



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

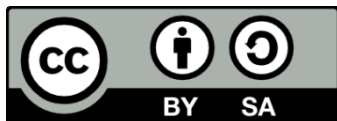
ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας

Ενότητα **10**: Θέμα Εξαμήνου

Η.Ν. Τζιαβός - Γ.Σ. Βέργος
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΑΠΘ/ΤΑΤΜ

**Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας
4^ο Εξάμηνο**

Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας

Introduction to gravity field

Ακαδημαϊκή Χρονιά:

2014 – 2015

Πρόγραμμα:

Τετάρτη 9:00 – 13:00

Διδάσκοντες:

Η.Ν. Τζιαβός, Γ.Σ. Βέργος

<http://web.auth.gr/e-topo/>

<http://olimpia.topo.auth.gr/courses/>

Ιστοσελίδες ΔΕΠ

Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας

Η. Τζιαβός ή Γ. Βέργος

Μαθήματα - εργασίες

Θέμα στο μάθημα:

Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας

2. Χρησιμοποιώντας τις ανηγμένες ανωμαλίες της βαρύτητας που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα (1ε) να κάνετε πρόγνωση υψομέτρων του γεωειδούς τόσο με φασματικές όσο και στοχαστικές μεθόδους. Αναλυτικότερα:
- α) Να υπολογίσετε το ανηγμένο μοντέλο του γεωειδούς στην περιοχή μελέτης με την τεχνική FFT και μέσω κατάλληλου κώδικα του λογισμικού MATLAB (`stokesfft.m`), καθώς και το τελικό γεωειδές στην περιοχή επαναφέροντας τη συνεισφορά της τοπογραφίας (N^{RTM}) και του γεωδυναμικού μοντέλου (N^{EGM08}). Για όλα τα πεδία να δημιουργήσετε και τα αντίστοιχα γραφήματα και να υπολογίσετε τα στατιστικά χαρακτηριστικά τους.

Εικόνα 1

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (II)

Παρουσίαση 3ου μαθήματος (Συστήματα υψών στο πεδίο βαρύτητας. Κανονικά και ορθομετρικά, γεωειδές και σχεδόν γεωειδές, τελλευροειδές, γεωμετρικά υψόμετρα, προβολές Pizzeti και Helmert, ΜΣΘ).

Παρουσίαση 4ου μαθήματος (Διαταρακτικά μεγέθη στο πεδίο βαρύτητας, διαταρακτικό δυναμικό, ανωμαλίες και διαταραχές της βαρύτητας, αποκλίσεις κατακορύφου, υψόμετρα γεωειδούς, θεμελιώδης εξίσωση φυσικής γεωδαισίας. Στατιστική περιγραφή του πεδίου βαρύτητας, εμπειρικές και αναλυτικές συναρτήσεις συμμεταβλητότητας, ομοιγένεια και ιστροπία, μοντέλο Tscherning και Rapp, πρόγνωση με σημασιική προσαρμογή, πίνακες μεταβλητοτήτων-συμμεταβλητοτήτων, παράδειγμα πρόγνωσης με σημασιική προσαρμογή, θέμα εξαμήνου).

Παρουσίαση 5ου μαθήματος (Αναγωγές της βαρύτητας, αναγωγή ελευθέρου αέρα, η επίδραση της τοπογραφίας στις ανωμαλίες βαρύτητας, αναγωγή πλάκας Bouguer, τοπογραφική διόρθωση και τοπογραφική αναγωγή, μοντέλο υπολειπόμενης τοπογραφίας, ισοστατικές αναγωγές με τα μοντέλα Airy-Heiskanen και Pratt-Hayford, πρακτικά παραδείγματα, συσχέτιση με το υψόμετρο, θέμα εξαμήνου).

Παρουσίαση 6ου μαθήματος (Προβλήματα συνωριακών τιμών, πολύωνυμα Legendre, συναρτήσεις Legendre, κανονικοποίηση, σφαιρικές αρμονικές, αρμονικές ζωνών, τομεών και τεσσεροειδείς, αναπτύγματα του πραγματικού ελκτικού δυναμικού σε σφαιρικές αρμονικές, αναπτύγματα του κανονικού ελκτικού δυναμικού σε σφαιρικές αρμονικές, σφαιρική προσέγγιση, βαθμός και τάξη ανάπτυξης).

Παρουσίαση 7ου μαθήματος (Σφαιρικές αρμονικές, αρμονικές ζωνών, τομεών και τεσσεροειδείς, αναπτύγματα του πραγματικού ελκτικού δυναμικού σε σφαιρικές αρμονικές, αναπτύγματα του κανονικού ελκτικού δυναμικού σε σφαιρικές αρμονικές, σφαιρική προσέγγιση, βαθμός και τάξη ανάπτυξης, αναδρομικές σχέσεις για τον υπολογισμό πλήρως κανονικοποιημένων πολυωνύμων και συναρτήσεων Legendre, παραδείγματα από πρόσφατα γεωδυναμικά μοντέλα, συντελεστές μεταβλητότητας και συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος, αριθμητικά παραδείγματα και ασκήσεις).

Παρουσίαση 8ου μαθήματος (Το γεωειδές και το σχεδόν γεωειδές, απεικονίσεις σε τοπική-περιφερειακή-παγκόσμια κλίμακα, μέθοδοι προσδιορισμού, αναλυτικές, στοχαστικές και φασματικές μέθοδοι, ακρίβειες προσδιορισμού, αστρογεωδαιτικός προσδιορισμός του γεωειδούς, αστροβαρυτημετρική χωροστάθμιση, πολυωνυμικός προσδιορισμός του γεωειδούς).

Παρουσίαση 9ου μαθήματος (Στοχαστικές και φασματικές μέθοδοι στον προσδιορισμό του γεωειδούς, συναρτήσεις πηρύνες των Stokes και Vening-Meinesz, σφαιρικές και επίπεδες προσεγγίσεις, πρακτικές εφαρμογές του αλγορίθμου της σημασιικής προσαρμογής).

Κώδικας Matlab

(Περιλαμβάνει m-files που είναι χρήσιμα για το θέμα εξαμήνου σε συνδυασμό με το έτοιμο m-files από τη σελίδα του μαθήματος Σήματα και Φασματικές Μέθοδοι στη Γεωπληροφορική)

read_data.m (Πρόγραμμα που διαβάζει τα δεδομένα του θέματος, υπολογίζει στατιστικά (μέγιστη, ελάχιστη, μέση τιμή και τυπική απόκλιση) και δημιουργεί 3D-γραφήματα)

fftstokes.m (Πρόγραμμα για τον υπολογισμό υψομέτρων του γεωειδούς από ανωμαλίες βαρύτητας με φασματικές μεθόδους μέσω FFT και δημιουργία 3D-γραφημάτων)

On-line Δικτυακά μαθήματα για το Matlab από το Κέντρο Υποστήριξης Εκπαίδευσης (ΚΥΠΕ) ΑΠΘ

Μάθημα 1 (Περιβάλλον εργασίας Matlab, εκφράσεις, μεταβλητές και σταθερές)

Μάθημα 2 (Διανύσματα, πίνακες, αλφαριθμητικά στοιχεία, συστοιχίες πινάκων)

Μάθημα 3 (Στοιχειώδεις συναρτήσεις και έλεγχος ροής εντολών)

Μάθημα 4 (M-files: δημιουργία και ορισμός συναρτήσεων)

Μάθημα 5 (Γραφικές παραστάσεις, έλεγχος και μορφοποίηση διαγραμμάτων)

Μάθημα 6 (Συμβολικές εκφράσεις, ρητές παραστάσεις και απλοποίηση, σειρές, παραγωγή, ολοκλήρωση, επίλυση εξισώσεων)

Εικόνα 2

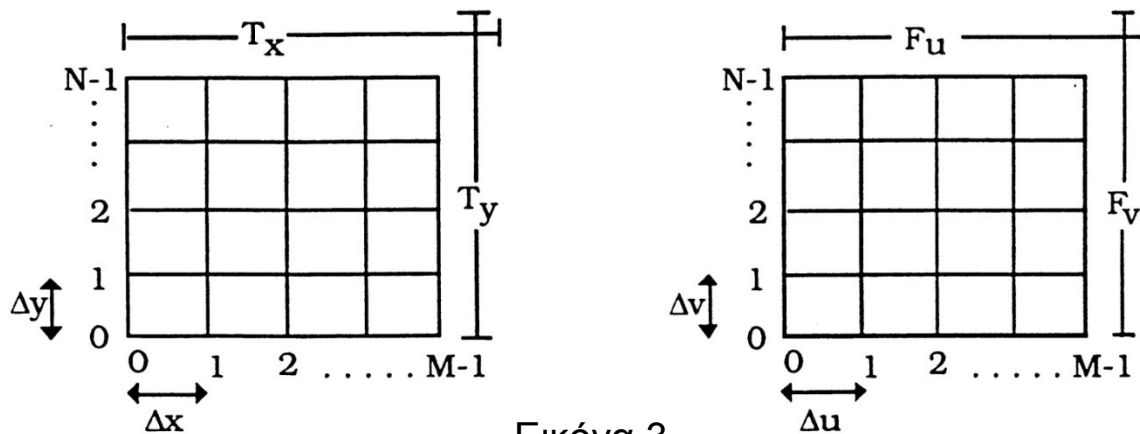
$h(x,y)$ $M \times N$ διακριτές τιμές

$$x = k\Delta, \quad k = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad \Delta = \frac{T_x}{M}$$

$$y = l\Delta, \quad l = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad \Delta = \frac{T_y}{N}$$

$$u = m\Delta, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad \Delta = \frac{F_u}{M} = \frac{1}{\Gamma_x}$$

$$v = n\Delta, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad \Delta = \frac{F_v}{N} = \frac{1}{\Gamma_y}$$



Εικόνα 3

$$\begin{aligned}
 H(m\Delta u, n\Delta v) &= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h(k\Delta x, l\Delta y) e^{-j2\pi(m\Delta u k\Delta x + n\Delta v l\Delta y)} \Delta x \Delta y \\
 &= \Delta x \Delta y \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h(k\Delta x, l\Delta y) e^{-j2\pi(m\Delta u k\Delta x + n\Delta v l\Delta y)}
 \end{aligned}$$

$$\Delta x \Delta y = \frac{T_x}{M} \frac{T_y}{N}$$

$$H(m\Delta u, n\Delta v) = \frac{T_x}{M} \frac{T_y}{N} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h(k\Delta x, l\Delta y) e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}$$

$$\begin{aligned}
 h(k\Delta x, l\Delta y) &= \Delta u \Delta v \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} H(m\Delta u, n\Delta v) e^{j2\pi(m\Delta u k\Delta x + n\Delta v l\Delta y)} \\
 &= \frac{1}{T_x} \frac{1}{T_y} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} H(m\Delta u, n\Delta v) e^{j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)}
 \end{aligned}$$

$$h(k,l) \leftrightarrow (m,n)$$

$$H(m,n) = \frac{T_x}{M} \frac{T_y}{N} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h(k\Delta_x, l\Delta_y) e^{-j2\pi \left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right)} = \mathcal{F}[h(k,l)]$$

$$h(k\Delta_x, l\Delta_y) = \frac{1}{T_x} \frac{1}{T_y} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} H(m,n) e^{j2\pi \left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right)} = \mathcal{F}^{-1}[H(m,n)]$$

Προδικιότητα και στους άξονες διεύθυνσης

$$T_x = M\Delta_x, \quad T_y = N\Delta_y$$

$$F_u = M\Delta_x, \quad F_v = N\Delta_y$$

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΜΕ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ FOURIER

$$N = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y \frac{\Delta g}{r} dx dy$$

$$N(x_p, y_p) = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y \Delta g(x, y) \frac{1}{\left[(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 \right]^{1/2}} dx dy$$

$$l_N(x, y) = r^{-1}(x, y) = (x^2 + y^2)^{-1/2}$$

$$N(x, y) = \frac{1}{2\pi\gamma} \Delta g(x, y) * l_N(x, y)$$

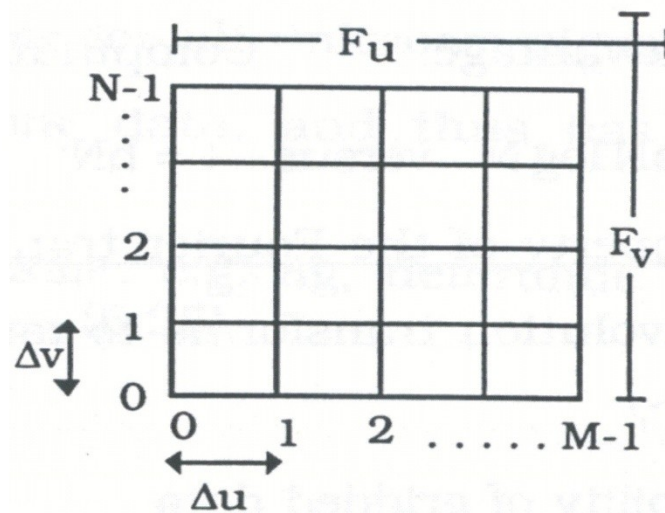
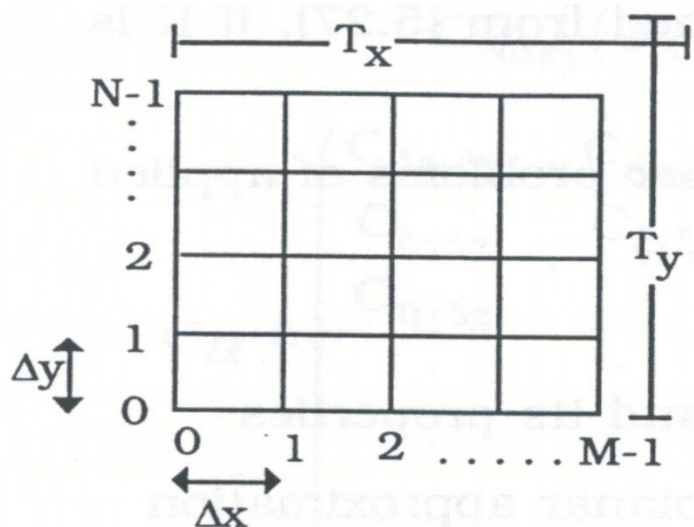
$$N(x, y) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ \Delta G(u, v) L_N(u, v) \}$$

$$\Delta G(u, v) = F \{ \Delta g(x, y) \}$$

$$L_N(u, v) = F \{ l_N(x, y) \} = (u^2 + v^2)^{-1/2}$$

$$N(x, y) = \frac{1}{2\pi\gamma} F^{-1} \left[\Delta G(u, v) \frac{1}{(u^2 + v^2)^{-1/2}} \right]$$

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΜΕ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ FOURIER



Εικόνα 4

$$N(x, y) = \frac{R}{2\pi\gamma} \int_{-x}^x \int_{-y}^y \frac{\Delta}{r} dx dy$$

$$r = \sqrt{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2}$$

$$N(x, y) = \frac{R}{2\pi\gamma} \int \int [g(x, y) * I_N(x, y)] dx dy$$

$$I_N = \delta(x, y)$$

$$\Delta G(u, v) = \mathcal{F} [g(x, y)]$$

$$L_N(u, v) = \mathcal{F} [I_N(x, y)]$$

$$N(x, y) = \mathcal{F}^{-1} [\Delta G(u, v) L_N(u, v)]$$

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (III)

- Προσοχή ότι τα δεδομένα στο Matlab για την πρόγνωση με FFT πρέπει να είναι διαθέσιμα σε μορφή 2D πινάκων (πίνακες 4x4)

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (IV)

N(EGM08) grid format	22.000000	22.033333	22.066667	22.100000
40.100000	40.628	40.748	40.841	40.921
40.066667	40.587	40.559	40.523	40.455
40.033333	40.257	40.256	40.252	40.217
40.000000	39.924	39.944	39.942	39.942
N(RTM) grid format	22.000000	22.033333	22.066667	22.100000
40.100000	-0.010	-0.001	0.001	0
40.066667	-0.013	-0.005	0.005	0
40.033333	-0.010	-0.009	0.008	0
40.000000	-0.011	-0.009	0.004	0.014
$\Delta g(\text{res})$ grid format	22.000000	22.033333	22.066667	22.100000
40.100000	0.742	-6.789	-10.284	-7.317
40.066667	-1.348	-7.884	-13.538	-10.950
40.033333	-2.870	-7.384	-11.537	-7.724
40.000000	-2.986	-7.538	-9.241	-4.961
ϕ grid format	40.100000	40.100000	40.100000	40.100000
	40.066667	40.066667	40.066667	40.066667
	40.033333	40.033333	40.033333	40.033333
	40.000000	40.000000	40.000000	40.000000
λ grid format	22.000000	22.033333	22.066667	22.100000
	22.000000	22.033333	22.066667	22.100000
	22.000000	22.033333	22.066667	22.100000
	22.000000	22.033333	22.066667	22.100000

Εικόνα 5

% geoid computation using planar FFT by Stokes' formula

%load the data

load DGres.grid;

load Negm08.grid;

load Nrtm.grid;

%load the latitude and longitude for the area in grid

load phi.grid

load dla.grid

dx=2.77;

dy=3.67;

nrow=4;

ncol=4;

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (VI)

```
if mod(nrow,2)==0
    cx=nrow/2+1;
else
    cx=round(nrow/2);
end
if mod(ncol,2)==0
    cy=ncol/2+1;
else
    cy=round(ncol/2);
end
for i=nrow:-1:1
    for j=1:1:ncol
        kernel(i,j)=1/((dx*abs(cy-j))^2+(dy*abs(cx-i))^2);
        if kernel(i,j)==inf
            kernel(i,j)=0;
        end
    end
end
end
```

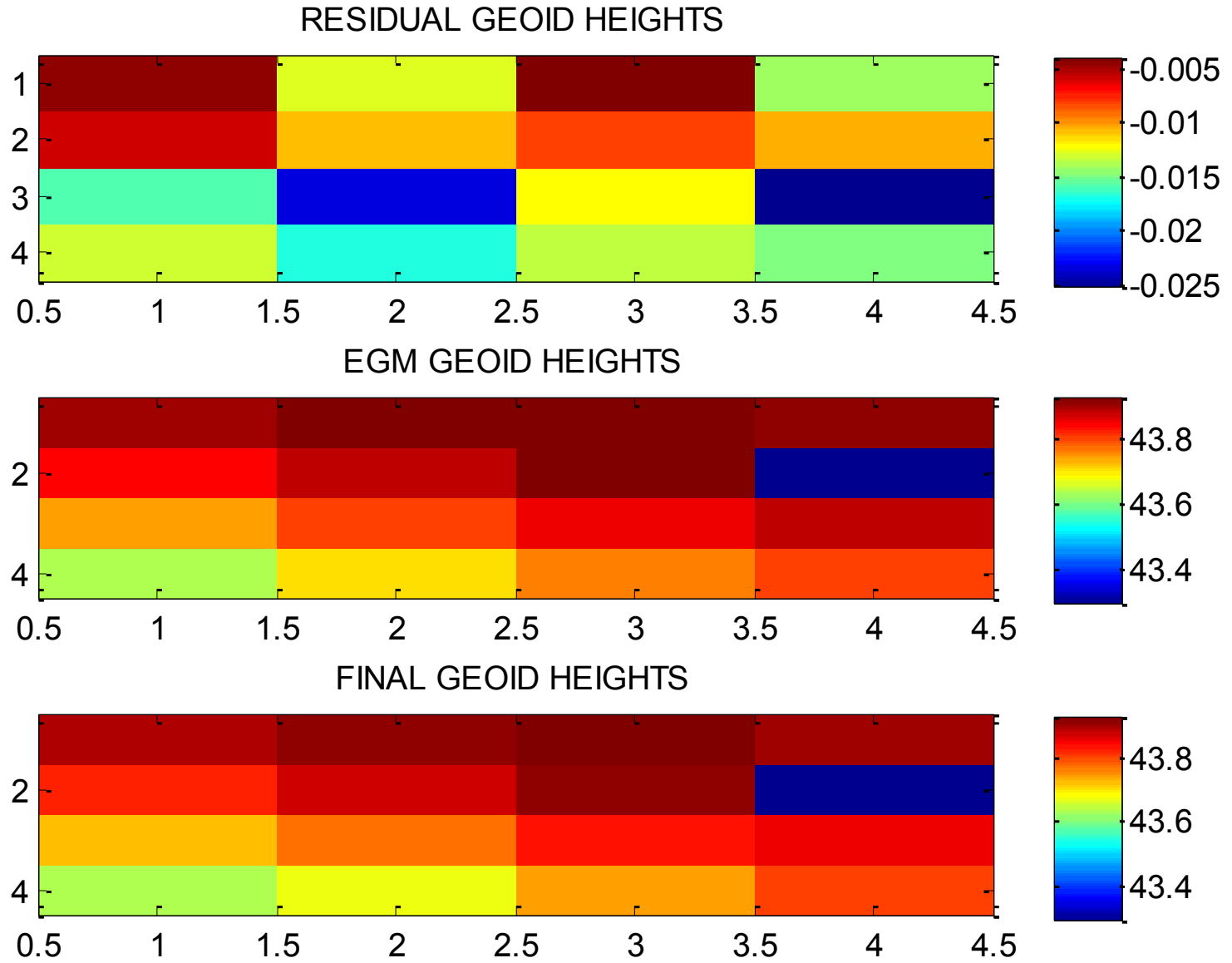

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (VII)

```
kernels=sqrt(kernel);
C=1000./(2*pi*979000.0);
DG=fft2(DGres);
kernel2=fft2(kernels);
f1=-1;
for i=nrow:-1:1
    for j=1:1:ncol
        N(i,j)=DG(i,j).*kernel2(i,j)*f1^(i+j);
    end
end
DN=ifft2(N);
NNN=real(DN).*C*dx*dy;
for i=nrow:-1:1
    for j=1:1:ncol
        geoidfin(i,j)=Negm08(i,j)+Nrtm(i,j)+ NNN(i,j);
        %DG(i,j).*kernel2(i,j)*f1^(i+j);
    end
end
```

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (VIII)

```
fid=fopen('nfinal.dat','w');
for i=1:1:nrow
    for j=1:1:ncol
        fprintf(fid,'%15.3f',geoidfin(i,j));
    end
    fprintf(fid,'\n');
end
fclose(fid);
subplot(3,1,1)
imagesc(NNN)
title('RESIDUAL GEOID HEIGHTS')
colorbar
subplot(3,1,2)
imagesc(Negm08)
title('EGM GEOID HEIGHTS')
colorbar
subplot(3,1,3)
imagesc(geoidfin)
title('FINAL GEOID HEIGHTS')
colorbar
```

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (ΙΧ)



ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (X)

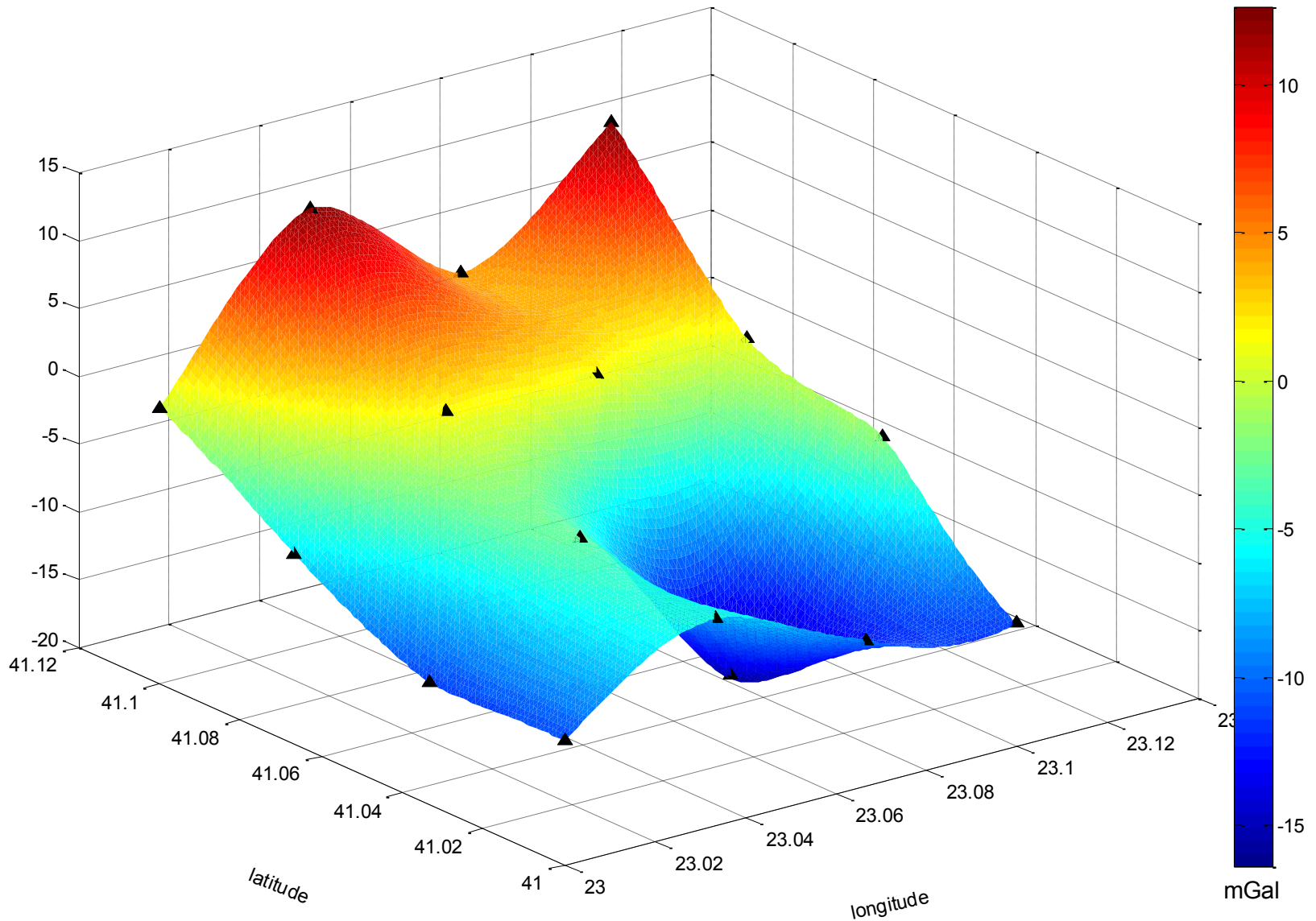
```
%-----  
% Make some plots  
% alternative method for plot  
%  
figure  
phigrd=(min(min(phi)):0.001:max(max(phi)))';  
dlagrid=(min(min(dla)):0.001:max(max(dla)))';  
[DLAI,PHI] = meshgrid(dlagrid,phigrd);  
DG_res = griddata(dla,phi,DGres,DLAI,PHI,'v4');  
%  
% Use surf to do the plot  
%  
surf(DLAI,PHI,DG_res), hold  
shading interp  
%  
% place the data points if you wish  
%  
plot3(dla,phi,DGres,'^','MarkerEdgeColor','k',...  
      'MarkerFaceColor','k','MarkerSize',6), hold off
```

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XI)

```
%  
% axis labels  
xlabel('longitude','Rotation',12)  
ylabel('latitude','Rotation',338)  
%  
% create colorbar  
h= colorbar;  
set(get(h,'xlabel'),'String', 'mGal', 'Rotation', 0,'FontSize',12)  
title('Plot of residual gravity anomalies','FontWeight','bold','FontSize',12)
```

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XII)

Plot of residual gravity anomalies



Εικόνα 7

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XIII)

Θέμα στο μάθημα:

Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας

β) Για το σημείο με γεωδαιτικές συντεταγμένες $\varphi=40.06667^\circ$ και $\lambda=22.06667^\circ$, να χρησιμοποιήσετε τις ανηγμένες τιμές ανωμαλιών βαρύτητας των πέντε πλησιέστερων σε αυτό σημείων προκειμένου να υπολογίσετε την ανηγμένη τιμή του υψόμετρου του γεωειδούς με τη μέθοδο της σημειακής προσαρμογής. Για τις συναρτήσεις συμμεταβλητότητας $C(\Delta g, \Delta g)$ και $C(N, \Delta g)$ να χρησιμοποιηθεί το μοντέλο των Tscherning-Rapp, με τις απαιτούμενες σταθερές και τη διαδικασία που περιγράφεται στην άσκηση 3 του κεφαλαίου 8 του βιβλίου «Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας της Γης». Στη συνέχεια να υπολογίσετε το τελικό υψόμετρο του γεωειδούς για το παραπάνω σημείο επαναφέροντας τη συνεισφορά της τοπογραφίας (N^{RTM}) και του γεωδυναμικού μοντέλου (N^{EGM08}).

Υπάρχουν διαφορές μεταξύ των προγνώσεων από τα ερωτήματα α) και β) για το ανηγμένο και το τελικό υψόμετρο του γεωειδούς για το σημείο με γεωδαιτικές συντεταγμένες $\varphi=40.06667^\circ$ και $\lambda=22.06667^\circ$ και αν ναι πού οφείλονται;

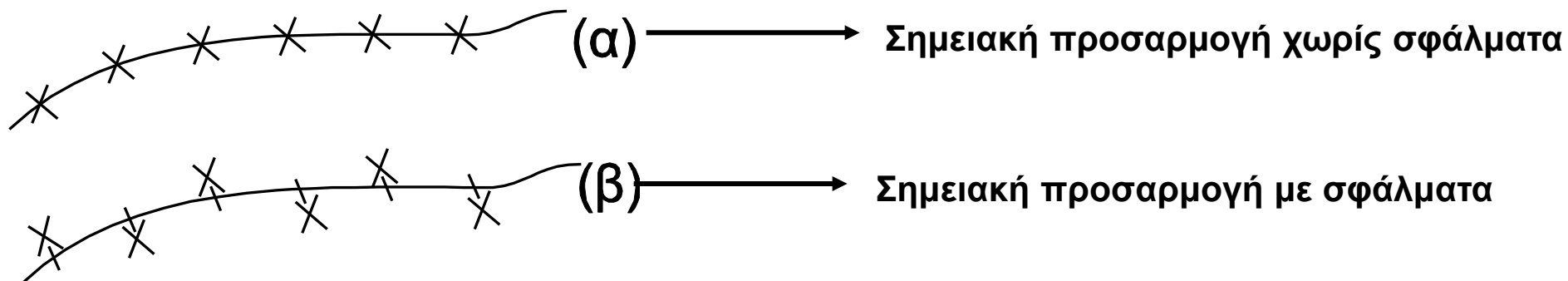
Εικόνα 8

Στοχαστικές μέθοδοι – Σημειακή προσαρμογή

➤ σημειακή προσαρμογή χωρίς σφάλματα (exact collocation) – ελάχιστα τετράγωνα

➤ σημειακή προσαρμογή με σφάλματα (smoothing collocation)

➤ σημειακή προσαρμογή με παραμέτρους (parametric least squares collocation)



Εικόνα 9

Το πρόβλημα

Από ένα σύνολο μετρήσεων (παρατηρήσεων) s_i , $i=1,2,\dots,r$, οι οποίες σχετίζονται με το διαταρακτικό δυναμικό τη γης T και οι οποίες μπορεί να εκφραστούν ως τιμές ορισμένων γραμμικών συνεχών συναρτησιακών του διαταρακτικού δυναμικού σύμφωνα με τη σχέση

$$s_i = L_i T$$

ζητείται να βρεθεί μία προσέγγιση για το T , η , η οποία να ικανοποιεί τις μετρήσεις s_i και τη συνθήκη

$$\| T \| = \min$$

Σημειώνεται ότι τα συναρτησιακά είναι ορισμένοι τελεστές, οι οποίοι μετατρέπουν συναρτήσεις σε πραγματικούς αριθμούς

Πρόγνωση με ελάχιστα τετράγωνα

$$\hat{T}_P = [C_{P1} \ C_{P2} \dots \ C_{Pr}] \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \dots & C_{1r} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ C_{r1} & C_{r2} & \dots & C_{rr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s_r \end{bmatrix}$$

Συναρτήσεις συμμεταβλητότητας

$$C_{Pi} = C(T_P, s_i)$$

$$C_{ij} = C(s_i, s_j)$$

Προγνώσεις

$$\hat{T}_P = C_{Ps} C_{SS}^{-1} \mathbf{s}$$

$$\hat{\mathbf{s}}'_k = C_{S'S} C_{SS}^{-1} \mathbf{s}$$

Σημιακή προσαρμογή χωρίς σφάλματα

Πρόγνωση υπομέτρων γεωειδούς N από Δg

$$\hat{N} = [\hat{N}_1 \quad \hat{N}_2 \quad \dots \quad \hat{N}_k]^T$$

$$\hat{\Delta g} = [\Delta g_1 \quad \Delta g_2 \quad \dots \quad \Delta g_n]^T$$

$$\hat{N}_k = \mathfrak{C}_{N\Delta g} \mathfrak{C}_{\Delta g\Delta g}^{-1} \Delta g$$

Πίνακες συμμεταβλητοτήτων

$$\mathfrak{C}_{\Delta g\Delta g} = \begin{bmatrix} \mathfrak{C}(\Delta g_1, \Delta g_1) & \mathfrak{C}(\Delta g_1, \Delta g_2) & \dots & \mathfrak{C}(\Delta g_1, \Delta g_n) \\ \mathfrak{C}(\Delta g_2, \Delta g_1) & \mathfrak{C}(\Delta g_2, \Delta g_2) & \dots & \mathfrak{C}(\Delta g_2, \Delta g_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathfrak{C}(\Delta g_n, \Delta g_1) & \mathfrak{C}(\Delta g_n, \Delta g_2) & \dots & \mathfrak{C}(\Delta g_n, \Delta g_n) \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{C}_{N\Delta g} = \begin{bmatrix} \mathfrak{C}(N_1, \Delta g_1) & \mathfrak{C}(N_1, \Delta g_2) & \dots & \mathfrak{C}(N_1, \Delta g_n) \\ \mathfrak{C}(N_2, \Delta g_1) & \mathfrak{C}(N_2, \Delta g_2) & \dots & \mathfrak{C}(N_2, \Delta g_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathfrak{C}(N_k, \Delta g_1) & \mathfrak{C}(N_k, \Delta g_2) & \dots & \mathfrak{C}(N_k, \Delta g_n) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{NN} = \mathfrak{C}_{\Delta g\Delta g}^{-1} - \mathfrak{C}_{N\Delta g} \mathfrak{C}_{\Delta g\Delta g}^{-1} \mathfrak{C}_{\Delta gN} \longrightarrow \text{σφάλμα πρόγνωσης}$$

Ιδιότητες Σημειακής Προσαρμογής

- Κατανομή δεδομένων τυχαία ή σε πλέγμα
- Πρόγνωση σε τυχαία σημαία ή σε πλέγμα
- Αποτέλεσμα ανεξάρτητο από τον αριθμό των σημείων πρόγνωσης
- Δεδομένα και προσδιοριζόμενα σήματα μπορεί να είναι ετερογενείς παρατηρήσεις
- Βέλτιστη λύση, ακριβέστερη από οποιαδήποτε άλλη γραμμική προσέγγιση

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XIV)

$$C(\Delta g, \Delta g) = As^2 \left(\frac{1}{L} - 1 - \ln \frac{2}{N} \right),$$

$$C(N, \Delta g) = \frac{A}{\gamma} Rs \left(\ln \frac{2}{N} - ts \right),$$

οι οποίες αντιστοιχούν στο μοντέλο των Τσζηερνινγκ - Ραππ (βλ. ενότητα 5.3.1).
Είναι: $\gamma = 980000 \text{ mGal}$, $R = 6371000 \text{ m}$, $A = 425 \text{ mGal}^2$, $s = 0.999617$ και
 $t = \cos \psi$, όπου ψ η σφαιρική απόσταση. Είναι ακόμη

$$L = \sqrt{1 - 2st + s^2}, \quad N = 1 + L - st.$$

Εικόνα 10

$$t = \cos \psi = \sin \varphi_i \sin \varphi_j + \cos \varphi_i \cos \varphi_j \cos(\lambda_i - \lambda_j)$$

$$\mathbf{l} = [\Delta g_1 \ \Delta g_2 \ \Delta g_3 \ \Delta g_4 \ \Delta g_5, \Delta g_6 \ \Delta g_7 \ \Delta g_8 \ \Delta g_9 \ \Delta g_{10}]^T,$$

Εικόνα 11

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XV)

Πίνακας 8.3: Ανωμαλίες ελεύθερου αέρα

Σημείο	φ [°]	λ [°]	H [m]	Δg [mGal]
1	39.00	21.00	0.00	58.0
2	39.00	22.00	0.00	64.0
3	39.25	21.70	0.00	105.0
4	39.50	21.50	0.00	74.0
5	39.75	21.25	0.00	88.0
6	39.80	21.50	0.00	103.0
7	39.90	21.90	0.00	92.0
8	39.10	21.70	0.00	77.0
9	39.20	21.30	0.00	62.0
10	39.75	21.75	0.00	100.0

Πίνακας 8.4: Σημεία (σταθμοί) που θα γίνει πρόγνωση υψομέτρων γεωειδούς

Σημείο	ϕ [°]	λ [°]	H [m]
11	39.50	21.50	0.00
12	39.70	21.40	0.00
13	39.20	21.50	0.00
14	39.40	21.80	0.00

Εικόνα 12

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XVI)

$$l = [58 \ 64 \ 105 \ 74 \ 88 \ 103 \ 92 \ 77 \ 62 \ 100]^T .$$

Το διάνυσμα των σημάτων πρόγνωσης (άγνωστες ποσότητες) είναι

$$\hat{N} = [\hat{N}_{11} \ \hat{N}_{12} \ \hat{N}_{13} \ \hat{N}_{14}]^T .$$

Ο πίνακας μεταβλητοτήτων/συμμεταβλητοτήτων των παρατηρήσεων C_{ll} συμπίπτει με τον πίνακα των σημάτων C_{ss} , επειδή οι παρατηρήσεις δεν έχουν σφάλματα. Ο πίνακας C_{ll} είναι ένας συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο πίνακας με διαστάσεις 10x10. Οι μονάδες του πίνακα είναι (mGal²). Είναι

$$C_{ll} = \begin{bmatrix} C(\Delta g_1, \Delta g_1) & C(\Delta g_1, \Delta g_2) & \cdots & C(\Delta g_1, \Delta g_{10}) \\ C(\Delta g_2, \Delta g_1) & C(\Delta g_2, \Delta g_2) & \cdots & C(\Delta g_2, \Delta g_{10}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C(\Delta g_{10}, \Delta g_1) & C(\Delta g_{10}, \Delta g_2) & \cdots & C(\Delta g_{10}, \Delta g_{10}) \end{bmatrix} ,$$

Εικόνα 13

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XVII)

$$C_u = \begin{bmatrix} 1.11 & 0.03 & 0.04 & 0.04 & 0.03 & 0.02 & 0.02 & 0.04 & 0.08 & 0.02 \\ 0.03 & 1.11 & 0.07 & 0.04 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.09 & 0.04 & 0.03 \\ 0.04 & 0.07 & 1.11 & 0.08 & 0.04 & 0.04 & 0.03 & 0.16 & 0.07 & 0.05 \\ 0.04 & 0.04 & 0.08 & 1.11 & 0.07 & 0.08 & 0.05 & 0.05 & 0.07 & 0.07 \\ 0.03 & 0.02 & 0.04 & 0.07 & 1.11 & 0.12 & 0.04 & 0.03 & 0.04 & 0.06 \\ 0.02 & 0.02 & 0.04 & 0.08 & 0.12 & 1.11 & 0.07 & 0.03 & 0.04 & 0.12 \\ 0.02 & 0.02 & 0.03 & 0.05 & 0.04 & 0.07 & 1.11 & 0.03 & 0.03 & 0.12 \\ 0.04 & 0.09 & 0.16 & 0.05 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 1.11 & 0.07 & 0.03 \\ 0.08 & 0.04 & 0.07 & 0.07 & 0.04 & 0.03 & 0.03 & 0.07 & 1.11 & 0.03 \\ 0.02 & 0.03 & 0.05 & 0.07 & 0.06 & 0.12 & 0.12 & 0.03 & 0.03 & 1.11 \end{bmatrix} \times 10^6 .$$

Υπολογίζεται ο αντίστροφος C_u^{-1} του πίνακα C_u .

$$C_u^{-1} = \begin{bmatrix} 0.91 & -.02 & -.02 & -.02 & -.02 & -.01 & -.01 & -.02 & -.06 & -.01 \\ -.02 & 0.92 & -.04 & -.02 & -.01 & -.01 & -.01 & -.07 & -.02 & -.01 \\ -.02 & -.04 & 0.94 & -.05 & -.02 & -.02 & -.02 & -.12 & -.05 & -.02 \\ -.02 & -.02 & -.06 & 0.92 & -.05 & -.05 & -.02 & -.03 & -.05 & -.05 \\ -.02 & -.01 & -.02 & -.05 & 0.92 & -.09 & -.02 & -.01 & -.02 & -.03 \\ -.01 & -.01 & -.02 & -.05 & -.09 & 0.93 & -.04 & -.01 & -.02 & -.08 \\ -.01 & -.01 & -.02 & -.02 & -.02 & -.04 & 0.92 & -.01 & -.01 & -.09 \\ -.03 & -.07 & -.12 & -.03 & -.01 & -.01 & -.01 & 0.93 & -.05 & -.02 \\ -.06 & -.02 & -.05 & -.05 & -.02 & -.02 & -.01 & -.04 & 0.92 & -.02 \\ -.01 & -.02 & -.02 & -.05 & -.03 & -.08 & -.10 & -.02 & -.02 & 0.93 \end{bmatrix} \times 10^{-6} .$$

Εικόνα 14

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XVIII)

Υπολογίζεται ο πίνακας $\mathbf{b} = \mathbf{C}_u^{-1}\mathbf{l}$ (βλ. σχέση 8.152) με διαστάσεις (10x1).

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} .38 \\ .41 \\ .71 \\ .40 \\ .57 \\ .67 \\ .62 \\ .44 \\ .34 \\ .63 \end{bmatrix} \times 10^{-4} .$$

Υπολογίζεται ο πίνακας διασυμμεταβλητοτήτων $\mathbf{C}_{N\Delta g}$ (βλ. σχέση 8.154) με διαστάσεις (4x10) ανάμεσα στα σημεία που πρόκειται να γίνει πρόγνωση υψομέτρων γεωειδούς N και τα σημεία στα οποία είναι γνωστές τιμές ανωμαλιών βαρύτητας Δg . Είναι

$$\mathbf{C}_{N\Delta g} = \begin{bmatrix} C(N_1, \Delta g_1) & C(N_1, \Delta g_2) & \cdots & C(N_1, \Delta g_{10}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C(N_4, \Delta g_1) & C(N_4, \Delta g_2) & \cdots & C(N_4, \Delta g_{10}) \end{bmatrix} ,$$

Εικόνα 15

ΘΕΜΑ ΕΞΑΜΗΝΟΥ (XIX)

$$C_{N\Delta g} = \begin{bmatrix} 1.149 & 1.149 & 1.350 & 1.897 & 1.332 & 1.345 & 1.209 & 1.252 & 1.315 & 1.332 \\ 1.098 & 1.073 & 1.208 & 1.430 & 1.558 & 1.557 & 1.250 & 1.145 & 1.209 & 1.369 \\ 1.248 & 1.248 & 1.497 & 1.345 & 1.171 & 1.163 & 1.098 & 1.467 & 1.509 & 1.171 \\ 1.108 & 1.252 & 1.489 & 1.389 & 1.186 & 1.233 & 1.209 & 1.337 & 1.248 & 1.304 \end{bmatrix} \times 10^4 .$$

Το διάνυσμα με τα τέσσερα σήματα πρόγνωσης (υψόμετρα γεωειδούς σε m) υπολογίζεται από τη σχέση $\hat{N} = C_{N\Delta g} b$. Είναι

$$\hat{N} = \begin{bmatrix} \hat{N}_{11} \\ \hat{N}_{12} \\ \hat{N}_{13} \\ \hat{N}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.87 \\ 6.76 \\ 6.60 \\ 6.63 \end{bmatrix} .$$

Εικόνα 16

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνες 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16: Αραμπέλος Δ και Τζιαβός ΗΝ (2007) Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας της Γης. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Ηλίας Τζιαβός – Γεώργιος Βέργος. «Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας. Θέμα Εξαμήνου». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS374/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Αριστοτέλειο
Πανεπιστήμιο
Θεσσαλονίκης



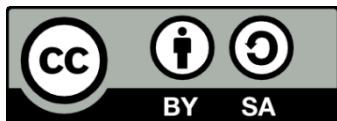
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δαλάκης Νικόλαος
Θεσσαλονίκη, 16/9/2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

