ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Αυτοματοποιημένη χαρτογραφία

Ενότητα # 8: Μοντελοποίηση Χαρτογραφικών Δεδομένων

Ιωάννης Γ. Παρασχάκης
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Μοντελοποίηση Χαρτογραφικών Δεδομένων

Περιεχόμενα ενότητας

1. Μοντέλα χαρτογραφικών Δεδομένων
2. Ντετερμινιστικά & Στοχαστικά
3. Ντετερμινιστικά μοντέλα
4. Ελάχιστα τετράγωνα
5. Άλλες συναρτήσεις βάσης
6. Στοχαστικά μοντέλα
7. Γενικά πολυωνυμικά μοντέλα
8. Fractals

Σκοποί ενότητας

- Κατανόηση των χαρτογραφικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται στα χαρτογραφικά δεδομένα

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Μοντελοποίηση χαρτογραφικών δεδομένων

Μοντέλα χαρτογραφικών Δεδομένων

- Ιδιότητες
  - Περιγραφικά (η άποψή μας για το φαινόμενο)
  - Δυναμικά (λαμβάνουν υπόψη τις αλλαγές στη γνώση)
  - Αφαιρετικά
  - Ελλιπή
  - Λανθασμένα

Μοντελοποίηση χαρτογραφικών δεδομένων

- **Μοντέλο**
  - Ορισμός παρατηρούμενων ποσοτήτων και οι μεταξύ τους σχέσεις
  - Ιδιότητες του φαινομένου
  - Τα αποτελέσματα νέων παρατηρήσεων
- **Πληρότητα**
  - Πλουτισμός γνώσεων και επαλήθευση μέσω πειραμάτων
- **Μοναδικότητα**
- **Εξαγωγή μοναδικών ή μονοσήμαντων συμπερασμάτων**
- **Απλότητα**
  - Λιγότερες υποθέσεις και λιγότερες παραμέτρους

Ντετερμινιστικά & Στοχαστικά

- **Ντετερμινιστικά**
  - Οι παράμετροι είναι **άγνωστες** και **σταθερές**
- **Στοχαστικά**
  - Οι παράμετροι είναι **άγνωστες** και **δεν** είναι **σταθερές,** αλλά αποτελούν δείγματα πληθυσμών που οι στατιστικές κατανομές τους, μας είναι κατά κανόνα άγνωστες.

Ντετερμινιστικά Μοντέλα Ι

Συναρτήσεις Βάσης

$$f(t) \approx \mathrm{f}(t) = \sum_{k=0}^{n} a_k \varphi_k(t)$$

Πολυωνυμικά μοντέλα

$\varphi_k(t) = x^k$

$f(t) = f(x) = a_o + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m$

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Ντετερμινιστικά Μοντέλα ΙΙ

- Πολυώνυμα **Chebyshev**
- Πολυώνυμα **Legendre** (ορθοκανονικά)

Ντετερμινιστικά Μοντέλα ΙΙΙ

Στη γενική περίπτωση η συνάρτηση που $f(t)$ περιγράφει το χαρτογραφούμενο φαινόμενο είναι **άγνωστη**.

Έστω ότι η γνωστή συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι f(t) με m άγνωστες παραμέτρους. Έστω ότι έχουμε μετρήσεις του φαινομένου σε n σημεία και κατ’ επέκταση έχουμε τις τιμές τις συνάρτησης, σε $f_i(t)$ με $i=1,2,3,\dots,n$

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Ντετερμινιστικά Μοντέλα IV

Μοναδική λύση

- **Αριθμός αγνώστων παραμέτρων m ίσος με τον αριθμό των παρατηρήσεων n (m=n)**

Αδύνατο

- **Αριθμός αγνώστων παραμέτρων m μικρότερος από τον αριθμό των παρατηρήσεων n (m<n)**

Άπειρες λύσεις

- **Αριθμός αγνώστων παραμέτρων m μεγα-λύτερος από τον αριθμό των παρατηρήσεων n (m>n)**

Ελάχιστα τετράγωνα

- Εισαγωγή κάποιας συνθήκης ελαχίστου πχ:
  - Ομοιόμορφη νόρμα **Chebyshev**

$$\| f - \tilde{f} \| = \max_{\alpha \leq x \leq \beta} | f - \tilde{f} | = \min$$

  - Νόρμα **τετραγωνικού σφάλματος**

$$\| f - \tilde{f} \| = \sqrt{\left\{ \int_{\alpha}^{\beta} [f - \tilde{f}]^2 \, dt \right\}} = \min$$

Άλλες συναρτήσεις βάσης

- Πεπερασμένα στοιχεία (finite elements)
  – Κατά τμήματα συνεχή πολυώνυμα (piecewise polynomials)
  – Κυβικές splines

Στοχαστικά μοντέλα

- Η μέση τιμή $\overline{x} = E\{x_k\}$

- Η μεταβλητότητα $\sigma^2_{x_k} = E\{(x_k - \overline{x}_k)^2\}$

- Η συμμεταβλητότητα

$$\sigma^2_{x_k x_{k+d}} = E\{(x_k - \overline{x}_k)(x_{k+d} - \overline{x}_{k+d})\}$$

Γενικά πολυωνυμικά μοντέλα

- Αυτοπαλινδρόμηση (Auto Regressive, AR)
  - Η γενική μορφή του μοντέλου είναι $f(t_k) = \gamma_1 f(t_{k-1}) + \gamma_2 f(t_{k-2}) + \dots + \gamma_p f(t_{k-p}) + e_k$ μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης τάξης p, όπου γ_i πραγματικοί αριθμοί, το k=2,3,…,n και τα e_k είναι στοχαστικές και ανεξάρτητες μεταξύ τους μεταβλητές κανονικής κατανομής με μέση τιμή μηδέν και ίσες μεταβλητότητες $\sigma_{e_k}^2 = \sigma_e^2$
- Κινητός μέσος όρος (Moving Average, MA)
  - Η γενική μορφή του μοντέλου είναι $f(t_k) = e_k + \alpha_1 e_{k-1} + \alpha_2 e_{k-2} + \dots + \alpha_p e_{k-p}$ μοντέλο κινητού μέσου όρου τάξης q
- Μικτά ARMA (Auto Regressive Moving Average)
- Μοντέλα διαφορικών εξισώσεων

Fractals

- Η σχέση $e_k = \dfrac{\partial^\nu f(t)}{\partial t^\nu} = D^\nu f(t)$ περιγράφει τη γενική περίπτωση ενός AR μοντέλου, όπου ν ακέραιος αριθμός. Θεωρώντας στη θέση του ν οποιονδήποτε θετικό πραγματικό αριθμό, όχι κατ’ ανάγκη ακέραιο, εισάγουμε μια ολόκληρη οικογένεια συναρτήσεων.
- $e_k = D^\nu f(t)$, όπου D^ν η ν-οστή παράγωγος της συνάρτησης, όχι κατ’ ανάγκη ακέραια

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δημήτριος Σαραφίδης
Θεσσαλονίκη, Εαρινό Εξάμηνο 2012-13