα 2 (Διανύσματα, πίνακες, αλφαριθμητικά στοιχεία, συστοιχίες πινάκων)

Μάθημα 3 (Στοιχειώδεις συναρτήσεις και έλεγχος ροής εντολών)

Μάθημα 4 (M-files: δημιουργία και ορισμός συναρτήσεων)

Μάθημα 5 (Γραφικές παραστάσεις, έλεγχος και μορφοποίηση διαγραμμάτων)

Μάθημα 6 (Συμβολικές εκφράσεις, ρητές παραστάσεις και απλοποίηση, σειρές, παραγωγή, ολοκλήρωση, επίλυση εξισώσεων)

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (IX)

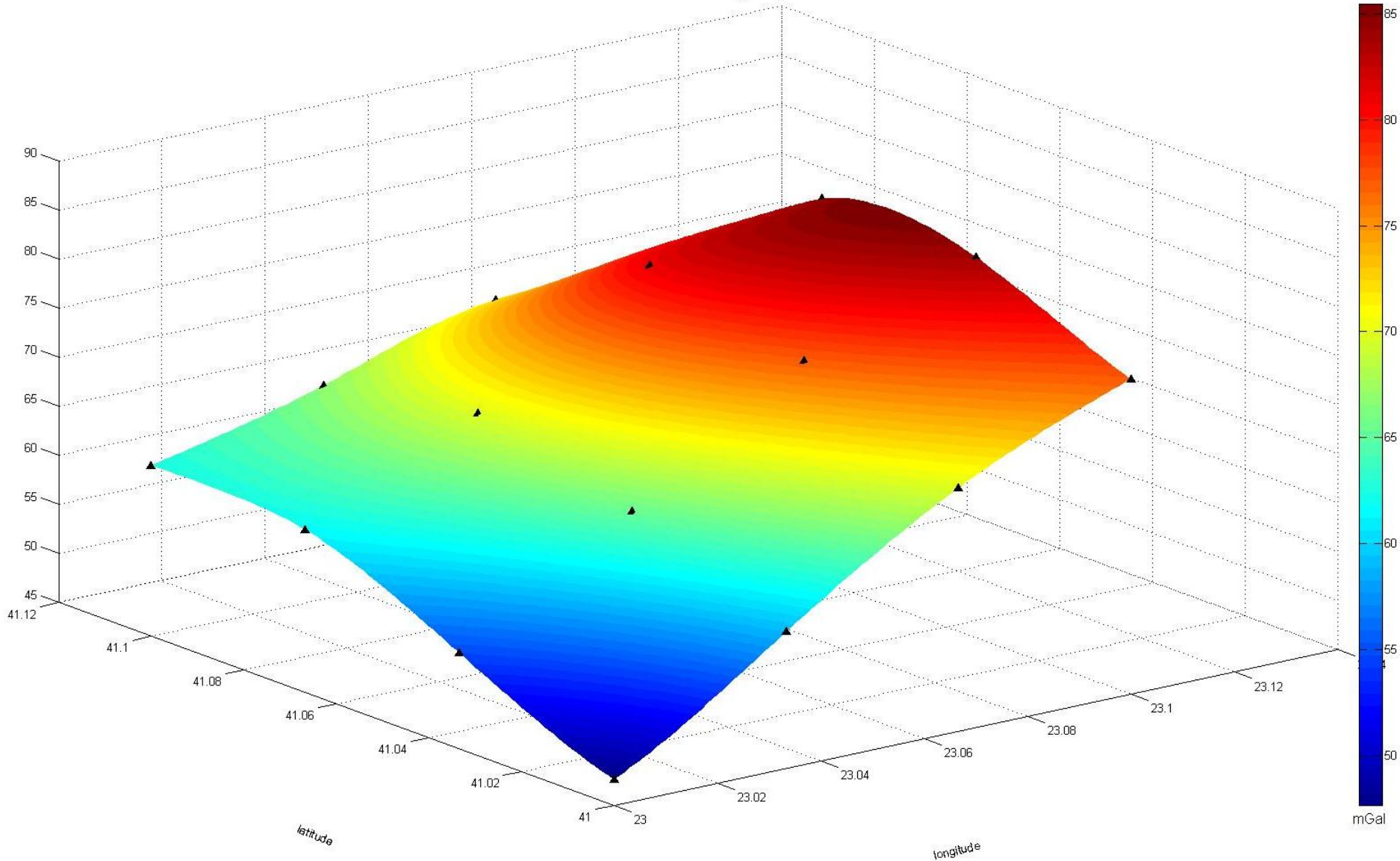
```
%-----  
% Compute the data statistics  
%  
%results printed on screen  
fprintf(1,'The statistics of the input dg(EGM08) are \n');  
fprintf(1,'-----\n');  
fprintf(1,'\n');  
  
fprintf(1,'max=%6.3f min=%6.3f mean=%6.3f  
std=%6.3f\n',max(dg_EGM),min(dg_EGM),mean(dg_EGM),std(dg_EGM)  
);  
  
%  
% finish with statistics  
%-----  
%
```

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (X)

```
% Make some plots
phigrid=(min(phi):0.001:max(phi))';
dla grid=(min(dla):0.001:max(dla))';
[DLAI,PHI] = meshgrid(dla grid,phigrid);
DG_EGM = griddata(dla,phi,dg_EGM,DLAI,PHI,'v4');
%
% Use surf to do the plot
surf(DLAI,PHI,DG_EGM), hold
shading interp
%
% place the data points if you wish
plot3(dla,phi,dg_EGM,'^','MarkerEdgeColor','k',...
      'MarkerFaceColor','k','MarkerSize',6), hold off
% axis labels
xlabel('longitude','Rotation',12)
ylabel('latitude','Rotation',338)
% create colorbar
h= colorbar;
set(get(h,'xlabel'),'String', 'mGal', 'Rotation', 0,'FontSize',12)
title('Plot of EGM08 contribution to gravity anomalies','FontWeight','bold','FontSize',12)
% Plot generation ended
%-----
```

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XI)

Plot of EGM08 contribution to gravity anomalies



ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XII)

- δ) Από τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα του γ) ερωτήματος να απομακρύνετε τη συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου dg^{EGM08} και της τοπογραφίας dg^{RTM} ώστε να υπολογιστούν ανηγμένες ανωμαλίες βαρύτητας. Να απεικονίσετε σε κατάλληλα γραφήματα και τα τρία πεδία που προκύπτουν.

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XIII)

➤ Αρχικά αφαιρώ τη συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου $dg(\text{EGM08})$ που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, προκειμένου να υπολογιστούν ανηγμένες τιμές στο γεωδυναμικό μοντέλο

$$\Delta g_{red} = \Delta g_f - dg^{EGM08} = g + \delta g_F - \gamma_0 - dg^{EGM08}$$

➤ Στη συνέχεια αφαιρώ και την αναγωγή υπολειπόμενης τοπογραφίας που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, τις τελικές ανηγμένες τιμές

$$\begin{aligned} \Delta g_{res} &= \Delta g_{red} - dg^{RTM} = \Delta g_f - dg^{EGM08} - dg^{RTM} = \\ &= g + \delta g_F - \gamma_0 - dg^{EGM08} - dg^{RTM} \end{aligned}$$

➤ Προσοχή!!! Για όλα τα πεδία απαιτούνται τα στατικά χαρακτηριστικά τους (max, min, mean, std) και τα αντίστοιχα γραφήματα

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XII)

- ε) Από τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα του γ) ερωτήματος να απομακρύνετε τη συνεισφορά των γεωγεωδυναμικών μοντέλων $dg^{GOCO02s}$, $dg^{EIGEN6C2}$ $n=250$, $dg^{EIGEN6C2}$ $n=1949$, και της τοπογραφίας dg^{RTM} ώστε να υπολογιστούν ανηγμένες ανωμαλίες βαρύτητας. Να απεικονίσετε σε κατάλληλα γραφήματα όλα τα πεδία που προκύπτουν και να ερμηνεύσετε τις διαφορές που προκύπτουν με τα αντίστοιχα πεδία του EGM2008. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για την επίδραση του βαθμού ανάπτυξης του γεωδυναμικού μοντέλου στις ανηγμένες και υπολειπόμενες ανωμαλίες βαρύτητας;
- στ) Να υπολογίσετε τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, μέγιστη και ελάχιστη τιμή) των πεδίων ανωμαλιών βαρύτητας, ανωμαλιών ελευθέρου αέρα, ανηγμένων ανωμαλιών βαρύτητας, καθώς και των αναγωγών ελευθέρου αέρα, γεωδυναμικού μοντέλου και τοπογραφίας. Με τη βοήθεια των στατιστικών χαρακτηριστικών και των απεικονίσεων των πεδίων να σχολιάσετε τα αποτελέσματα κάθε αναγωγής. Η τυπική απόκλιση υπολογίζεται με τον τύπο

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 / n}{n-1}}$$

όπου x_i είναι η i παρατήρηση και n ο συνολικός αριθμός των σημείων.

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XIII)

➤ Αρχικά αφαιρώ τη συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου $dg(GOCO02s)$ για $n_{\max}=250$, που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, προκειμένου να υπολογιστούν ανηγμένες τιμές στο γεωδυναμικό μοντέλο

$$\Delta g_{red} = \Delta g_f - dg^{GOCO02s} = g + \delta g_F - \gamma_0 - dg^{GOCO02s}$$

➤ Στη συνέχεια αφαιρώ και την αναγωγή υπολειπόμενης τοπογραφίας που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, τις τελικές ανηγμένες τιμές

$$\begin{aligned}\Delta g_{res} &= \Delta g_{red} - dg^{RTM} = \Delta g_f - dg^{GOCO02} - dg^{RTM} = \\ &= g + \delta g_F - \gamma_0 - dg^{GOCO02s} - dg^{RTM}\end{aligned}$$

➤ Προσοχή!!! Για όλα τα πεδία απαιτούνται τα στατικά χαρακτηριστικά τους (max, min, mean, std) και τα αντίστοιχα γραφήματα

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XIV)

➤ Αρχικά αφαιρώ τη συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου $dg(\text{EIGEN6C2})$ για $n_{\max}=250$, που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, προκειμένου να υπολογιστούν ανηγμένες τιμές στο γεωδυναμικό μοντέλο

$$\Delta g_{red} = \Delta g_f - dg_{n=250}^{\text{EIGEN6C2}} = g + \delta g_F - \gamma_0 - dg_{n=250}^{\text{EIGEN6C2}}$$

➤ Στη συνέχεια αφαιρώ και την αναγωγή υπολειπόμενης τοπογραφίας που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, τις τελικές ανηγμένες τιμές

$$\begin{aligned} \Delta g_{res} &= \Delta g_{red} - dg^{\text{RTM}} = \Delta g_f - dg_{n=250}^{\text{EIGEN6C2}} - dg^{\text{RTM}} = \\ &= g + \delta g_F - \gamma_0 - dg_{n=250}^{\text{EIGEN6C2}} - dg^{\text{RTM}} \end{aligned}$$

➤ Προσοχή!!! Για όλα τα πεδία απαιτούνται τα στατικά χαρακτηριστικά τους (max, min, mean, std) και τα αντίστοιχα γραφήματα

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XV)

➤ Αρχικά αφαιρώ τη συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου $dg(\text{EIGEN6C2})$ για $n_{\max}=1949$, που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, προκειμένου να υπολογιστούν ανηγμένες τιμές στο γεωδυναμικό μοντέλο

$$\Delta g_{red} = \Delta g_f - dg_{n=1949}^{\text{EIGEN6C2}} = g + \delta g_F - \gamma_0 - dg_{n=1949}^{\text{EIGEN6C2}}$$

➤ Στη συνέχεια αφαιρώ και την αναγωγή υπολειπόμενης τοπογραφίας που δίνεται στην εκφώνηση του θέματος, τις τελικές ανηγμένες τιμές

$$\begin{aligned} \Delta g_{res} &= \Delta g_{red} - dg^{\text{RTM}} = \Delta g_f - dg_{n=1949}^{\text{EIGEN6C2}} - dg^{\text{RTM}} = \\ &= g + \delta g_F - \gamma_0 - dg_{n=1949}^{\text{EIGEN6C2}} - dg^{\text{RTM}} \end{aligned}$$

➤ Προσοχή!!! Για όλα τα πεδία απαιτούνται τα στατικά χαρακτηριστικά τους (max, min, mean, std) και τα αντίστοιχα γραφήματα

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XVI)

στ) Να υπολογίσετε τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, μέγιστη και ελάχιστη τιμή) των πεδίων ανωμαλιών βαρύτητας, ανωμαλιών ελευθέρου αέρα, ανηγμένων ανωμαλιών βαρύτητας, καθώς και των αναγωγών ελευθέρου αέρα, γεωδυναμικού μοντέλου και τοπογραφίας. Με τη βοήθεια των στατιστικών χαρακτηριστικών και των απεικονίσεων των πεδίων να σχολιάσετε τα αποτελέσματα κάθε αναγωγής. Η τυπική απόκλιση υπολογίζεται με τον τύπο

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 / n}{n-1}}$$

όπου x_i είναι η i παρατήρηση και n ο συνολικός αριθμός των σημείων.

Τόσο για τα στατιστικά όσο και για τα σχήματα χρησιμοποιούμε το πρόγραμμα από τη σελίδα του μαθήματος με τις αναγκαίες μετατροπές.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνες 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 18 20, 21: Αραμπέλος Δ και Τζιαβός ΗΝ (2007) Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας της Γης. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Εικόνα 19: Βέργος ΓΣ (2006) Μελέτη του πεδίου βαρύτητας και της θαλάσσιας τοπογραφίας στον Ελληνικό χώρο με συνδυασμό επίγειων δεδομένων και δεδομένων των νέων δορυφορικών CHAMP και GRACE. Διδακτορική Διατριβή, Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Πολυτεχνική Σχολή, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
- Εικόνες 16, 17, 22, 23: Tziavos IN, Vergos GS, Grigoriadis VN (2010) Investigation of topographic reductions and aliasing effects to gravity and the geoid over Greece based on various digital terrain models. *Surveys in Geophysics* 31(3):23-67. doi: 10.1007/s10712-009-9085-z.
- Εικόνα 12: F. G. Lemoine, S. C. Kenyon, J. K. Factor, R.G. Trimmer, N. K. Pavlis, D. S. Chinn, C. M. Cox, S. M. Klosko, S. B. Luthcke, M. H. Torrence, Y. M. Wang, R. G. Williamson, E. C. Pavlis, R. H. Rapp and T. R. Olson, The Development of the Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 20771 USA, July 1998.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Ηλίας Τζιαβός – Γεώργιος Βέργος. «Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας. Αναγωγές της Βαρύτητας». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS374/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Αριστοτέλειο
Πανεπιστήμιο
Θεσσαλονίκης



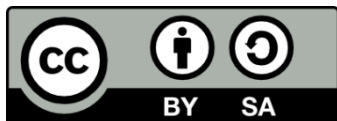
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δαλάκης Νικόλαος
Θεσσαλονίκη, 16/9/2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

