



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

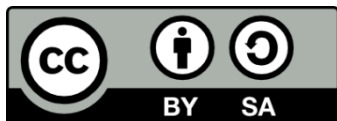
ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας

Ενότητα 8: Το Γεωειδές

Η.Ν. Τζιαβός - Γ.Σ. Βέργος
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΑΠΘ/ΤΑΤΜ
Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας
4^ο Εξάμηνο

Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας

Introduction to gravity field

Ακαδημαϊκή Χρονιά:

2014 – 2015

Πρόγραμμα:

Τετάρτη 9:00 – 13:00

Διδάσκοντες:

Η.Ν. Τζιαβός, Γ.Σ. Βέργος

<http://web.auth.gr/e-topo/>

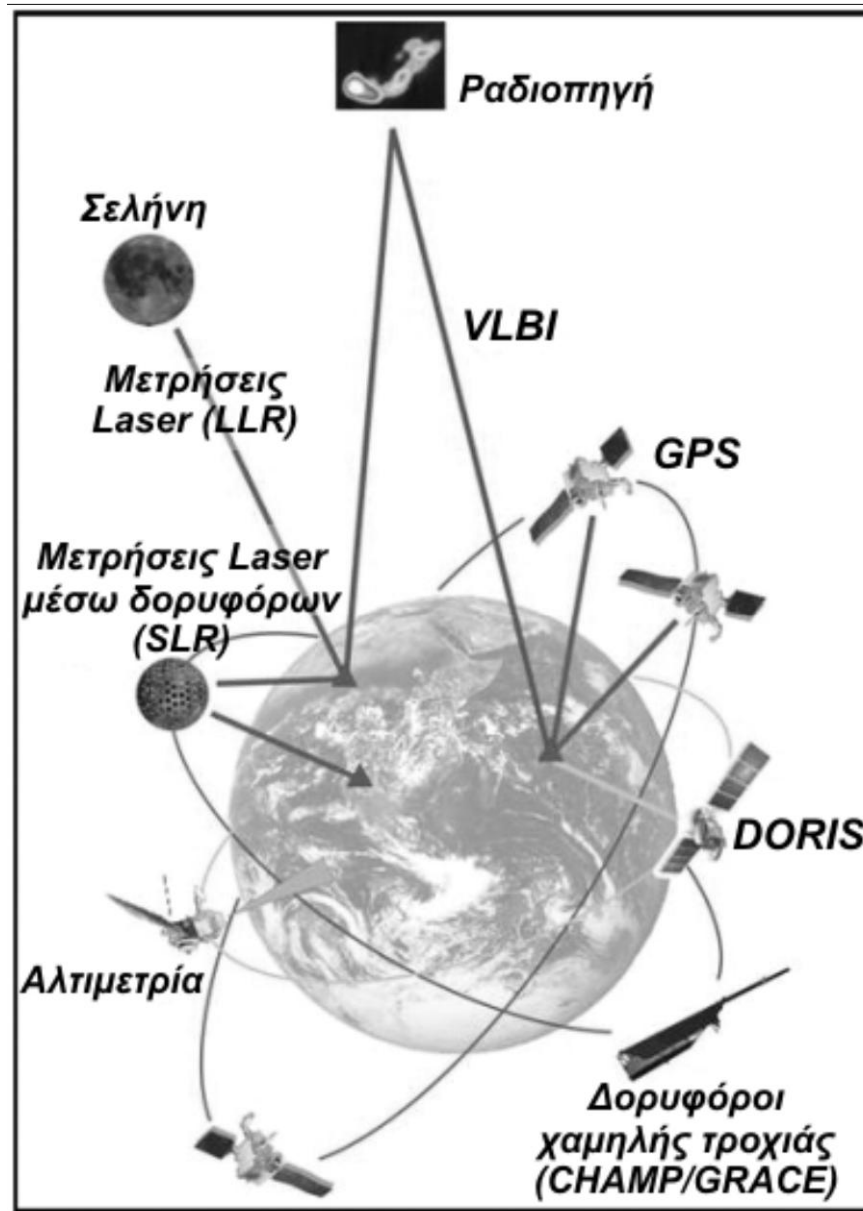
<http://olimpia.topo.auth.gr/courses/>

Ιστοσελίδες ΔΕΠ

Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας

Η. Τζιαβός ή Γ. Βέργος

Μαθήματα - εργασίες



Εικόνα 1

Το πεδίο βαρύτητας

Οι σύγχρονες τεχνικές μέτρησης

➤ Έως τις αρχές της δεκαετίας του '80 επίγειες τεχνικές μέτρησης σε στεριά, θάλασσα και από αέρα – κλασικός εξοπλισμός (βαρυτήμετρα...)

✘ Υψηλό κόστος

✘ Χρονικά ασύμφωρες

✘ Μη ομογενής διακριτική ικανότητα

✘ Μη ομογενής και ενιαία ακρίβεια

✘ Έλλειψη δεδομένων σε δύσκολα προσβάσιμες περιοχές

✘ Λίγα δεδομένα για τους ωκεανούς

- Δορυφορική γεωδαισία (από τη δεκαετία του '90)
 - Υψηλή ακρίβεια
 - Συνδυασμός δορυφορικών και επίγειων πηγών δεδομένων
 - Προοδευτική αύξηση διακριτικής ικανότητας
- ✘ Εξασθένηση του σήματος της βαρυτικής έλξης λόγω του ύψους περιστροφής**

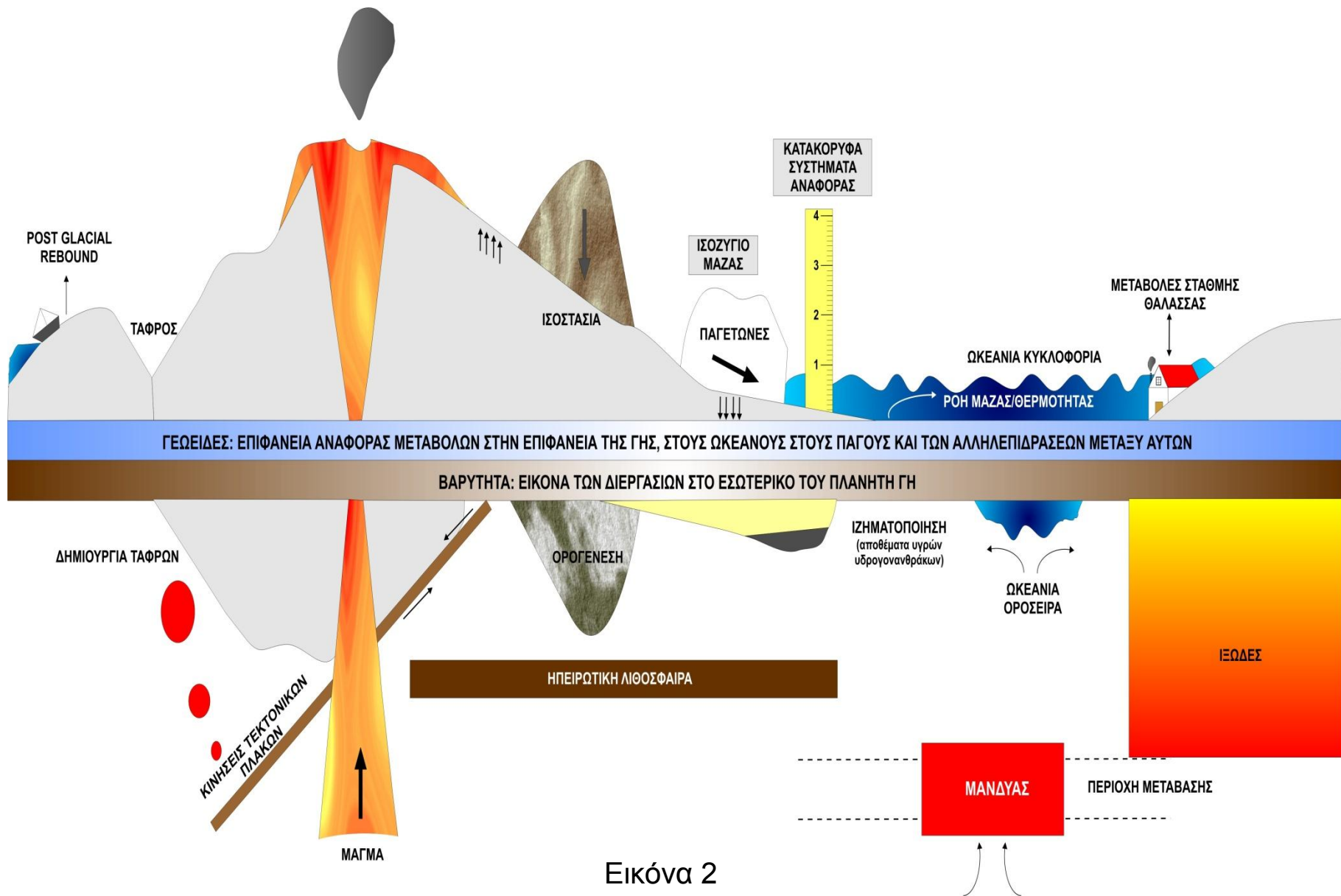
ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΤΟΥ ΠΛΑΝΗΤΗ ΜΑΣ

- Γεωδαιτικά δεδομένα και γεωδαιτικές τεχνικές συμβάλλουν στην μέτρηση και παρακολούθηση των φυσικών διεργασιών της Γης



- Προσδιορισμός, μέσω κατάλληλων και στατιστικά αξιόπιστων μεθόδων του σχήματος, των διαστάσεων και των μεταβολών του πεδίου βαρύτητας της Γης
- Γεωειδές ~ ΜΣΘ
- Μοντέλα βαρύτητας (βάσεις δεδομένων βαρύτητας)

ΒΑΡΥΤΗΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΤΗΣ ΓΗΣ



Εικόνα 2

Βαρύτητα

Πρωτογενείς μετρήσεις
Επίγειες - από αέρα - δορυφορικές

Γεωμετρία Γης

ΕΕΠ – Συστήματα υψών

Γεωειδές

Μοντέλα Γης

Γεωδυναμικά μοντέλα

Δορυφορικά

Συνδυασμού

EGM08

$n = 2-360,$

$n=2-2140$

50 km

10 km

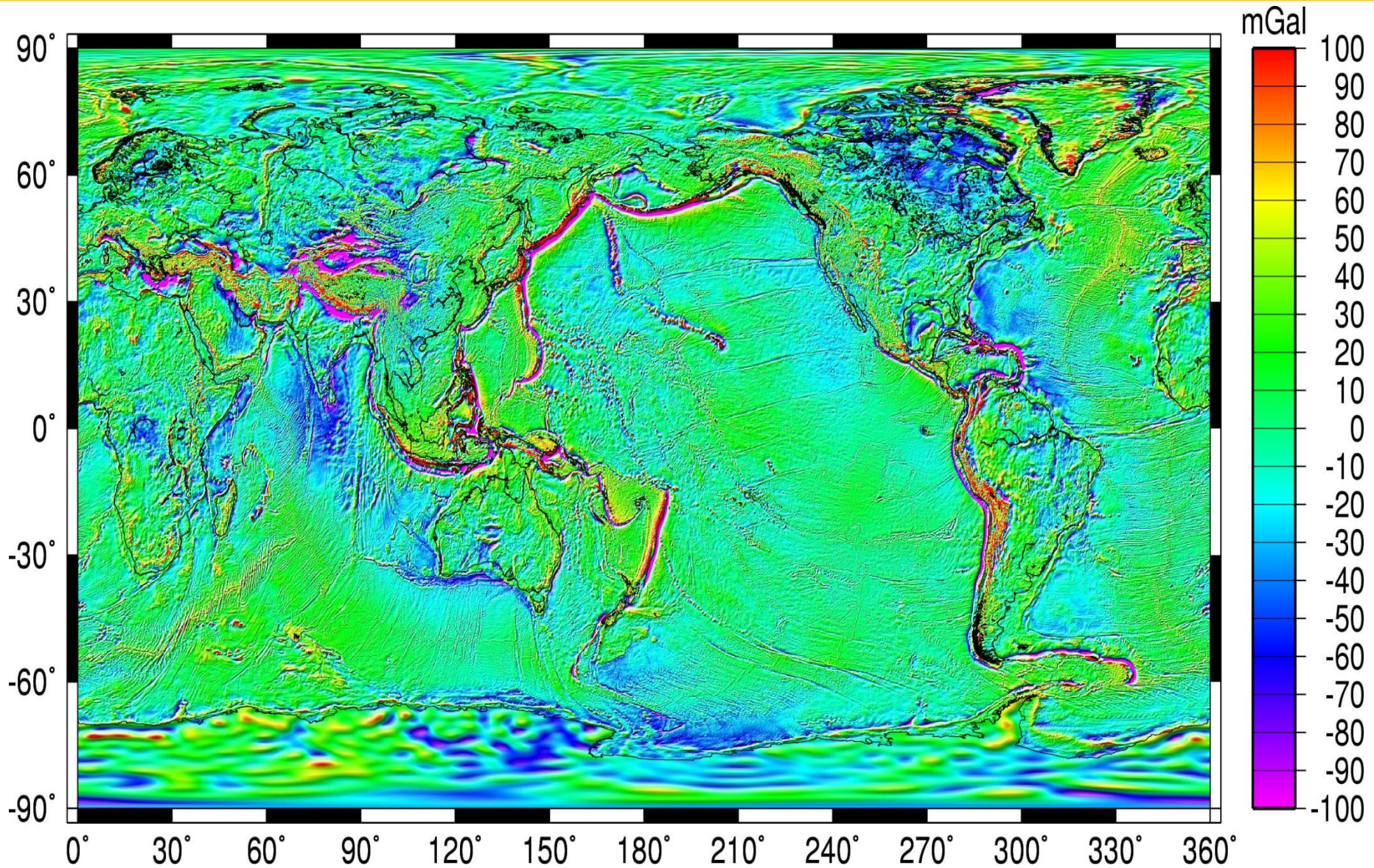
50 cm

15 cm

Γεωδυναμικό μοντέλο συνδυασμού – Βαρύτητα σε παγκόσμια κλίμακα
Διακριτική ικανότητα 50 km
Εύρος τιμών [-300 mGal 300 mGal]

Γεωδυναμικό μοντέλο συνδυασμού – Γεωειδές σε παγκόσμια κλίμακα
Διακριτική ικανότητα 10 km
Εύρος τιμών [-100 m 100 mGal]

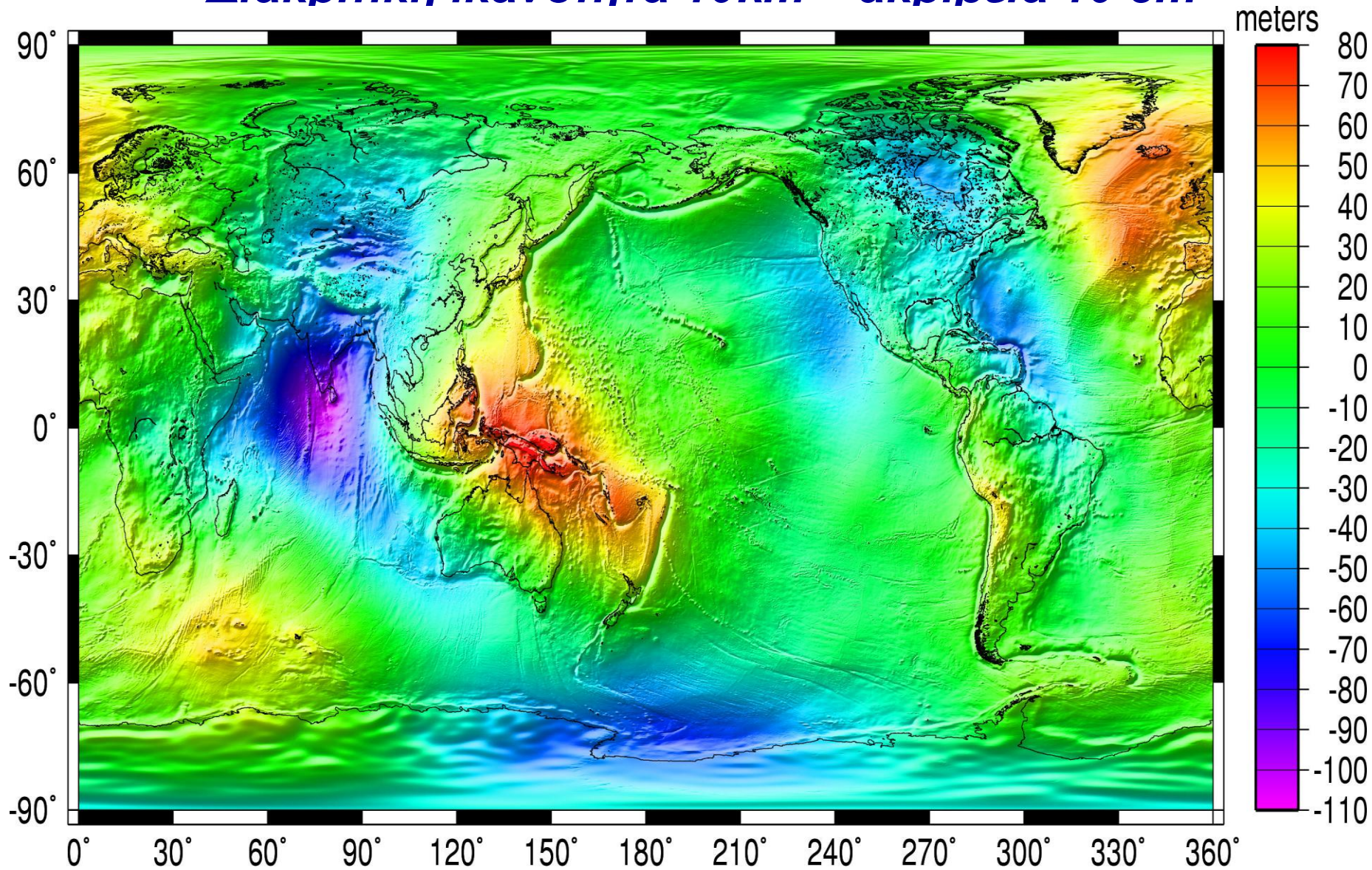
ΜΟΝΤΕΛΟ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ EGM2008 (5 arcmin)



Εικόνα 3

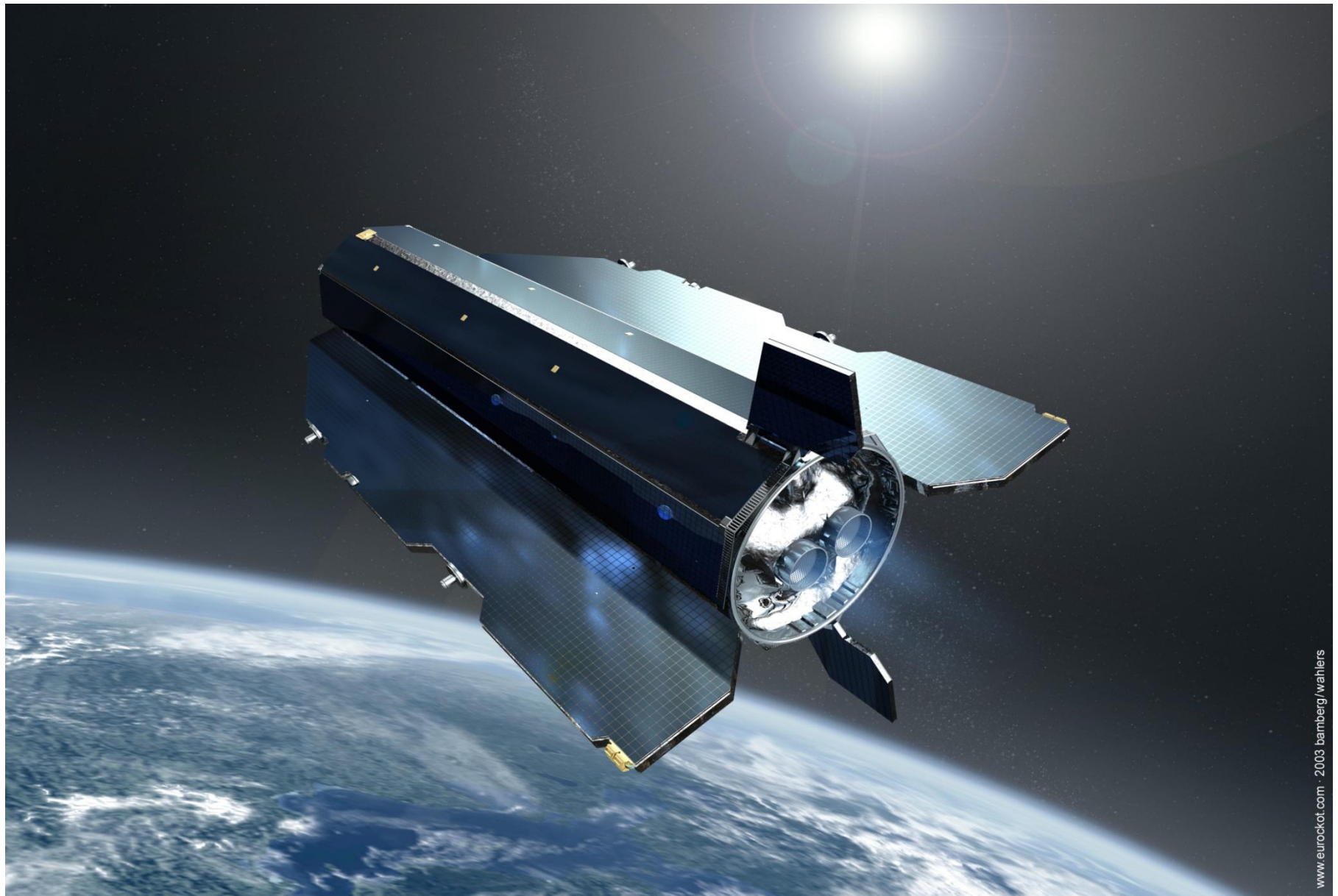
ΓΕΩΕΙΔΕΣ ΑΠΟ ΤΟ EGM2008

Διακριτική ικανότητα 10km – ακρίβεια 10 cm



Εικόνα 4

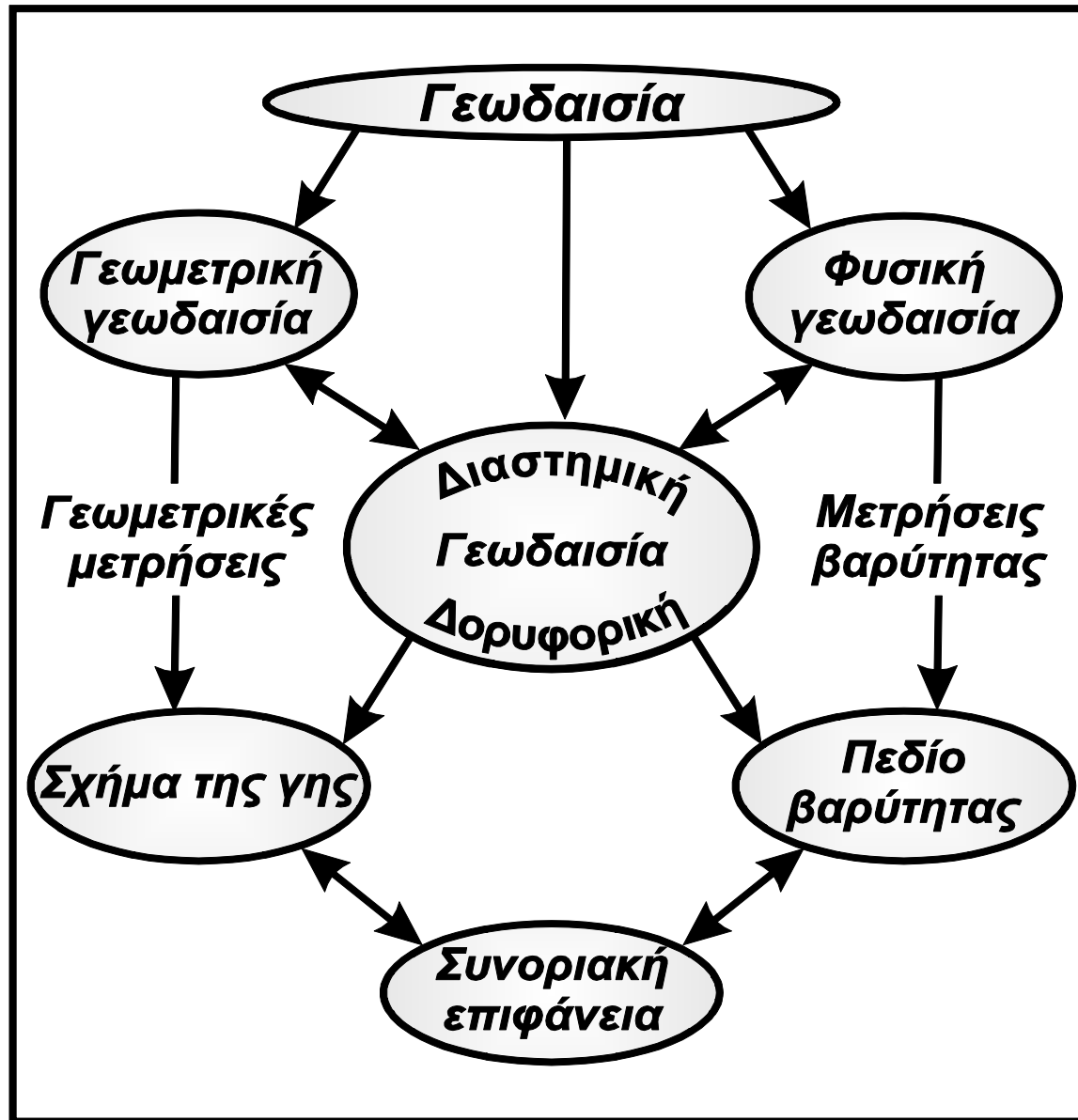
ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΕΣ ΑΠΟΣΤΟΛΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ



www.eurockot.com · 2003 bamberg/wahlers

Εικόνα 5

Η ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ ΚΑΙ ΟΙ ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΚΛΑΔΟΙ ΤΗΣ



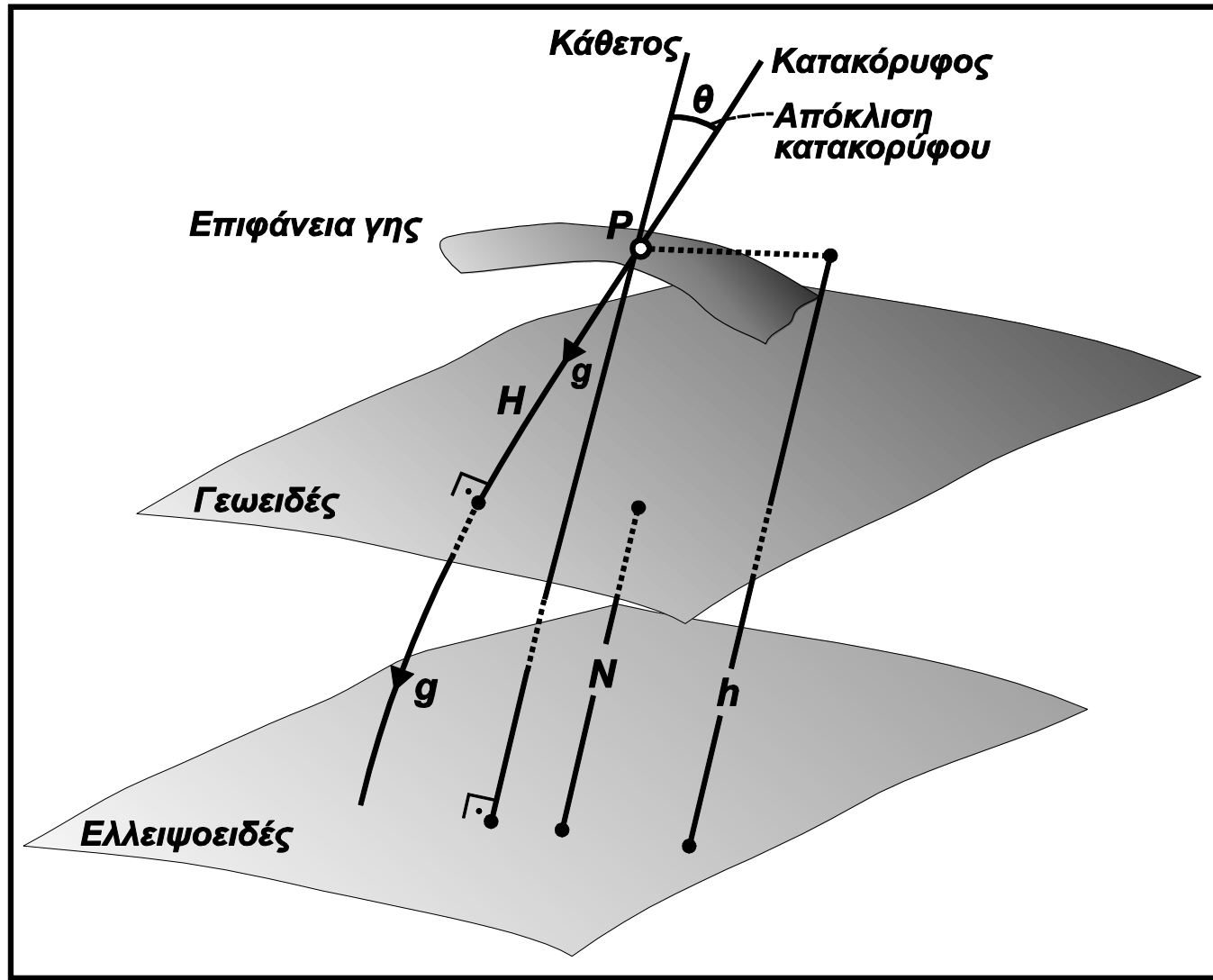
Εικόνα 6

ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

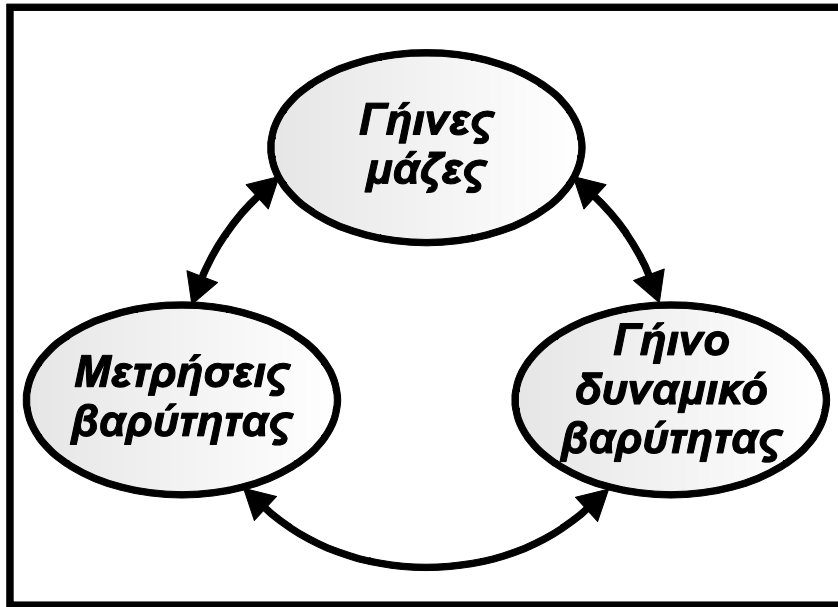
$$\xi = \varphi - \Phi$$

$$\eta = (\lambda - \Lambda) \cos \varphi$$

$$h = H + N$$



ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΓΗΣ



$$V = G \frac{M}{l} \quad \text{δυναμικό έλξης}$$

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Εξίσωση Laplace (εκτός των ελκτικών μαζών)

$$T = W - U \quad \text{διαταρακτικό δυναμικό}$$

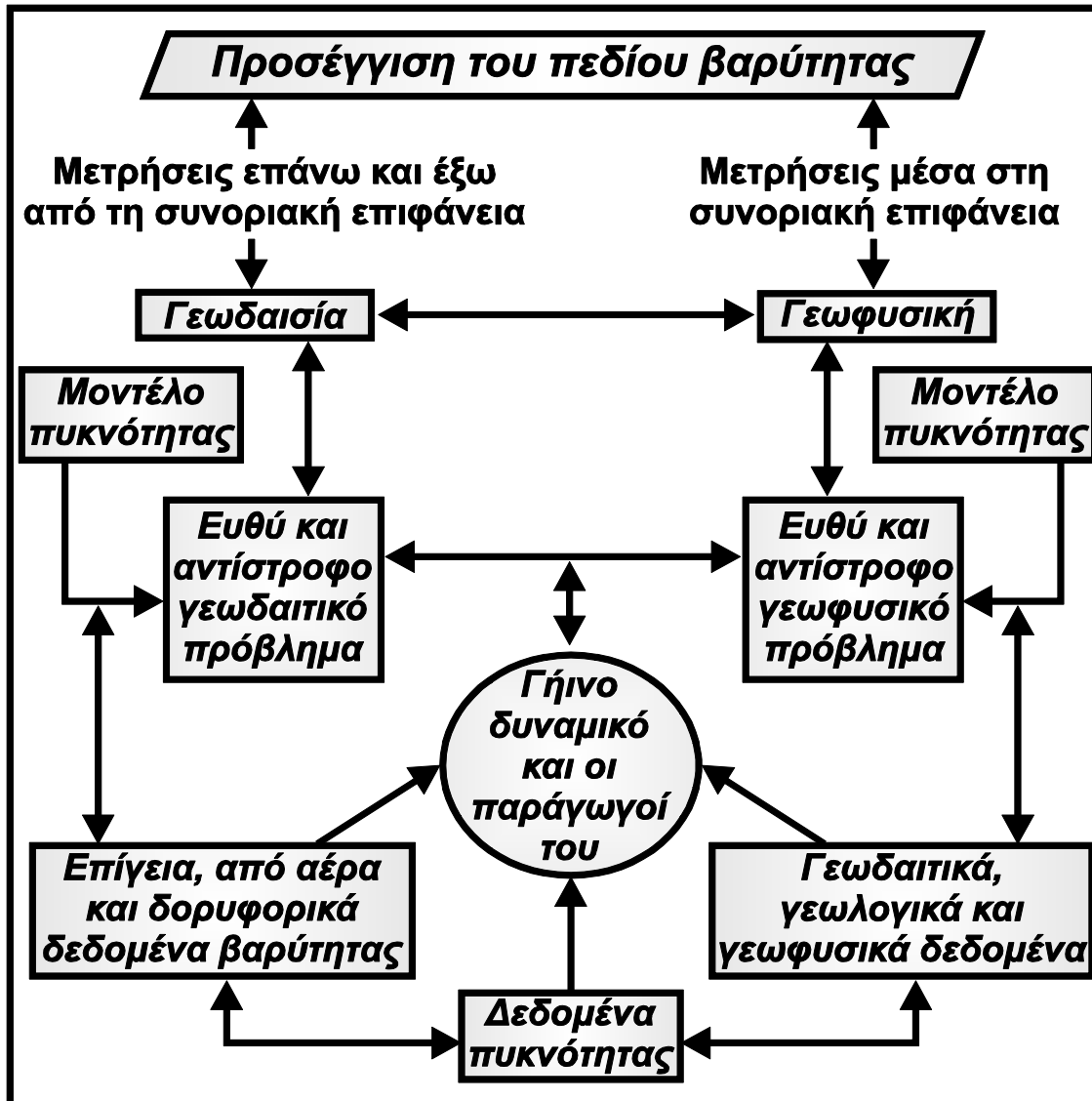
$$\Delta g = g - \gamma \quad \text{ανωμαλίες βαρύτητας}$$

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma$$

Λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών

Θεωρία Stokes

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ



Ευθύ και αντίστροφο
πρόβλημα

Πυκνότητες ανώτερης
λιθόσφαιρας

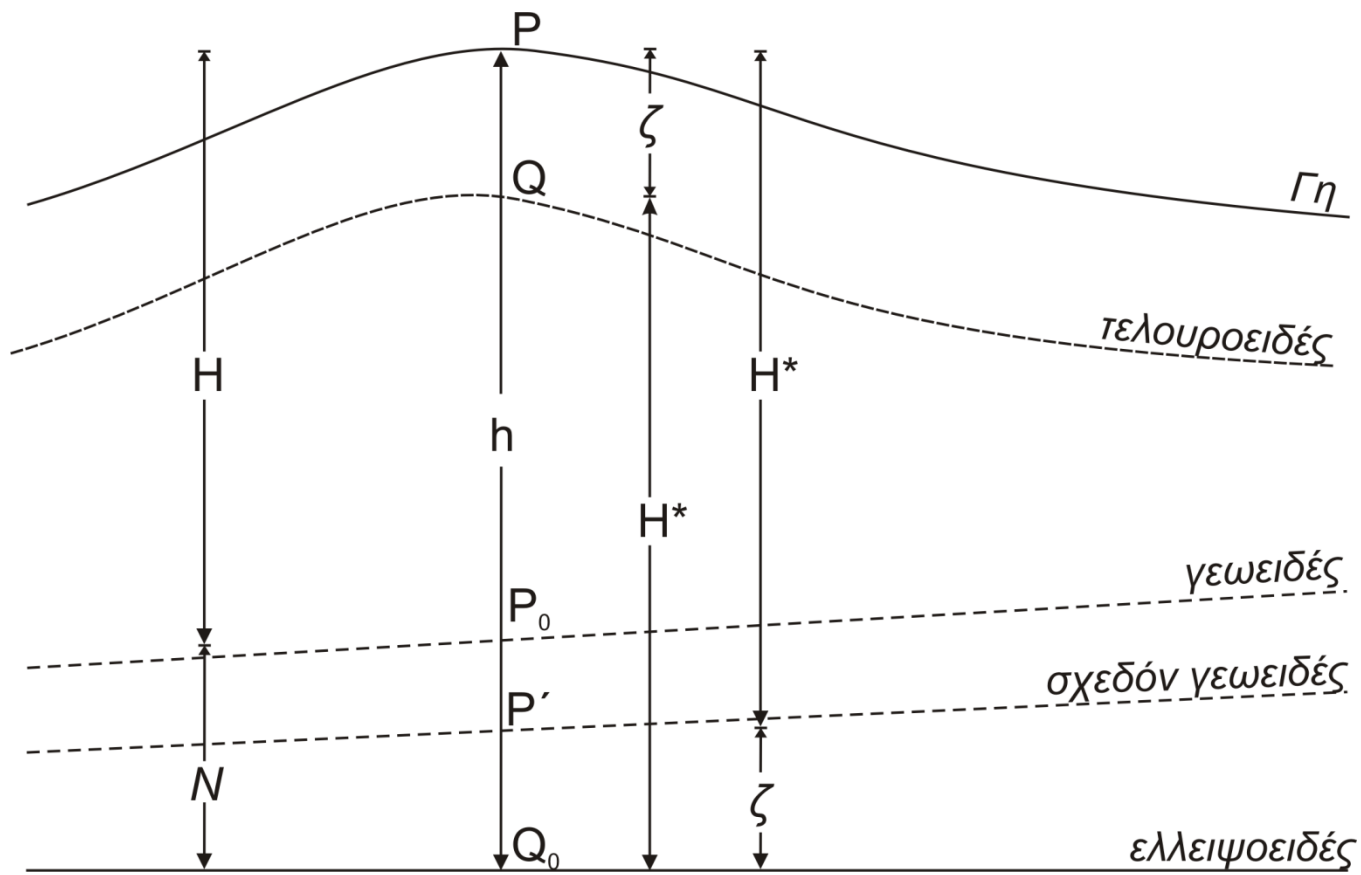
ΤΟ ΓΕΩΡΕΙΔΕΣ

✓ τα δεδομένα

- επίγεια, από αέρα, δορυφορικά
 - γεωδυναμικά μοντέλα
 - ανωμαλίες βαρύτητας
 - αποκλίσεις κατακορύφου
 - ψηφιακά μοντέλα εδάφους/βάθους (αναγωγές βαρύτητας)
 - υψόμετρα από GPS / γεωμετρική χωροστάθμηση

✓ οι μέθοδοι

- αναλυτικές
 - ολοκληρώματα (Stokes...)
(αναλυτική ολοκλήρωση, FFT)
- στοχαστικές
 - σημειακή προσαρμογή



Εικόνα 7

$$h = H + N$$

$$h = H^* + \zeta$$



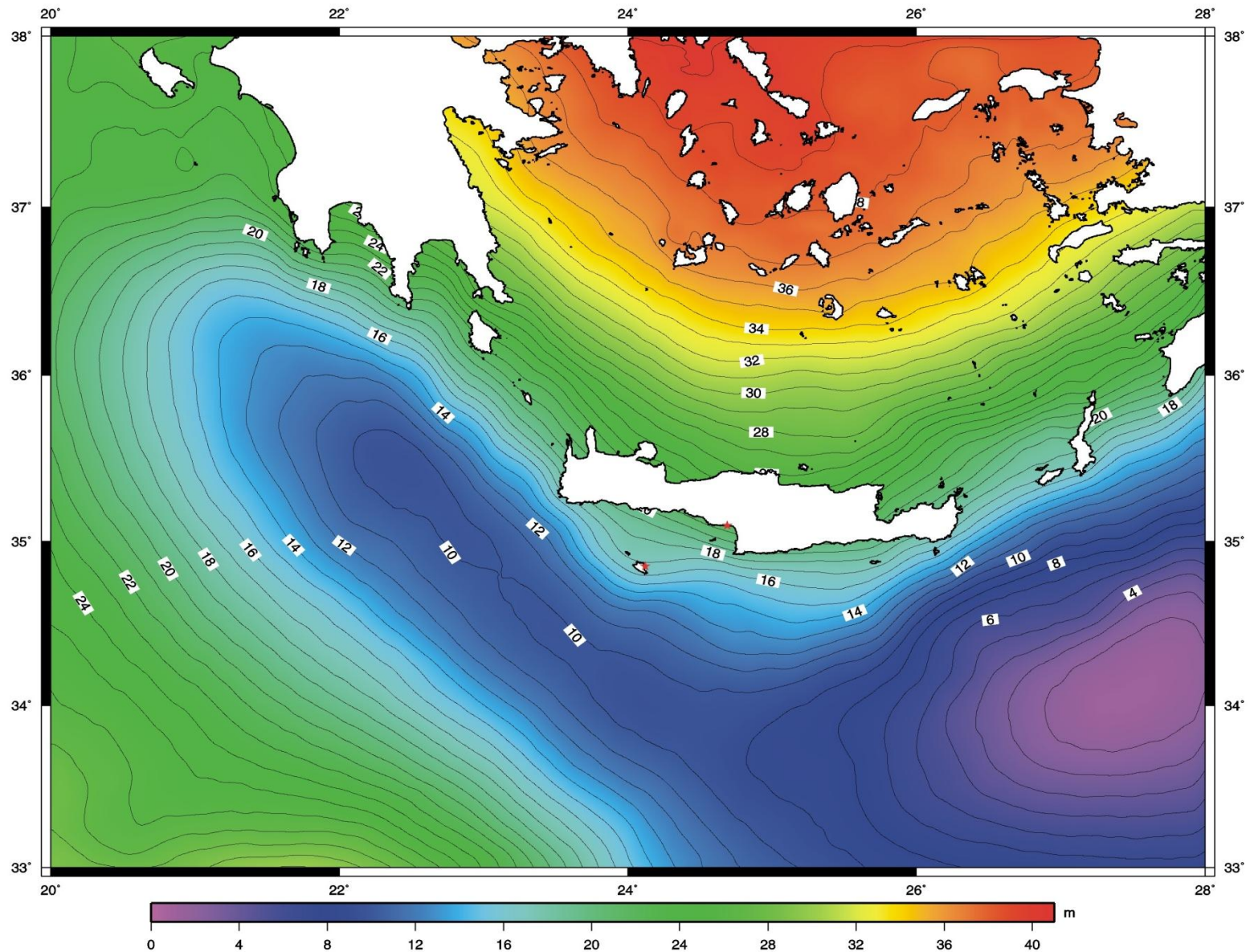
$$\zeta - N = H - H^*$$

$$(\zeta - N) \approx 0.1 \cdot H_{\text{km}}^{\text{μέσο}} \cdot H_{\text{km}}$$

$$\zeta = N \quad \text{στη θάλασσα}$$

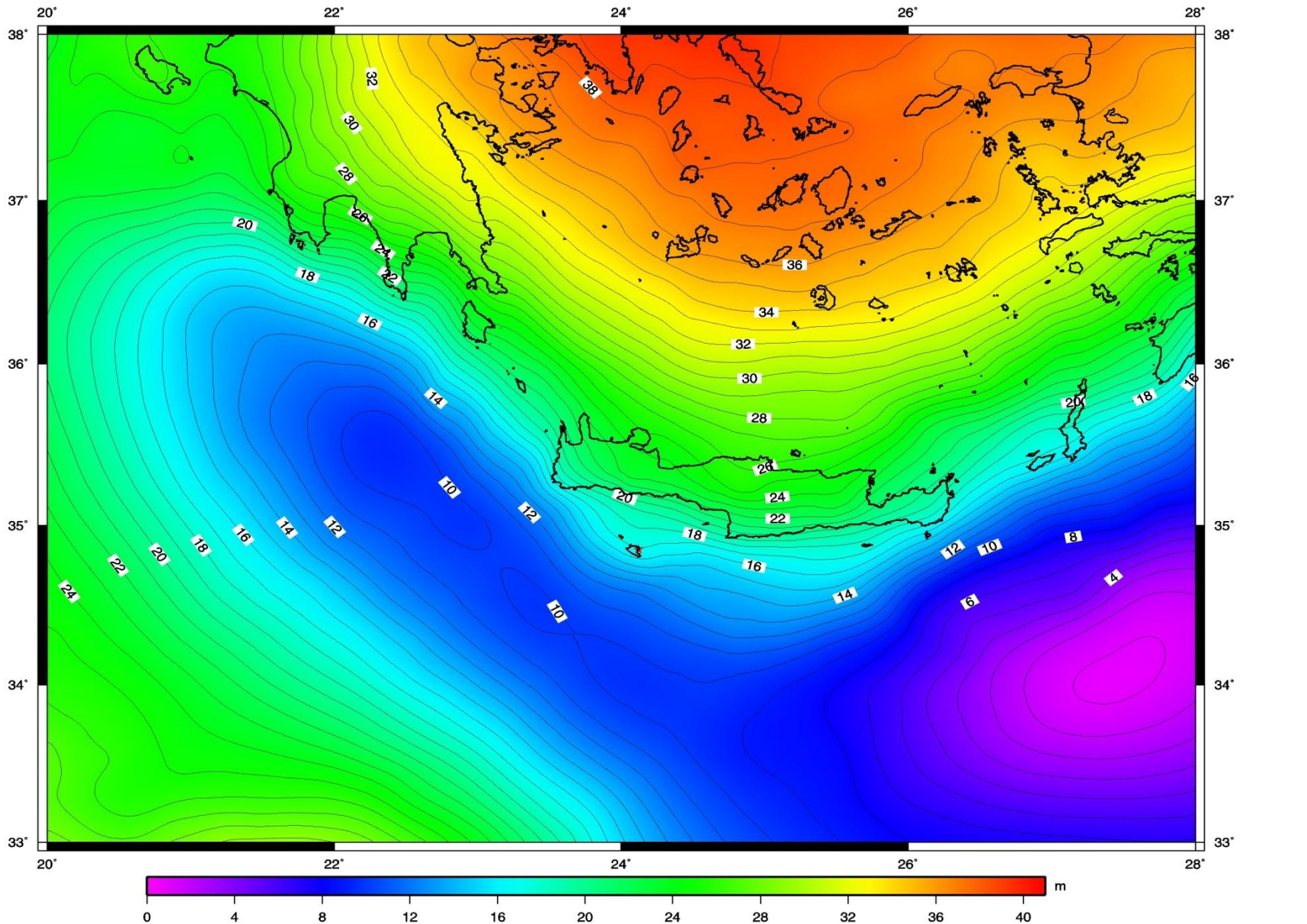
..... και οι απεικονίσεις του σε διάφορες κλίμακες

Αλιμετρικό γεωειδές - δορυφορικά 5 arcmin – τοπικής κλίμακας λύση



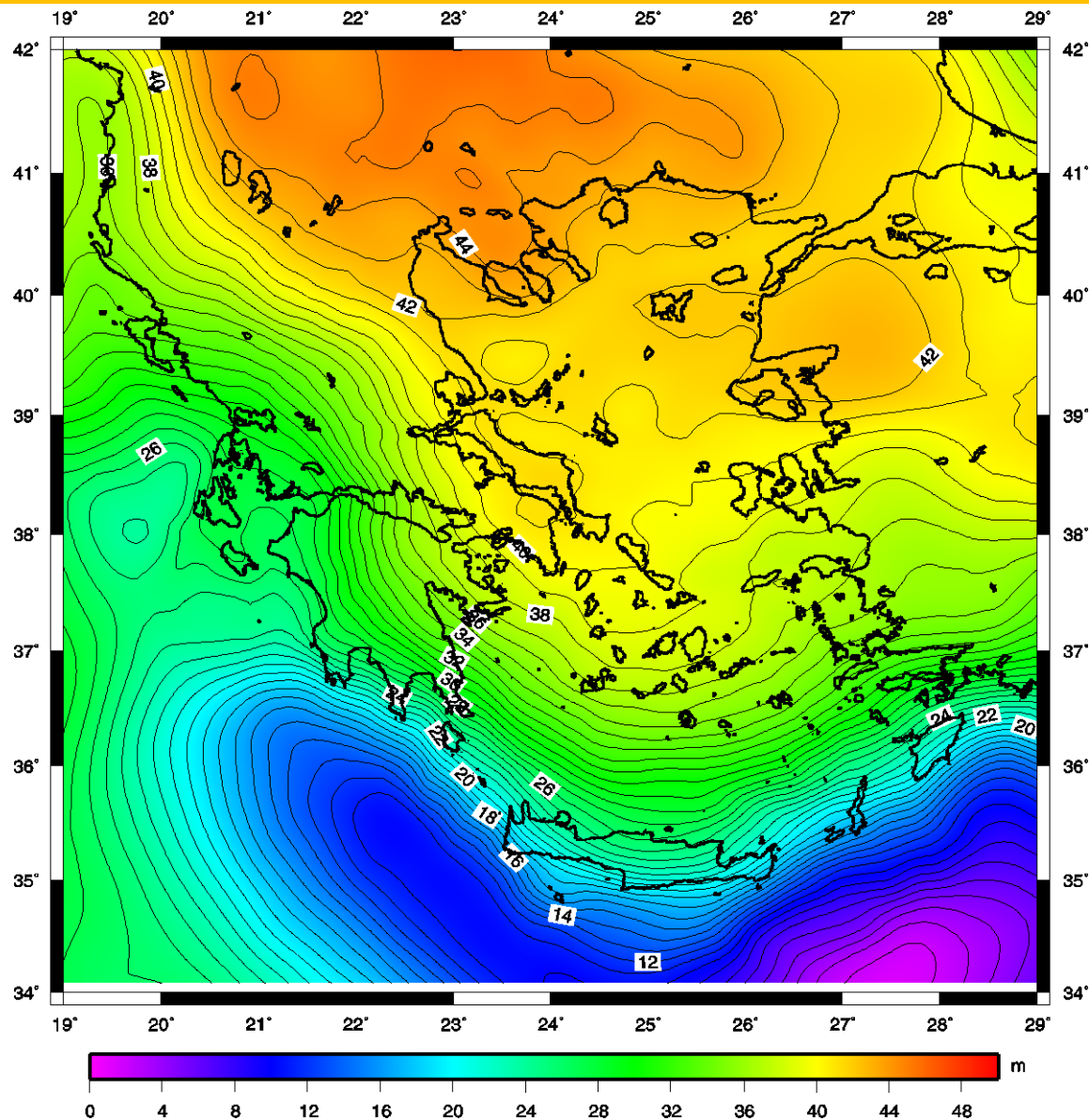
Εικόνα 8

Γεωιδές συνδυασμού - δορυφορικά και επίγεια - 5 arcmin – τοπικής κλίμακας λύση



Εικόνα 9

ΓΕΩΕΙΔΕΣ ΣΥΝΔΥΑΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ – 5 arcmin



Εικόνα 10

Δεδομένα

Δg

ξ, η

γεωδ. μοντέλο

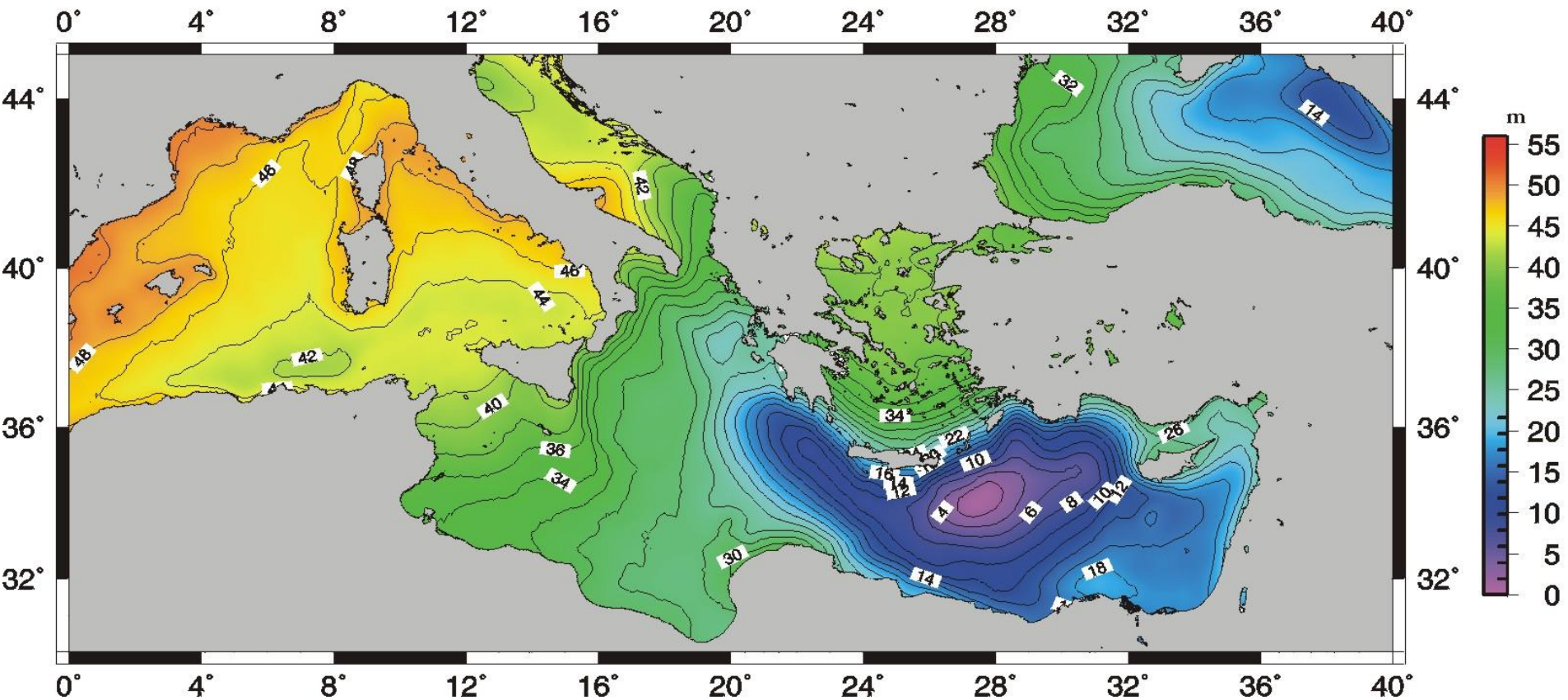
ΤΟ ΓΕΩΕΙΔΕΣ ΣΤΗ ΜΕΣΟΓΕΙΟ

Το γεωειδές στη Μεσόγειο – Λύση περιφερειακής κλίμακας

Δορυφορικά δεδομένα

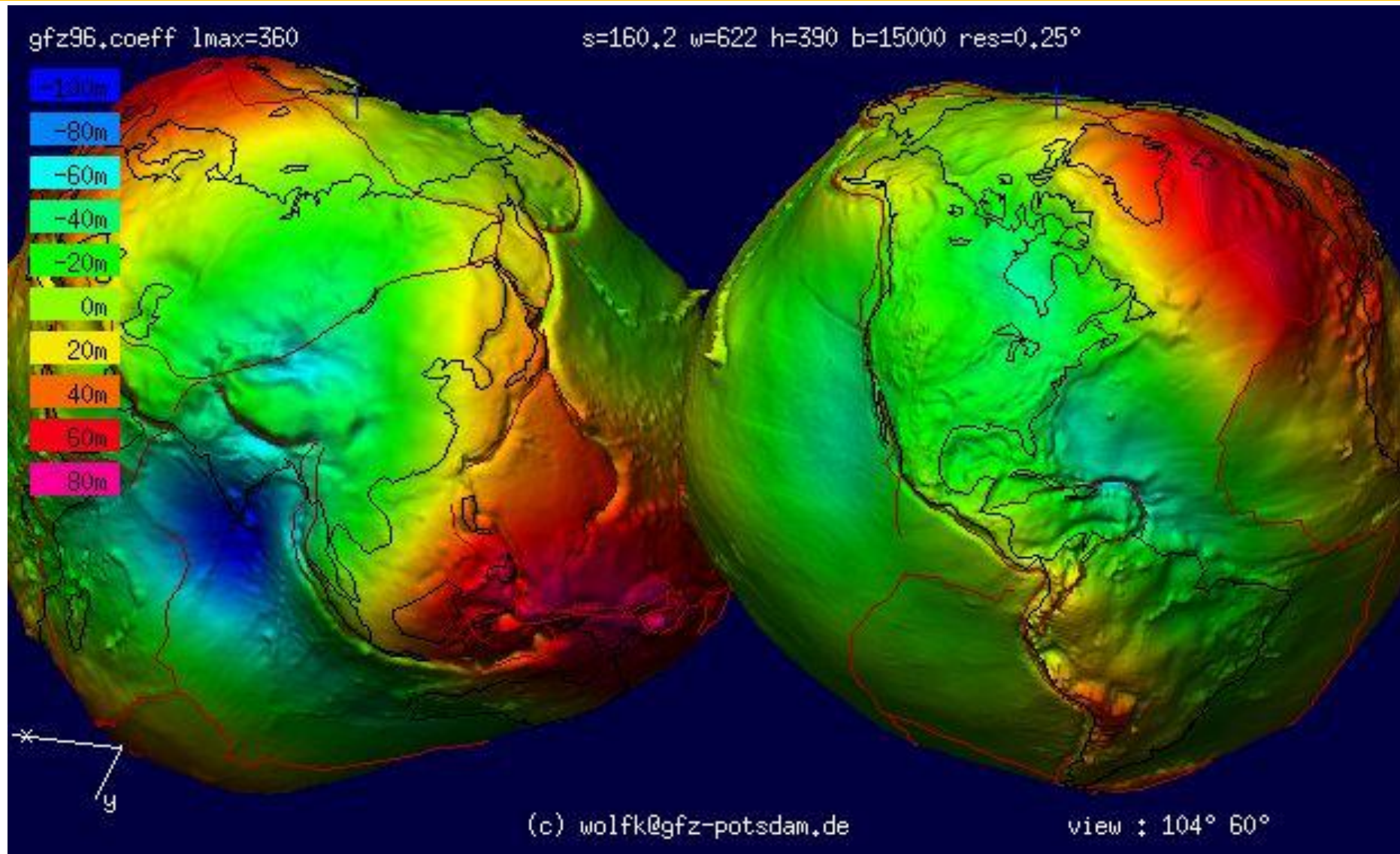
Geoid heights in the Mediterranean Sea from ERS1-GM altimetry mission
(Contour interval 2m)

min=0.727 max=57.754 mean=33.348 std=11.360 rms=35.230



Εικόνα 11

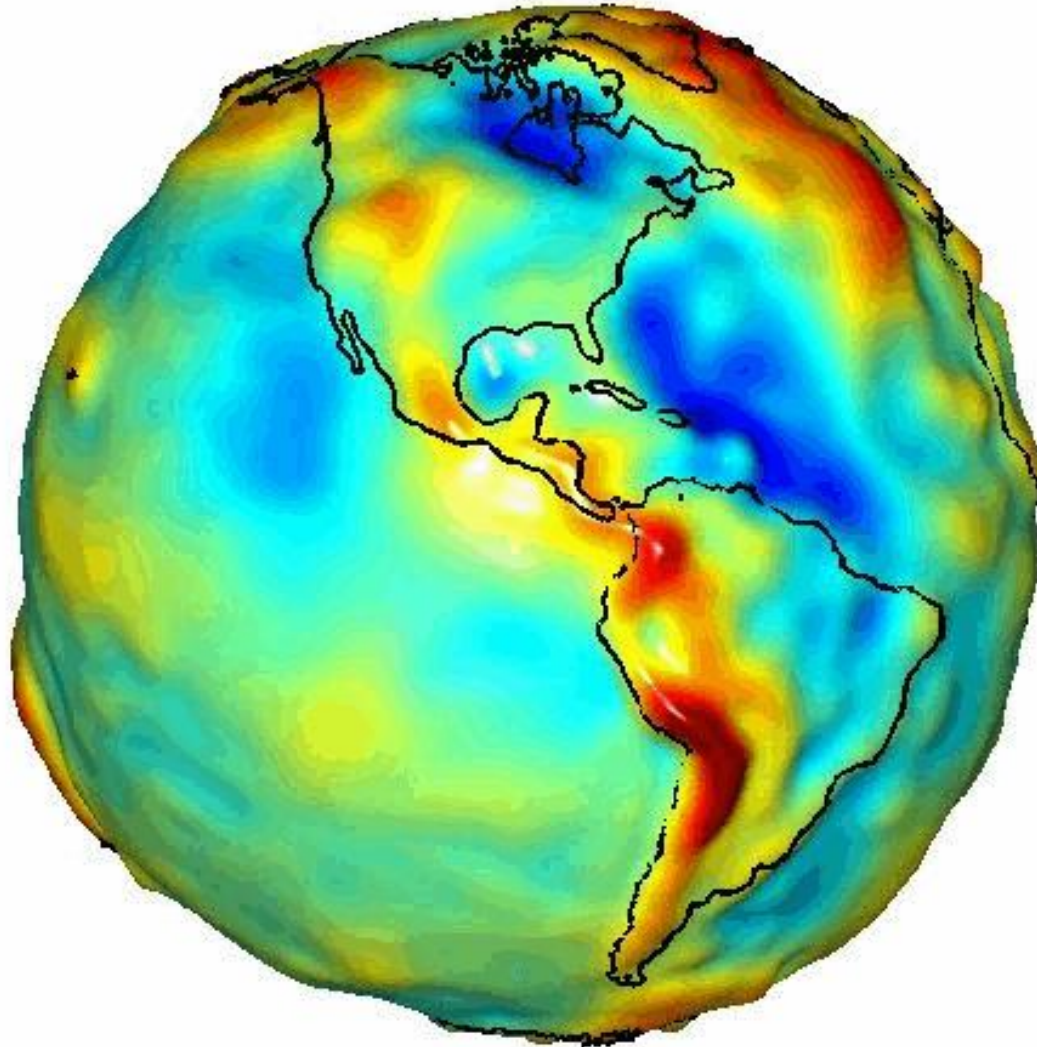
Γεωειδές από γεωδυναμικά μοντέλα – παγκόσμια λύση



Εικόνα 12

www.gfz-potsdam.de

Γεωειδές από γεωδυναμικά μοντέλα – παγκόσμια λύση



Εικόνα 13

www.gfz-potsdam.de

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ

.... ανάλογα με το είδος των χρησιμοποιούμενων δεδομένων

- ✓ αστρογεωδαιτικές (αστρονομική/αστροβαρυτημετρική χωροστάθμηση)
- ✓ αλτιμετρικές (θάλασσα)
- ✓ βαρυτημετρικές (γεωδυναμικό μοντέλο, βαρύτητα, DTM
- ✓ λύσεις συνδυασμού

Γεωδυναμικό μοντέλο επιφάνεια (λύση) αναφοράς

.... ανάλογα με το είδος των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων

✓ κλασικές πολυωνυμικές τεχνικές (περιορισμένη ακρίβεια...)

✓ ολοκληρωματικοί τύποι (Stokes ...)

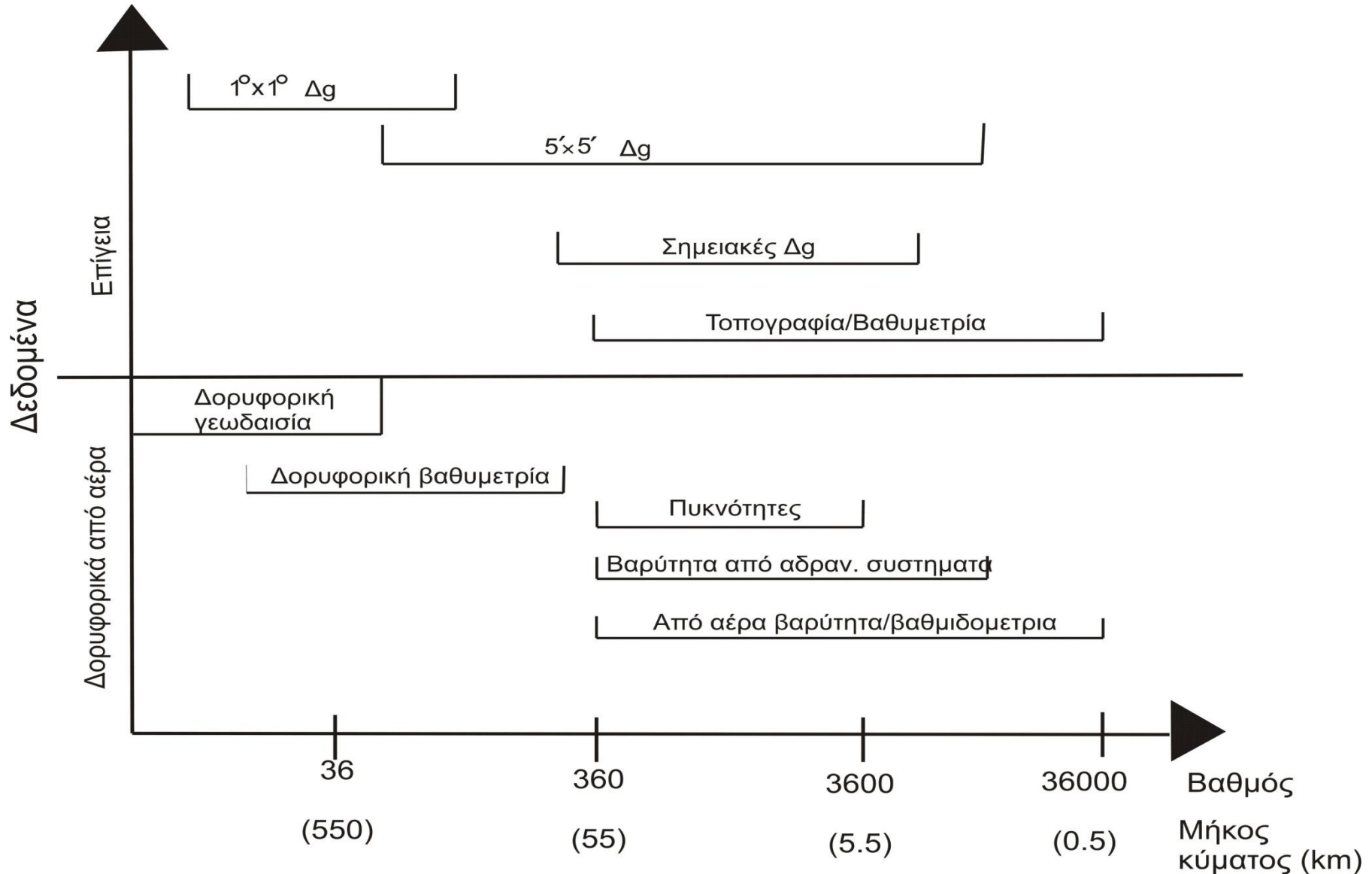
αριθμητική ολοκλήρωση, FFT

✓ στοχαστικές μέθοδοι

σημειακή προσαρμογή

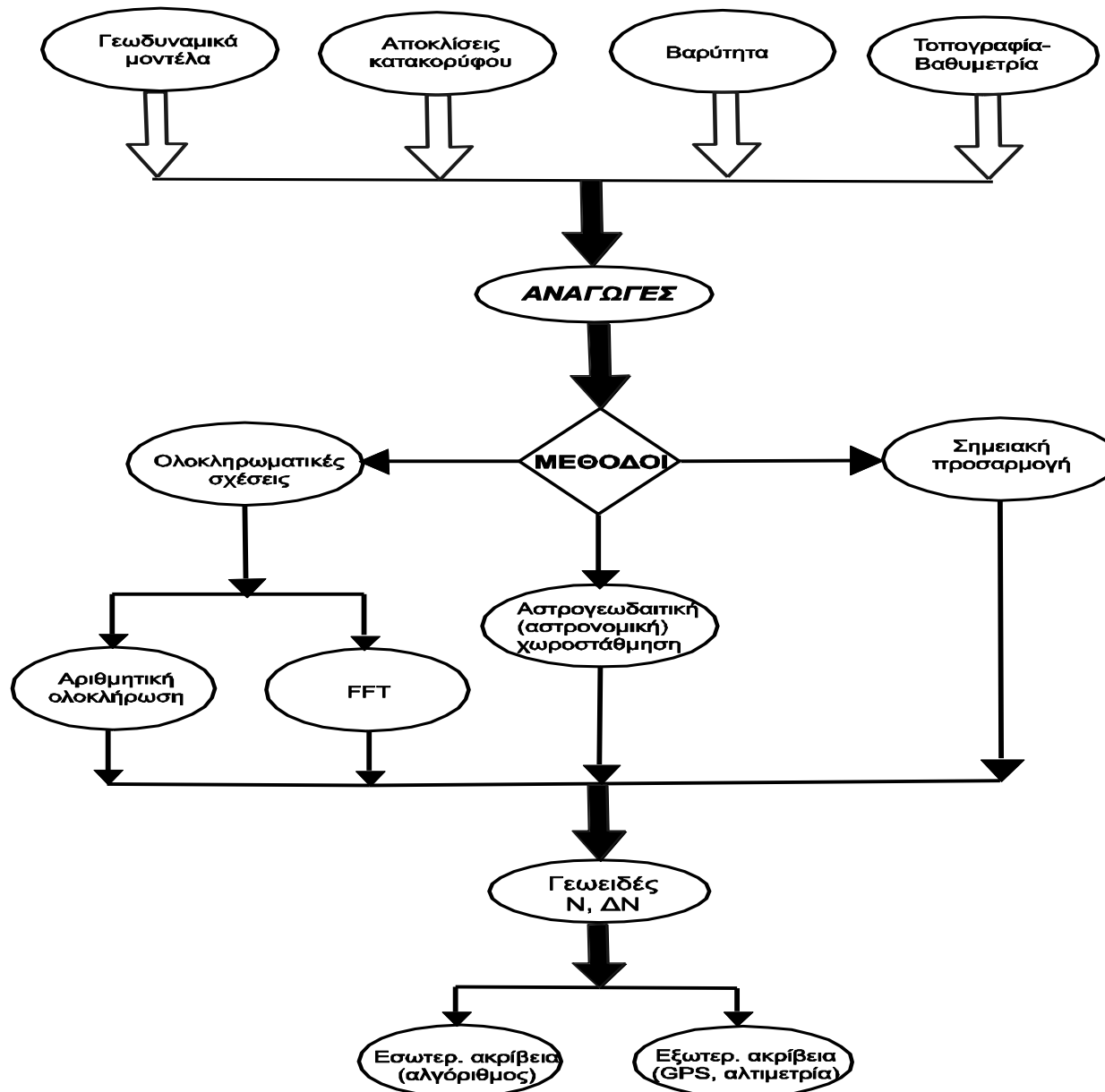
ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΕΤΕΡΟΓΕΝΕΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Συνεισφορά ετερογενών πηγών δεδομένων στον προσδιορισμό του γεωειδούς



Εικόνα 14

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ



Εικόνα 15

✓ εσωτερική ακρίβεια αλγορίθμου

✓ εξωτερική ακρίβεια – αξιολόγηση

- σύγκριση με υψόμετρα από GPS/γεωμ. χωροστάθμηση για την ξηρά
- σύγκριση με υψόμετρα από τη δορυφορική αλτιμετρία για τη θάλασσα

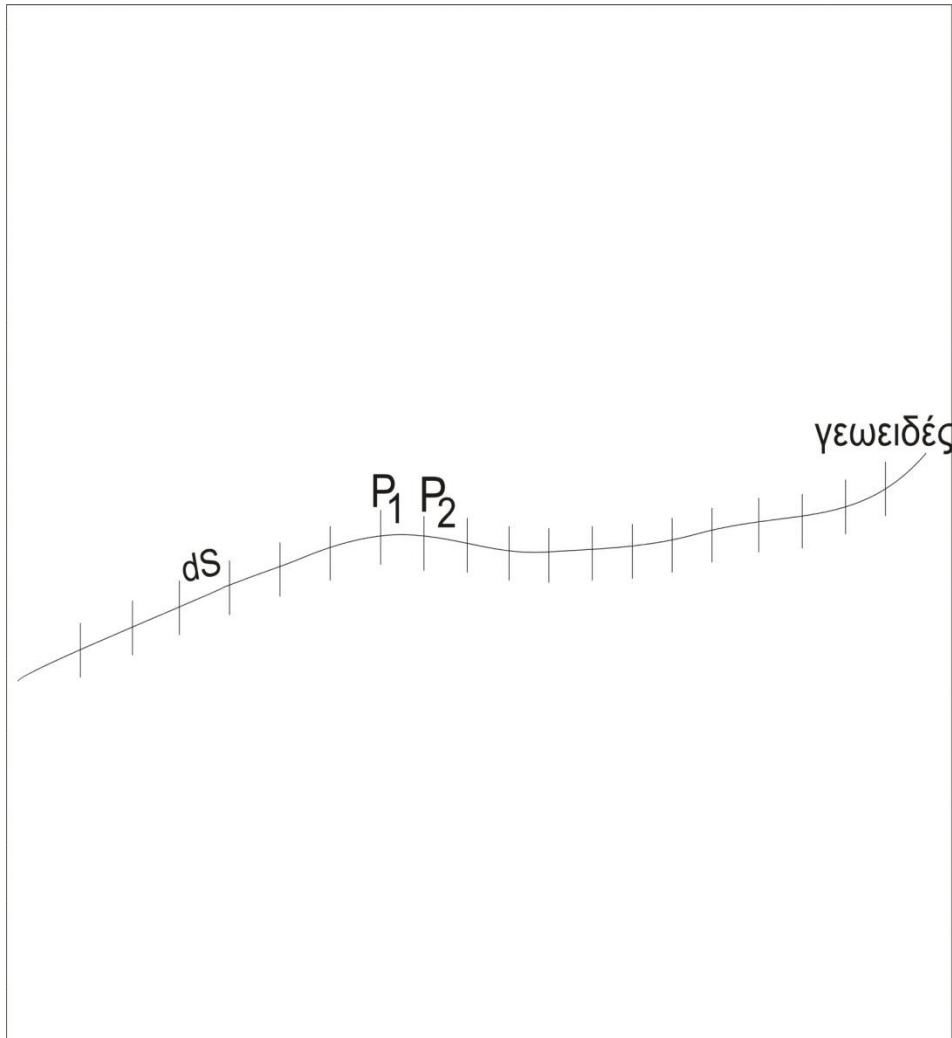
ΑΚΡΙΒΕΙΕΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ

Δh - GPS \longrightarrow $\sim 1\text{-}2$ ppm \longrightarrow Βάσεις (baselines) 10 – 100 km

ΔH – γεωμ. Χωρ. $\left\{ \begin{array}{l} 4\text{mm} \sqrt{s} \longrightarrow \text{δίκτυο Α' τάξης} \\ 8\text{mm} \sqrt{s} \longrightarrow \text{δίκτυο Β' τάξης} \\ 16\text{mm} \sqrt{s} \longrightarrow \text{δίκτυο Γ' τάξης} \end{array} \right.$

ΔN γεωειδές βαρύτητα \longrightarrow ~ 3 ppm \longrightarrow Βάσεις 10 – 100 km

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ



Εικόνα 16

$$\Delta N_{12} = N_2 - N_1 = - \int_1^2 \theta ds - E_{12}$$

$$\theta = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$$

$$\Delta \zeta_{12} = \zeta_2 - \zeta_1 = - \int_1^2 \theta ds - E_{12}^*$$

E_{12} ορθομετρική διόρθωση

E_{12}^* κανονική διόρθωση

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ

$$\Delta N_{12} = -\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} s_{12}$$

$$\Delta N_{12} = -\frac{s_{12}}{2} \left[\xi_1 + \xi_2 \right] \cos \alpha_{12} + \left[\eta_1 + \eta_2 \right] \sin \alpha_{12}$$

$$ds = \frac{dx}{\cos \alpha} = \frac{dy}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha_{12} = \frac{x_2 - x_1}{s_{12}} = \frac{\Delta x_{12}}{s_{12}}$$

$$\sin \alpha_{12} = \frac{y_2 - y_1}{s_{12}} = \frac{\Delta y_{12}}{s_{12}}$$

$$\Delta N_{12} = -\frac{\xi_1 + \xi_2}{2} \Delta x - \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} \Delta y$$

$$\Delta N_{12} = -\frac{1}{2} \left[\xi_1 + \xi_2 \right] \left[x_2 - x_1 \right] + \left[\eta_1 + \eta_2 \right] \left[y_2 - y_1 \right]$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = -\frac{1}{2} \left[\theta_1 + \theta_2 \right] s_{12} \sin 1''$$

συμβατότητα μονάδων

$$\Delta N = N_2 - N_1 = -0.009 \left[\frac{1}{2} \left[\xi_1 + \xi_2 \right] \Delta \varphi + \frac{1}{2} \left[\eta_1 + \eta_2 \right] \Delta \lambda \cos \varphi_m \right]$$

μέσα πλάτη – ελληνικός χώρος

ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ

Γενικές σχέσεις } $\mathbf{N} = \mathbf{N}^0 + \Delta \mathbf{N}$ $\bar{\xi} = \xi^b + \mathbf{v}_\xi$ $\bar{\eta} = \eta^b + \mathbf{v}_\eta$

$$N_k - N_i = -\frac{1}{2} \left(\xi_i + \bar{\xi}_k \right) \Delta x_{ik} + \left(\eta_i + \bar{\eta}_k \right) \Delta y_{ik}$$

$$-N_k - \Delta N_k + N_i^0 + \Delta N_i = -\frac{\Delta x_{ik}}{2} \left(\xi_i^b + \mathbf{v}_{\xi_i} \right) - \frac{\Delta x_{ik}}{2} \left(\xi_k^b + \mathbf{v}_{\xi_k} \right) - \frac{\Delta y_{ik}}{2} \left(\eta_i^b + \mathbf{v}_{\eta_i} \right) - \frac{\Delta y_{ik}}{2} \left(\eta_k^b + \mathbf{v}_{\eta_k} \right)$$

εξίσωση παρατήρησης

ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ (\mathbf{r} \times \mathbf{u}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ (\mathbf{u} \times \mathbf{1}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ (\mathbf{r} \times \mathbf{2n}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ (\mathbf{2n} \times \mathbf{1}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ (\mathbf{r} \times \mathbf{1}) \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Γενική εξίσωση του μικτού μοντέλου συνόρθωσης

Πίνακες σχεδιασμού

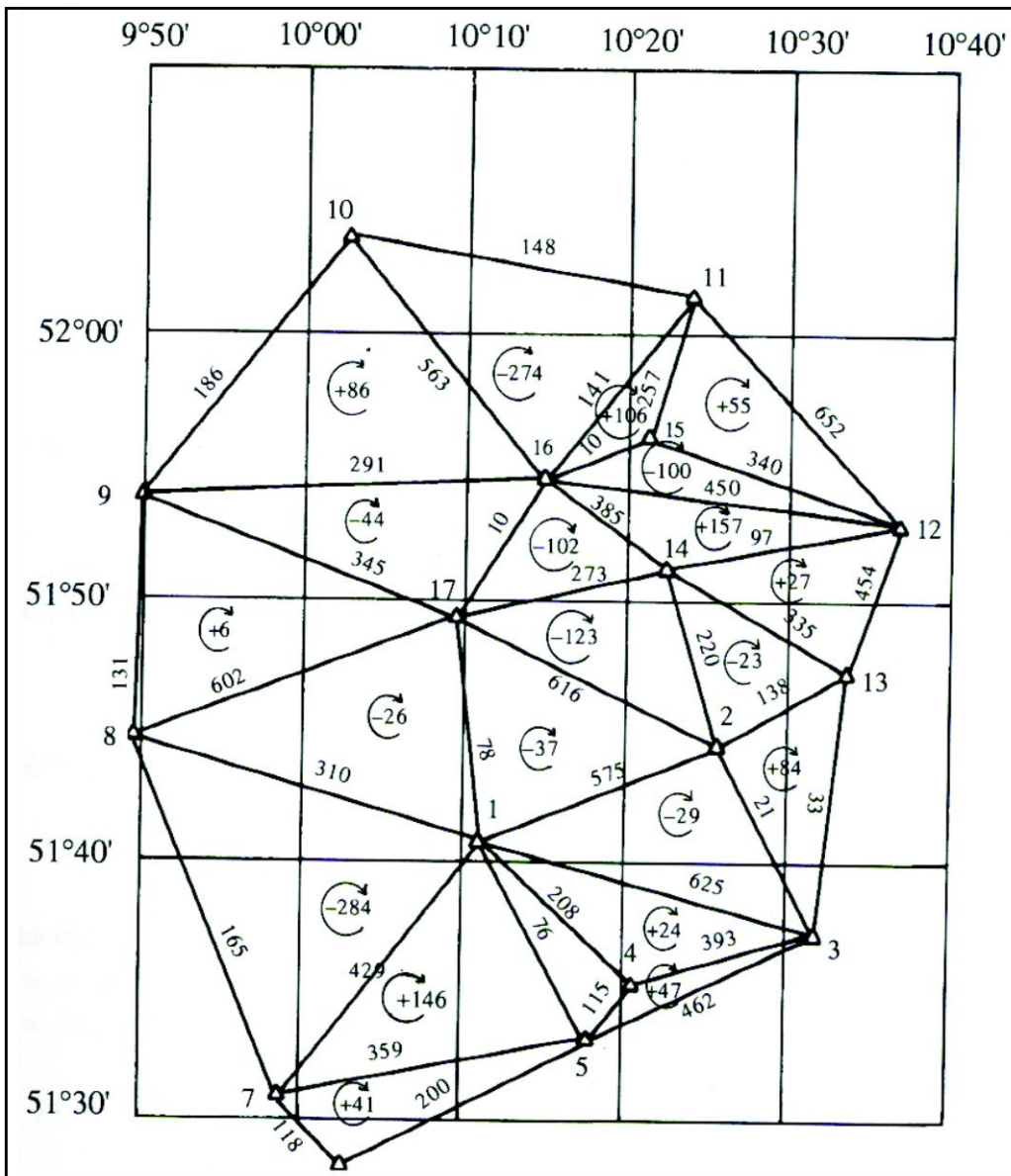
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & -1 & +1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & -\frac{\Delta x_{ik}}{2} & \dots & -\frac{\Delta x_{ik}}{2} & \dots & -\frac{\Delta y_{ik}}{2} & \dots & -\frac{\Delta y_{ik}}{2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Πίνακας διαφορών

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\mathbf{N}_k^0 & +\mathbf{N}_i^0 & -\frac{\Delta x_{ik}}{2} \left(\epsilon_i^b + \xi_k^b \right) & -\frac{\Delta y_{ik}}{2} \left(\epsilon_i^b + \eta_k^b \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

ΑΣΤΡΟΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ WESTHARZ

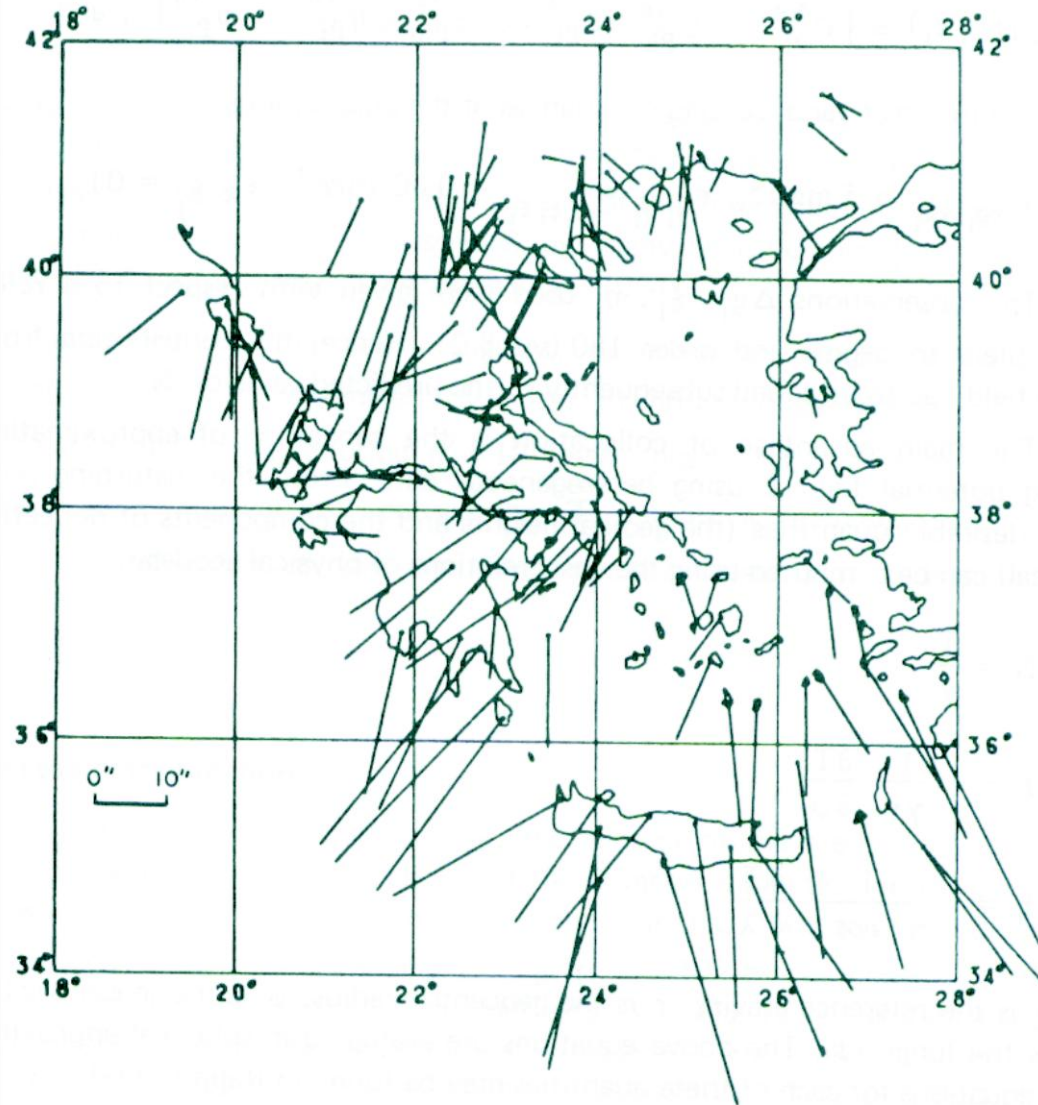


Εικόνα 17

Σταθμοί απόκλισης
κατακορύφου

Κλεισίματα τριγώνων
αστρογεωδαιτικών σταθμών

ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ ΣΤΟΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ

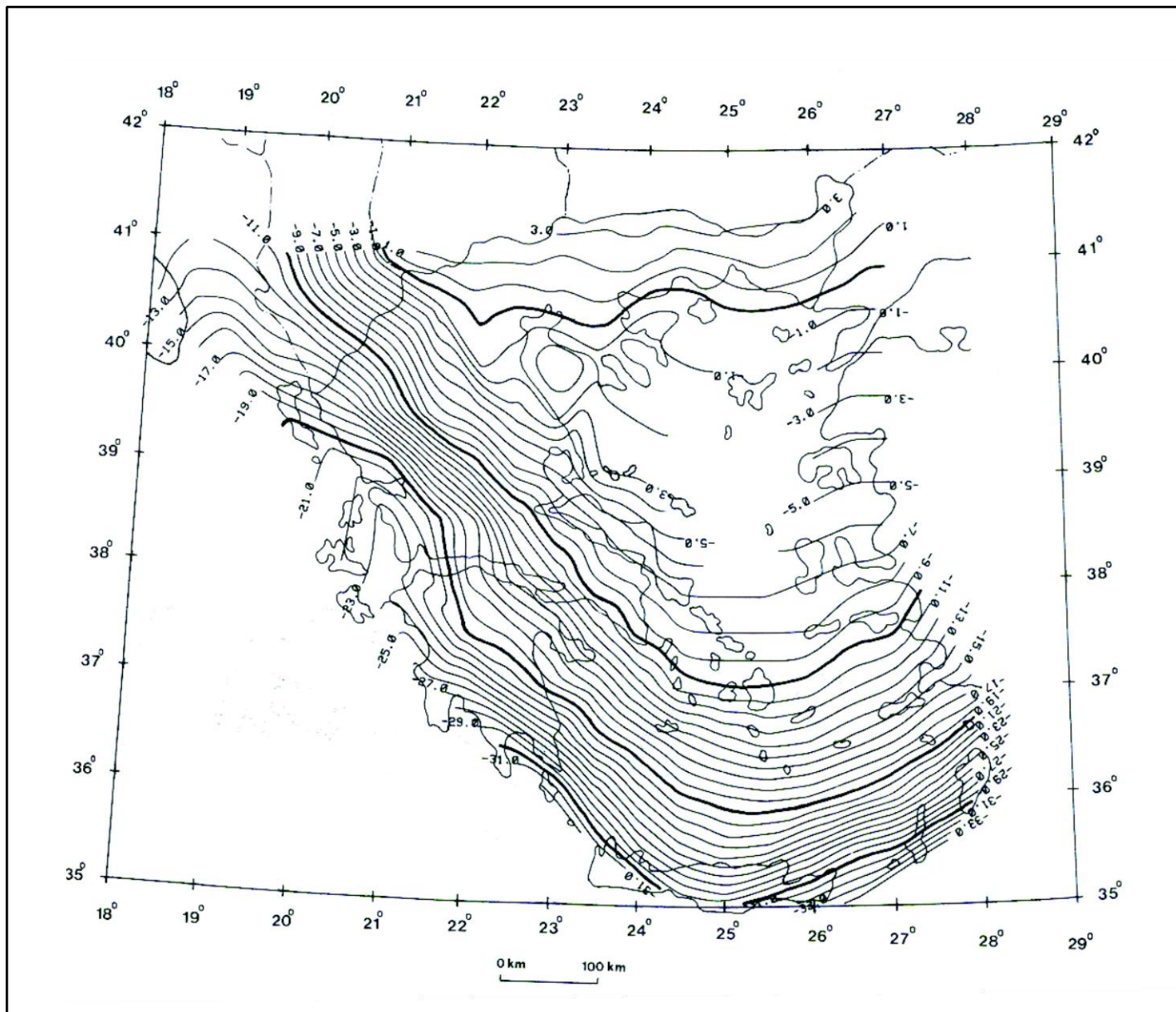


Τιμές θ

Εύρος 0" - 30 "

Εικόνα 18

ΑΣΤΡΟΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ ΓΕΩΕΙΔΕΣ ΣΤΟΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΧΩΡΟ



παρεμβολές
τιμών ξ και η

ED50

Εικόνα 19

ΑΣΤΡΟΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ

αποκλίσεις κατακορύφου από αστρονομικές παρατηρήσεις και από βαρύτητα

$$\theta^{gr} = \xi^{gr} \cos \alpha + \eta^{gr} \sin \alpha$$

$$\delta\theta = \theta^a - \theta^{gr}$$

$$\delta\theta_P = \delta\theta_A + \frac{\delta\theta_B - \delta\theta_A}{s_{AB}} s_{AP}$$

$$\theta_i = \theta_i^{gr} + \delta\theta_i$$

$$\begin{aligned} \xi^{gr} - \xi^a = & \cos \varphi_0 \cos \varphi + \sin \varphi_0 \cos \varphi - \lambda_0 \delta\xi_0 \\ & - \sin \varphi \sin \varphi - \lambda_0 \delta\eta_0 \\ & - \sin \varphi_0 \cos \varphi - \cos \varphi_0 \sin \varphi \cos \varphi - \lambda_0 \delta N_0 / a \end{aligned}$$

συστηματικές
διαφορές

$$\eta^{gr} - \eta^a = \sin \varphi_0 \sin \varphi - \lambda_0 \delta\xi_0 + \cos \varphi_0 \sin \varphi - \lambda_0 \delta\eta_0 + \cos \varphi_0 \sin \varphi - \lambda_0 \delta N_0 / a$$

$$\hat{\mathbf{x}} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{b}$$

προσδιορισμός συστηματικών διαφορών

$$\sum \left[\xi^a - \xi^{gr} \right]^2 + \left[\eta^a - \eta^{gr} \right]^2 \text{ minimum}$$

(ελάχιστα τετράγωνα)

ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΥΨΟΜΕΤΡΩΝ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ

βαρύτητα

αστρονομικές παρατηρήσεις

$$\begin{aligned} N^{gr} - N^a = & -R \cos \varphi_0 \sin \varphi - \sin \varphi_0 \cos \varphi \cos \lambda - \lambda_0 \delta x_0 \\ & - R \cos \varphi \sin \lambda - \lambda_0 \delta y_0 \\ & + R \sin \varphi_0 \sin \varphi + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \lambda - \lambda_0 \delta z_0 \end{aligned}$$

$$\sum (N^a - N^{gr})^2 = \text{minimum}$$

$$N^{gr} - N^a = -R \cos \varphi \cos \lambda \delta x_0 - R \cos \varphi \sin \lambda \delta y_0 - R \sin \varphi \delta z_0$$

$$\xi^{gr} - \xi^a = -\frac{1}{R} (R \sin \varphi \cos \lambda \delta x_0 + R \sin \varphi \sin \lambda \delta y_0 - R \cos \varphi \delta z_0)$$

$$\eta^{gr} - \eta^a = -\frac{1}{R} (R \sin \lambda \delta x_0 - R \cos \lambda \delta y_0)$$

συστηματικές
διαφορές

Αστρογεωδαιτικές αποκλίσεις της κατακορύφου και αποκλίσεις κατακορύφου από βαρύτητα

$$\xi^{\text{gr}} - \xi^{\text{a}} = -\frac{1}{R} (\sin\varphi \cdot \cos\lambda \cdot \delta x_0 + \sin\varphi \cdot \sin\lambda \cdot \delta y_0 - \cos\varphi \delta z_0)$$

$$\eta^{\text{gr}} - \eta^{\text{a}} = -\frac{1}{R} (\sin\lambda \cdot \delta x_0 - \cos\lambda \cdot \delta y_0)$$

εφαρμογή νόμου μετάδοσης σφαλμάτων

$\xi^{\text{a}}, \eta^{\text{a}}$ γνωστά χωρίς σφάλματα

$$\sigma_{\xi^{\text{gr}}}^2 = \frac{1}{R^2} (\sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \lambda \cdot \sigma_{\delta x_0}^2 + \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \lambda \cdot \sigma_{\delta y_0}^2 + \cos^2 \varphi \cdot \sigma_{\delta z_0}^2)$$

$$\sigma_{\eta^{\text{gr}}}^2 = \frac{1}{R^2} (\sin^2 \lambda \cdot \sigma_{\delta x_0}^2 + \cos^2 \lambda \cdot \sigma_{\delta y_0}^2)$$

Αστρογεωδαιτικά υψόμετρα του γεωειδούς και υψόμετρα γεωειδούς από βαρύτητα

$$N^{\text{gr}} - N^{\text{a}} = -\cos\varphi \cdot \cos\lambda \cdot \delta x_0 - \cos\varphi \cdot \sin\lambda \cdot \delta y_0 - \sin\varphi \cdot \delta z_0$$

εφαρμογή νόμου μετάδοσης σφαλμάτων

N^{a} γνωστά χωρίς σφάλματα

$$\sigma_{N^{\text{gr}}}^2 = \frac{1}{R^2} (\cos^2\varphi \cdot \cos^2\lambda \cdot \sigma_{\delta x_0}^2 + \cos^2\varphi \cdot \sin^2\lambda \cdot \sigma_{\delta y_0}^2 + \sin^2\varphi \cdot \sigma_{\delta z_0}^2)$$

ΑΣΚΗΣΗ (σελ. 229)

✓ Αστρογεωδαιτικές και βαρυτημετρικές αποκλίσεις κατακορύφου γνωστές

✓

$$\sigma_{\delta x_0} = \sigma_{\delta y_0} = \sigma_{\delta z_0} = \pm 5m$$

Να βρεθεί η ακρίβεια των βαρυτημετρικών στο: $\varphi = 40^\circ$ $\lambda = 22.5^\circ$ $R = 6371000m$

$$\xi^{gr} - \xi^a = -\frac{1}{R} (\sin \varphi \cos \lambda \delta x_0 + \sin \varphi \sin \lambda \delta y_0 - \cos \varphi \delta z_0)$$

$$\eta^{gr} - \eta^a = -\frac{1}{R} (\sin \lambda \delta x_0 - \cos \lambda \delta y_0)$$

$$\sigma_{\delta x_0}^2 = \sigma_{\delta y_0}^2 = \sigma_{\delta z_0}^2 = 25m^2$$

$$\sigma_{\xi^{gr}}^2 = \frac{1}{R^2} (\sin^2 \varphi \cos^2 \lambda \sigma_{\delta x_0}^2 + \sin^2 \varphi \sin^2 \lambda \sigma_{\delta y_0}^2 + \cos^2 \varphi \sigma_{\delta z_0}^2)$$

$$\sigma_{\eta^{gr}}^2 = \frac{1}{R^2} (\sin^2 \lambda \sigma_{\delta x_0}^2 + \cos^2 \lambda \sigma_{\delta y_0}^2)$$

Νόμος μετάδοσης των σφαλμάτων

Πράξεις $\sigma_{\xi^{gr}}^2 = \sigma_{\eta^{gr}}^2 = \pm 0.16''$

Η ακρίβεια αυτή είναι της ίδιας τάξης με την ακρίβεια αστρογεωδαιτικών τιμών που αντιστοιχούν σε αστρονομικό προσδιορισμό Α' τάξης ($\pm 0.1''$ - $\pm 0.5''$)

ΑΣΚΗΣΗ ΜΕ ΥΨΟΜΕΤΡΑ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ

$$N^{\text{gr}} - N^{\text{a}} = -\cos\varphi \cdot \cos\lambda \cdot \delta x_0 - \cos\varphi \cdot \sin\lambda \cdot \delta y_0 - \sin\varphi \cdot \delta z_0$$

N^{a} γνωστά χωρίς σφάλματα

$$\sigma_{N^{\text{gr}}}^2 = \frac{1}{R^2} (\cos^2\varphi \cdot \cos^2\lambda \cdot \sigma_{\delta x_0}^2 + \cos^2\varphi \cdot \sin^2\lambda \cdot \sigma_{\delta y_0}^2 + \sin^2\varphi \cdot \sigma_{\delta z_0}^2)$$

ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ

$$N_{\mathbf{P}, \mathbf{y}_P} \equiv \sum_{i,j=0}^n c_{ij} \mathbf{x}^i \mathbf{y}^j$$

Αριθμός όρων χωρίς το σταθερό όρο

$$q = (n+1)^2 - 1$$

Για 3ου βαθμού πολυώνυμο είναι:

$$\begin{aligned} & c_{00} + c_{10}x + c_{01}y \\ & + c_{11}xy + c_{20}x^2 + c_{02}y^2 \\ & + c_{30}x^3 + c_{03}y^3 + c_{21}x^2y + c_{12}xy^2 \\ & + c_{31}x^3y + c_{13}xy^3 + c_{22}x^2y^2 \\ & + c_{32}x^3y^2 + c_{23}x^2y^3 + c_{33}x^3y^3 \end{aligned}$$

ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗΣ

$$\hat{\mathbf{x}} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{b}$$

$$\mathbf{v}_N^T \mathbf{v}_N = \text{minimum}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_1^2 & \dots & \mathbf{x}_1^n & \mathbf{y}_1 & \dots & \mathbf{y}_1^n & \mathbf{x}_1 \mathbf{y}_1 & \dots & \mathbf{x}_1^n \mathbf{y}_1 & \dots & \mathbf{x}_1 \mathbf{y}_1^n & \dots & \mathbf{x}_1^n \mathbf{y}_1^n \\ 1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_2^2 & \dots & \mathbf{x}_2^n & \mathbf{y}_2 & \dots & \mathbf{y}_2^n & \mathbf{x}_2 \mathbf{y}_2 & \dots & \mathbf{x}_2^n \mathbf{y}_2 & \dots & \mathbf{x}_2 \mathbf{y}_2^n & \dots & \mathbf{x}_2^n \mathbf{y}_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{x}_r & \mathbf{x}_r^2 & \dots & \mathbf{x}_r^n & \mathbf{y}_r & \dots & \mathbf{y}_r^n & \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r & \dots & \mathbf{x}_r^n \mathbf{y}_r & \dots & \mathbf{x}_r \mathbf{y}_r^n & \dots & \mathbf{x}_r^n \mathbf{y}_r^n \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} c_{00} & c_{10} & \dots & c_{n0} & c_{01} & \dots & c_{0n} & c_{11} & \dots & c_{n1} & c_{1n} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνες 1, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16: Αραμπέλος Δ και Τζιαβός ΗΝ (2007) Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας της Γης. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.
- Εικόνες 3, 4: F. G. Lemoine, S. C. Kenyon, J. K. Factor, R.G. Trimmer, N. K. Pavlis, D. S. Chinn, C. M. Cox, S. M. Klosko, S. B. Luthcke, M. H. Torrence, Y. M. Wang, R. G. Williamson, E. C. Pavlis, R. H. Rapp and T. R. Olson, The Development of the Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 20771 USA, July 1998.
- Εικόνες 17, 18, 19: Τζιανος ΙΝ (1984) Μελέτη του βέλτιστου συνδυασμού ετερογενών δεδομένων στον προσδιορισμό του γεωειδούς με εφαρμογές στον Ελληνικό χώρο. Dr. Eng. Thesis (in Greek), Thessaloniki, Greece.
- Εικόνα 2: Βέργος ΓΣ (2006) Μελέτη του πεδίου βαρύτητας και της θαλάσσιας τοπογραφίας στον Ελληνικό χώρο με συνδυασμό επίγειων δεδομένων και δεδομένων των νέων δορυφορικών CHAMP και GRACE. Διδακτορική Διατριβή, Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας, Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Πολυτεχνική Σχολή, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
- Εικόνες 12, 13: <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/> <Τελευταία επίσκεψη: 22.05.2015 >
- Εικόνα 5: <http://smsc.cnes.fr/lcGOCE/goce1.jpg>. <Τελευταία επίσκεψη: 22.05.2015 >



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Ηλίας Τζιαβός – Γεώργιος Βέργος. «Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας. Το Γεωειδές». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS374/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Αριστοτέλειο
Πανεπιστήμιο
Θεσσαλονίκης



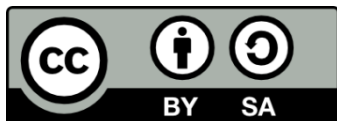
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δαλάκης Νικόλαος
Θεσσαλονίκη, 16/9/2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

