



Μαθηματικά στην Πολιτική Επιστήμη: Εισαγωγή

Ενότητα 4.2 : Πιθανότητα – Δεσμευμένη Πιθανότητα- Όρια (II).

Θεόδωρος Χατζηπαντελής
Τμήμα Πολιτικών Επιστημών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





Πιθανότητα

Δεσμευμένη Πιθανότητα – Όρια, Μέρος II



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Πιθανότητα- Ξένα (ασυμβίβαστα) και Ανεξάρτητα ενδεχόμενα

- Ξένα είναι δύο (ή περισσότερα) γεγονότα που η πραγματοποίηση ενός αποκλείει την πραγματοποίηση των άλλων. Αν φέρουμε 2 δεν μπορεί να φέρουμε κάτι άλλο ταυτόχρονα. Ακολουθούμε μόνο μία από τις 16 στάσεις στις εκλογές.
- Ανεξάρτητα είναι δύο (ή περισσότερα) γεγονότα όταν η πραγματοποίηση του ενός δεν επηρεάζει την πραγματοποίηση των άλλων.



Δεσμευμένη πιθανότητα 1

- Η δεσμευμένη πιθανότητα (πιθανότητα υπό συνθήκη) αντιστοιχεί σε ένα **διαφορετικό** δειγματοχώρο. Γράφουμε $P(A/B)$ και λέμε πιθανότητα να συμβεί το A όταν έχει συμβεί το B και εννοούμε ότι γνωρίζουμε ότι έχει πραγματοποιηθεί το γεγονός B και προσπαθούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα τότε (υπό αυτή την συνθήκη) να συμβεί το A .



Δεσμευμένη πιθανότητα 2

- $P(X=4/X \text{ είναι ζυγός αριθμός})$ όταν το X είναι το αποτέλεσμα ενός ζαριού, σημαίνει ότι γνωρίζουμε ότι φέραμε ζυγό αριθμό [δηλ. ο δειγματοχώρος μας περιορίζεται στο $\{2, 4, 6\}$] και αναζητούμε την πιθανότητα να έχουμε φέρει 4. Προφανώς $P(X=4/X \text{ είναι ζυγός})=1/3$.



Δεσμευμένη πιθανότητα 3

- Για να υπολογίσουμε την $P(A/B)$ σκεφτόμαστε ότι αν γνωρίζουμε την πιθανότητα του B [$P(B)$] αρκεί να υπολογίσουμε την πιθανότητα της τομής [δηλαδή πόσο πιθανό είναι να συμβούν και τα δύο $P(A \cap B)$]. Είναι τότε:

$$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B) = (1/6) / (1/2) = 1/3.$$



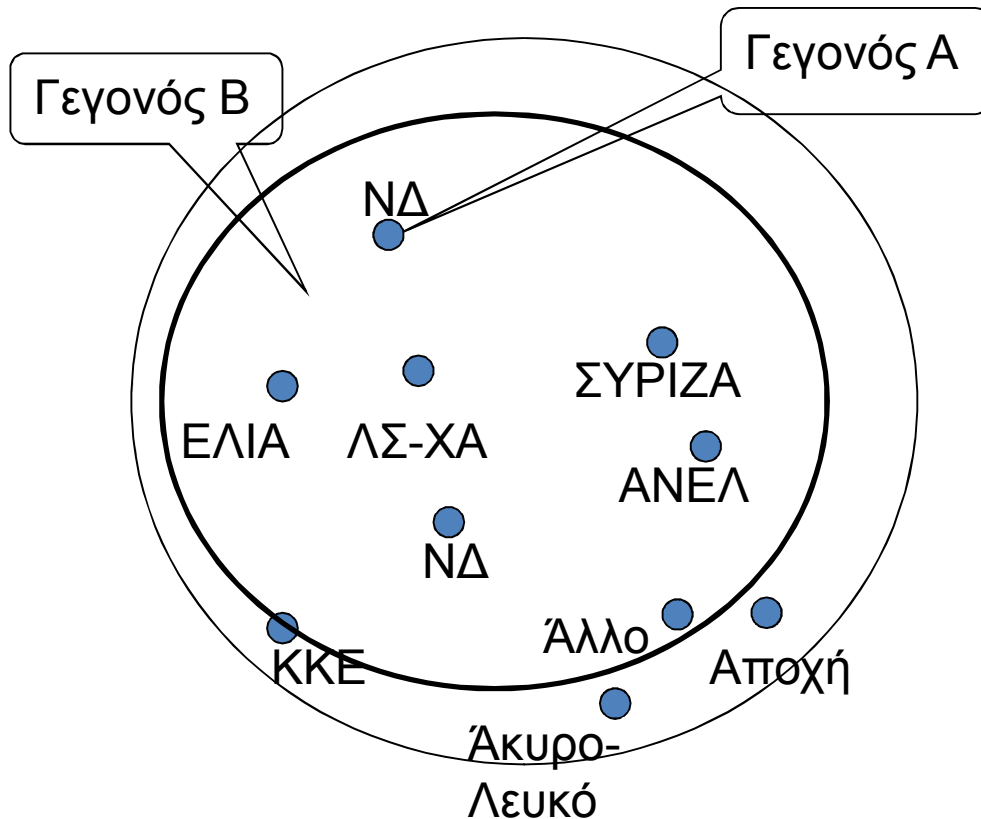
Δεσμευμένη πιθανότητα 4

- Αν θέλουμε να υπολογίσουμε το ποσοστό της ΝΔ επί των εγκύρων ψήφων υπολογίζουμε την δεσμευμένη πιθανότητα $P(\text{ΝΔ}/\text{έγκυρα ψηφοδέλτια})=0,2272$. Δηλαδή, υπολογίζουμε πρώτα την πιθανότητα να έχει ψηφίσει έγκυρο (που είναι 0,5769) και μετά υπολογίζουμε:
 $P(\text{ΝΔ})/P(\text{έγκυρο})=0,1310/0,5769=0,2272$.



Δεσμευμένη πιθανότητα 5

Σχήμα 4: Παράδειγμα



- Γεγονός Α: ψηφίζω ΝΔ, Γεγονός Β: ψηφίζω έγκυρο. $P(A/B)$ σημαίνει: πόσο πιθανό είναι να ψηφίσω ΝΔ δεδομένου ότι ψήφισα έγκυρο. $P(B/A)$ σημαίνει: πόσο πιθανό είναι να ψήφισα έγκυρο δεδομένου ότι ψήφισα ΝΔ. Αυτή η πιθανότητα είναι ίση με 1.



Ανεξάρτητα

- Αν το A δεν επηρεάζεται από την πραγματοποίηση του B τότε $P(A)=P(A/B)$ και κατά συνέπεια

$$P(A/B)=P(A) \text{ και } P(A \cap B)=P(A)*P(B).$$

Στο παράδειγμα μας με το ζάρι [όπου η πραγματοποίηση του B επηρεάζει την πραγματοποίηση του A] $P(A)=1/6$, $P(B)=1/2$, $P(A \cap B)=1/6$, $P(A/B)=1/3$.



$P(A/B)$ και $P(B/A)$ 1

- Οι δύο αυτές πιθανότητες γενικά είναι διαφορετικές. Πράγματι:
- $P(A/B)$ παριστάνει το γεγονός να έχουμε φέρει 4 ενώ έχουμε φέρει ζυγό αριθμό. Γνωρίζουμε ότι έχει συμβεί το $B=\{2,4,6\}$ και υπολογίζουμε τότε $P(A/B)=1/3$.
- $P(B/A)$ παριστάνει το γεγονός να έχουμε φέρει ζυγό ενώ έχουμε φέρει 4. Γνωρίζουμε ότι έχει συμβεί το 4 και άρα $P(B/A)=1$.



$P(A/B)$ και $P(B/A)$ 2

- Μετά από μια ληστεία στο κέντρο της Θεσσαλονίκης οι αυτόπτες μάρτυρες κατονομάζουν ένοχο κάποιον {που έχει ύψος περίπου 1,80, γαλανά μάτια και οδηγεί μια μηχανή με πινακίδα με γράμματα NZE}.
- Ποια είναι η πιθανότητα ένας με αυτά τα χαρακτηριστικά (A) να είναι αθώος (B); $P(B/A)$.
- Ποια είναι η πιθανότητα ένας αθώος (B) να έχει αυτά τα χαρακτηριστικά (A); $P(A/B)$.



Η πλάνη του συνηγόρου υπεράσπισης (και του εισαγγελέα)

- Ας υποθέσουμε ότι από τους 350,000 κατοίκους υπάρχουν 10 που έχουν αυτά τα χαρακτηριστικά. Ένας από αυτούς είναι ένοχος.
- $P(B/A)=9/10$ [10 έχουν τα χαρακτηριστικά και 9 από αυτούς είναι αθώοι].
- $P(A/B)=9/349999$ [υπάρχουν 349.999 αθώοι και 9 από αυτούς έχουν αυτά τα χαρακτηριστικά].



$P(A/B)$ και $P(B/A)$ 3

- $P(A/B) * P(B) = P(A \cap B) = P(A) * P(B/A)$
- Έτσι γνωρίζοντας τη μία από τις δύο δεσμευμένες πιθανότητες είναι δυνατόν να υπολογίσουμε την άλλη.
- Αυτή είναι μια ιδιαίτερα σημαντική ιδιότητα που συνδέει τις δύο δεσμευμένες πιθανότητες.



Πιθανότητα και Δεσμευμένη Πιθανότητα

- Ένας (που ταξιδεύει συχνά με αεροπλάνο) υπολόγισε ότι η πιθανότητα να υπάρχει μια βόμβα είναι 0,002! Παρόλο που είναι μικρή φοβήθηκε αρκετά. Έτσι κουβαλάει έκτοτε μία και αυτός γιατί η πιθανότητα να υπάρχουν δύο βόμβες είναι $0,002 \times 0,002$ δηλαδή 0,00004! Σχεδόν μηδέν.



Ο τύπος του Bayes 1

- Πόσοι θα ψηφίσουν ένα κόμμα; Σε μια έρευνα κάποιοι δηλώνουν ότι θα το ψηφίσουν (γεγονός A_1) κάποιοι δηλώνουν ότι δεν θα το ψηφίσουν (θα ψηφίσουν κάποιο άλλο, γεγονός A_2) και οι υπόλοιποι ότι δεν έχουν ακόμη αποφασίσει (γεγονός A_3).
- Πόσοι θα το ψηφίσουν; (γεγονός B).



Ο τύπος του Bayes 2

- $P(B/A_1)$ είναι η πιθανότητα να ψηφίσει το B κάποιος που δήλωσε ότι θα το ψηφίσει.
- $P(B/A_2)$ είναι η πιθανότητα να ψηφίσει το B κάποιος που δήλωσε ότι θα ψηφίσει άλλο.
- $P(B/A_3)$ είναι η πιθανότητα να ψηφίσει το B κάποιος που δεν είχε αποφασίσει.
- Παρατηρείστε ότι A_1, A_2, A_3 είναι μια διαμέριση του A .



Ο τύπος του Bayes 3

- Τότε για να βρούμε την πιθανότητα να ψηφιστεί το B αρκεί να υπολογίσουμε την ποσότητα:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3) = \\ &= P(B/A_1) * P(A_1) + P(B/A_2) * P(A_2) + P(B/A_3)P(A_3). \end{aligned}$$



Παράδειγμα $P(A/B)$ και $P(B/A)$

- Σε μια ερώτηση όπου πρέπει να διαλέξει από 4 απαντήσεις ένας φοιτητής γνωρίζει την σωστή απάντηση με πιθανότητα 0.7
- Ποια είναι η πιθανότητα να απαντήσει σωστά;
- Ορίζουμε A το γεγονός {γνωρίζει τη σωστή απάντηση}, B το γεγονός {απαντά σωστά}.



Συνέχεια Παραδείγματος $P(A/B)$ και $P(B/A)$

- $P(A)=0.7$ και $P(A')=0.3$
- $P(B/A)=1$ [απαντά σωστά όταν ξέρει τη σωστή απάντηση] και $P(B/A')=0.25$ [απαντά σωστά όταν δεν ξέρει τη σωστή απάντηση]
- Άρα $P(B)=1*0.7+0.25*0.3=0.775$
- $P(A/B)$ [δηλαδή να γνωρίζει τη σωστή απάντηση αν απάντησε σωστά]* $P(B)=P(A)*P(B/A)$ και τελικά $P(A/B)=P(A)*P(B/A) / P(B)=0.7*1/0.775=0.903$.



Παράδειγμα Test εγκυμοσύνης

- Ακόμη και τα πιο ακριβή test έχουν ένα όριο εμπιστοσύνης κοντά στο 95%. Δηλαδή καταλήγουν σε σωστό συμπέρασμα στο 95% των περιπτώσεων και κάνουν λάθος στο 5%. Αν A είναι το γεγονός {θετικό test} και B το γεγονός {πραγματική εγκυμοσύνη} και γνωρίζουμε ότι η $P(B)=0.8$ (με τη συνδρομή κάποιων άλλων προϋποθέσεων).



Συνέχεια Παραδείγματος Test εγκυμοσύνης

- $P(A/B)=0.95$ και $P(A'/B')=0.95$ (σύμφωνα με το test). Οπότε $P(A/B')=0.05$ και $P(A'/B)=0.05$

$$P(B/A)=P(A/B)*P(B)+P(A/B')*P(B')=$$
$$=0.95*0.8+0.05*0.2=0.77$$

$$P(B/A')=P(A'/B)*P(B)+P(A'/B')*P(B')=$$
$$=0.05*0.8+0.95*0.2=0.23$$

Καλύτερα να δει κάποιον γιατρό.



Μπορεί να εκλεγεί Πρόεδρος Δημοκρατίας 1;

Η σημερινή κοινοβουλευτική δύναμη των κομμάτων είναι:

{ΝΔ 127, ΣΥΡΙΖΑ 71, ΠΑΣΟΚ 28, ΑΝΕΛ 13, ΛΣ-ΧΑ 16, ΔΗΜΑΡ 10, ΚΚΕ 12, ΑΝΔΗΒ 16, Ανεξάρτητοι 7}

Για να εκλεγεί πρόεδρος χρειάζεται 180 ψήφους στην 3^η ψηφοφορία.

Πόσο πιθανό είναι να συμβεί;



Αν υπολογίσουμε 1

- Αν υπολογίσουμε κάθε βουλευτή να ψηφίσει ή να μην ψηφίσει (με την ίδια πιθανότητα) τότε υπάρχουν $2^{(300)}$ πιθανά υποσύνολα (κάθε ένα από αυτά αντιστοιχεί να ψηφίσουν k συγκεκριμένοι από τους 300 υπέρ της εκλογής του προέδρου). Από αυτά ευνοϊκά είναι όσα αντιστοιχούν στο γεγονός να ψηφίσουν τουλάχιστον (180 ή περισσότεροι) υπέρ της εκλογής.



Αν υπολογίσουμε 2

- Αν υπολογιστεί η πιθανότητα σαν ευνοϊκά/σύνολο μας δίνει μια τιμή κοντά στο $3/10000$! Δηλαδή, η πιθανότητα να εκλεγεί Πρόεδρος Δημοκρατίας (αν κάθε βουλευτής έχει την ίδια ακριβώς πιθανότητα να ψηφίσει ή να μην ψηφίσει) είναι πάρα πολύ μικρή.



Ας υποθέσουμε

- Όμως δεν είναι ακριβώς έτσι. Ας υποθέσουμε ότι οι 9 ομάδες κρατούν ενιαία στάση (για τους ΑΝΔΗΒ και τους ανεξάρτητους αυτή είναι μια αυθαίρετη παραδοχή). Τότε υπάρχουν 2^9 περιπτώσεις συνόλων θετικής ψήφου (δηλαδή 512 περιπτώσεις).
Παράδειγμα: {ΝΔ}, {ΣΥΡΙΖΑ}, {ΠΑΣΟΚ} (μονοσύνολα), {ΝΔ, ΣΥΡΙΖΑ}, {ΝΔ, ΠΑΣΟΚ} (σύνολα με δύο στοιχεία).



Μπορεί να εκλεγεί Πρόεδρος Δημοκρατίας 2;

- Πόσα από αυτά είναι ευνοϊκά; (δηλαδή έχουν βάρος τουλάχιστον 180). Ας σκεφτούμε ότι σε όσα δεν υπάρχει η ΝΔ δεν είναι δυνατόν να συγκεντρωθούν 180 τουλάχιστον. Έτσι τα 256 [τα μισά] δεν είναι ευνοϊκά. Σε όσα υπάρχει η ΝΔ και ο ΣΥΡΙΖΑ δηλαδή σε 128 το αποτέλεσμα είναι ευνοϊκό. Από τα υπόλοιπα 128 (αυτά που δεν συμμετέχει ο ΣΥΡΙΖΑ) 60 είναι ευνοϊκά.



Μπορεί να εκλεγεί Πρόεδρος Δημοκρατίας 3;

- Άρα από τις 512 περιπτώσεις σε 128+50 έχουμε ευνοϊκό αποτέλεσμα. Έτσι η πιθανότητα είναι $188/512=36,7\%$. Αλλά στις 128 από αυτές υποθέτουμε ότι ψηφίζει και ο ΣΥΡΙΖΑ.



Μπορεί να εκλεγεί Πρόεδρος Δημοκρατίας 4;

- Έτσι λοιπόν αν εξ' αρχής υποθέσουμε ότι υπάρχουν δύο σύνολα και υπολογίσουμε τη δεσμευμένη πιθανότητα:
 - Ψηφίζω={ΝΔ, ΠΑΣΟΚ} (155),
 - Δεν ψηφίζω={ΣΥΡΙΖΑ, ΚΚΕ} (83),
- από το σύνολο των υπολοίπων 5 πρέπει τουλάχιστον 25 βουλευτές να ψηφίσουν θετικά. {ΑΝΕΛ, ΛΣ-ΧΑ, ΔΗΜΑΡ, ΑΝΔΗΒ, ΑΝΕΞ} που συμβαίνει σε **21/32 περιπτώσεις**.



Μπορεί να εκλεγεί Πρόεδρος Δημοκρατίας 5;

- Το ίδιο θα μπορούσε να προκύψει με βάση τη θεμελιώδη αρχή της απαρίθμησης ή με δένδρογραμμα. Όμως για να διαπιστώσουμε την γενική σημασία της πιθανότητας a σκεφτούμε ότι κάθε βουλευτής ανάλογα με την κομματική του ένταξη έχει μια πιθανότητα p να ψηφίσει θετικά.



Μπορεί να εκλεγεί Πρόεδρος Δημοκρατίας 6;

- Παραδείγματος χάριν, για τους βουλευτές του ΠΑΣΟΚ και της ΝΔ η πιθανότητα αυτή μπορεί να είναι 1, για τους βουλευτές του ΛΣ-ΧΑ να είναι 0 και για τους ανεξάρτητους να είναι 0,8 για κάποιους και 0,3 για κάποιους άλλους.
- Τότε ο γενικός τύπος μπορεί να υπολογιστεί από τη συνάρτηση πιθανότητας της πολυωνυμικής κατανομής – που ξεφεύγει από το μάθημα μας.



Πολυωνυμική κατανομή

- Αν συμβαίνουν τα γεγονότα A, B, Γ με πιθανότητα $P(A), P(B), P(\Gamma)$ αντίστοιχα, έχουμε n επαναλήψεις και ζητάμε την πιθανότητα να συμβούν α, β, γ από το καθένα (τότε τα A, B, Γ είναι μια διαμέριση, $P(A)+P(B)+P(\Gamma)=1$, $\alpha+\beta+\gamma=n$) τότε η αντίστοιχη πιθανότητα είναι
- $[n! / (\alpha! \beta! \gamma!)] (P(A))^\alpha (P(B))^\beta (P(\Gamma))^\gamma$.



Η περίπτωση της ΛΣ-ΧΑ

- Η δικαιοσύνη έχει ζητήσει την άρση ασυλίας βουλευτών του κόμματος ΛΣ-ΧΑ με βάση δικογραφίες που κατονομάζουν στελέχη ως ενεχόμενα σε πράξεις που στοιχειοθετούν το αδίκημα της σύστασης εγκληματικής οργάνωσης με βάση **πραγματικά στοιχεία** (Άρθρο 187).



Η ΛΣ-ΧΑ

- Το κόμμα ΛΣ-ΧΑ ισχυρίζεται ότι η δίωξη οφείλεται στην πρόθεση της κυβέρνησης (και ιδιαίτερα της ΝΔ) να έχει πολιτικά οφέλη. Προκλήθηκε (κατά το κόμμα ΛΣ-ΧΑ) με παρέμβαση υπουργών στη δικαιοσύνη.
- σε ιδιωτική συνομιλία με βουλευτή του κόμματος ΛΣ-ΧΑ ο γραμματέας του υπουργικού συμβουλίου ισχυρίζεται ότι το γεγονός Β είναι ακριβές.



ΛΣ-ΧΑ

- Η αξιωματική αντιπολίτευση ζητά την παραίτηση των δύο υπουργών που φέρονται κατά το Γ να έχουν παρέμβει.
- Α: Ασκήθηκε δίωξη.
- Β: Υπάρχουν στοιχεία.
- Γ: Υπήρξε παρέμβαση.
- $P(A/\Gamma)$, $P(\Gamma/A)$, $P(A/B)$, $P(B/A)$.



Επομένως

- $P(A/\Gamma)$: Δεδομένης της παρέμβασης ασκήθηκε δίωξη.
- $P(\Gamma/A)$: Δεδομένης της δίωξης υπήρξε παρέμβαση.
- $P(A/B)$: Δεδομένων των στοιχείων ασκήθηκε δίωξη.
- $P(B/A)$: Δεδομένης της δίωξης υπάρχουν στοιχεία.



Η μέθοδος των ορίων

- Στις εκλογές του Μαΐου 2012 ψήφισαν συνολικά 6476818 άτομα εκ των οποίων 1.192.103 ψήφισαν ΝΔ.
- Στις εκλογές του Ιουνίου η ΝΔ έλαβε 1.825.497 ψήφους. Αν υποθέσουμε ότι δεν υπήρχαν καινούριοι ψηφοφόροι και άρα ασχολούμαστε με αυτούς που ψήφισαν το Μάιο μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε την **P (Ψηφίζω ΝΔ Ιούνιο/Ψήφισα ΝΔ Μάιο)**.



Πίνακας διπλής εισόδου

Πίνακας 1: Παράδειγμα Πίνακα Διπλής Εισόδου.

Ιούνιος \ Μαΐος	ΝΔ	ΌΧΙ ΝΔ	Σύνολο
ΝΔ			1192103
ΌΧΙ ΝΔ			5284715
Σύνολο	1825497	4651321	6476818



Όρια

Πίνακας 2: Συνέχεια Παραδείγματος.

M	I	NΔ	ΌΧΙ	Σ
NΔ	A	B		X= 0.185
ΟΧΙ	Γ	Δ		0.815
Σ	T= 0.282		0.718	

- Αν συμβολίσουμε με X το ποσοστό ΝΔ τον Μάιο και T το ποσοστό ΝΔ τον Ιούνιο τότε ο πίνακας μας γράφεται.



Η ευθεία

- Αν σκεφτούμε ότι $P(\text{ΝΔιούνιο}/\text{ΝΔμάιο}) \cdot 0.185 + P(\text{ΝΔιουνιο}/\text{ΟΧΙμάιο}) \cdot 0.815 = 0.282$ τότε **$A \cdot 0.185 + \Gamma \cdot 0.815 = 0.282$** μπορούμε να εκφράσουμε τη σχέση των δύο πιθανοτήτων με μία γραμμή υπολογίζοντας δύο σημεία της.



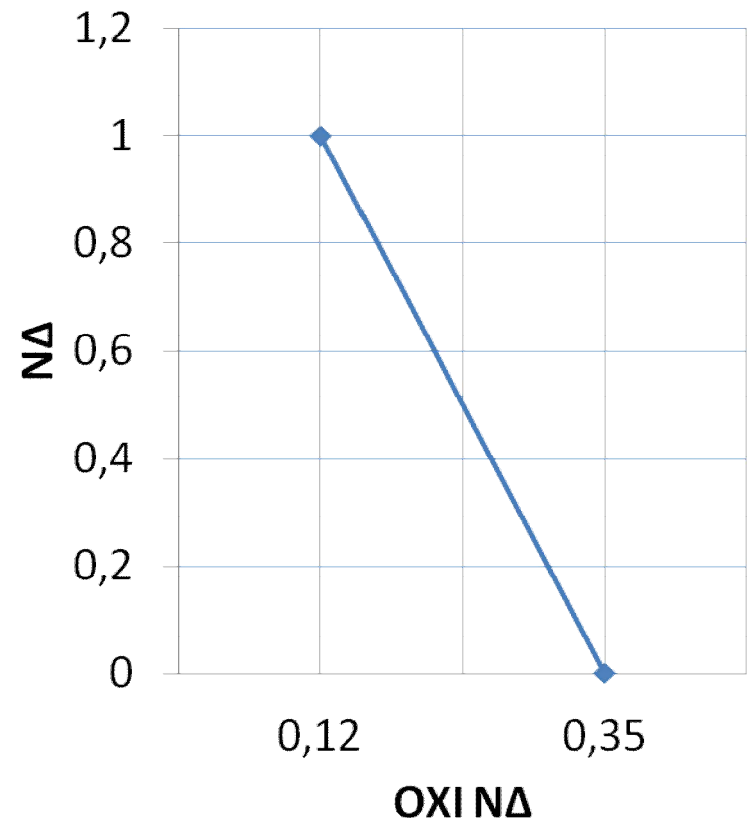
Το διάγραμμα

Αν $A=1$ τότε $\Gamma=(0.282-0.185)/0.815=0.119$ και αν $A=0$ τότε $\Gamma=0.282/0.815=0.346$.

Στον οριζόντιο άξονα είναι το % όσων ψήφισαν τον Ιούνιο ΝΔ και δεν είχαν ψηφίσει το Μάιο, ενώ στον κάθετο το ποσοστό όσων ψήφισαν και στις δύο εκλογές ΝΔ. Η ευθεία συνδέει αριθμητικά τα δύο ποσοστά.

Αν πχ το ποσοστό συσπείρωσης είναι 50% τότε το ποσοστό ΌΧΙ ΝΔ είναι 23,2%.

Διάγραμμα 1: ΌΧΙ ΝΔ/ΝΔ.



Δηλαδή

- Δηλαδή αν όλοι που ψήφισαν ΝΔ το Μάιο ψήφισαν ΝΔ τον Ιούνιο (100% συσπείρωση) 12% από τους υπόλοιπους (που είχαν επιλέξει κάτι άλλο) ψήφισαν ΝΔ τον Ιούνιο.
- Με την γραμμή μπορούμε να βρούμε κάθε δυάδα τιμών. Αν πχ το ποσοστό συσπείρωσης ΝΔ είναι 50% το ποσοστό όσων ψήφισαν ΝΔ ενώ είχαν ψηφίσει κάτι άλλο είναι 23,2%.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Σχήμα 4: Σχήμα για διδακτικούς σκοπούς του Μαθήματος.
- Διάγραμμα 1: Αποτέλεσμα των Βημάτων που ακολουθήθηκαν.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Πίνακες
- Πίνακας 1-2: Παράδειγμα.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεόδωρος Χατζηπαντελής. «Μαθηματικά στην Πολιτική Επιστήμη: Εισαγωγή. Πιθανότητα – Δεσμευμένη Πιθανότητα- Όρια (II)». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS376/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Μη Εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>





Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Σωτήρογλου Μαρίνα
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό εξάμηνο 2014-2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
πρόγραμμα για την ανάπτυξη



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

