



# Ατμοσφαιρική Ρύπανση

## Ενότητα 6: Ατμοσφαιρική Τύρβη

Μουσιόπουλος Νικόλαος  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ  
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



# Ατμοσφαιρική Τύρβη



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Περιεχόμενα ενότητας

- Φυσικές βάσεις.
- Φάσμα ενέργειας.
- Μοντέλα ατμοσφαιρικής τύρβης.



# Σκοποί ενότητας

- Φυσικές βάσεις.
- Διαμελισμός κατά Reynolds.
- Φάσμα ενέργειας.



# Φυσικές βάσεις

Ιξώδεις δυνάμεις  
σε στρωτή ροή

$$\tau_{ij} = -\mu \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$$

Δυναμικό ιξώδες

$$\frac{1}{\rho} \vec{F}_R = \nu \Delta \vec{v} \quad \nu \equiv \mu/\rho$$

Λαπλασιανή  
ταχύτητας

Κινηματικό  
ιξώδες

+ εξισώσεις κίνησης

$$\begin{aligned} \frac{D\vec{v}}{Dt} &= \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \\ &= g - \frac{1}{\rho} \nabla p - 2 \vec{\Omega} \times \vec{v} + \frac{1}{\rho} \vec{F}_R \end{aligned}$$

Ιξώδεις δυνάμεις

$$\frac{1}{\rho} \vec{F}_R = \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \\ F_{Rz} \end{bmatrix}$$

Ιξώδεις δυνάμεις  
σε τυρβώδη ροή

- Ανταλλαγή ορμής μεταξύ μορίων
- Ανταλλαγή ορμής και μεταξύ "πακέτων" του ρευστού
- Συνεχής ακανόνιστη κίνηση

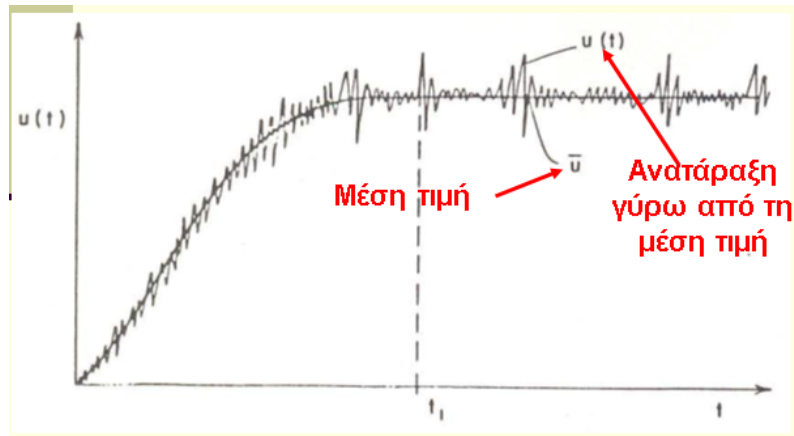
εξισώσεις κίνησης

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla(\vec{v}' \otimes \vec{v}') &= \\ = g - \frac{1}{\rho} \nabla p - 2 \vec{\Omega} \times \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} \end{aligned}$$



# Τυρβώδης ροή

- Χαώδης χαρακτήρας.
- Έντονη μεικτικότητα.
- Υψηλός ρυθμός σκέδασης ενέργειας.
- Μεγάλος αριθμός Reynolds (υπερβαίνει την κρίσιμή του τιμή).
- Εγγενώς τρισδιάστατη και μη μόνιμη.



## Διαμελισμός κατά Reynolds

1.  $u = \bar{u} + u'$   
Μέση τιμή      Ανατάραξη

2. 
$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt$$

Πηγή: <http://eclass.auth.gr/modules/document/document.php?course=MENG352&openDir=/4ac62a0ayurpx>





# Διαμελισμός κατά Reynolds

Κανόνες διαμελισμού κατά Reynolds

$$\overline{u^T} = 0 \quad \overline{u + v} = \bar{u} + \bar{v} \quad \overline{\lambda u} = \lambda \bar{u} \quad \overline{\bar{u}} = \bar{u} \quad \overline{\bar{u} v} = \bar{u} \bar{v}$$

Για ρευστό σταθερής πυκνότητας από εξίσωση συνέχειας και λόγω γραμμικότητας

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \dot{v}) \rightarrow \nabla \cdot \dot{v} = 0 \rightarrow \overline{\nabla \cdot \dot{v}} = 0$$

Εξίσωση κίνησης ως προς στιγμιαίες τιμές

$$\frac{D\dot{v}}{Dt} = \frac{\partial \dot{v}}{\partial t} + (\dot{v} \cdot \nabla) \dot{v} = g - \frac{1}{\rho} \nabla p - 2 \vec{\Omega} \times \dot{v} + \frac{1}{\rho} \vec{F}_R$$

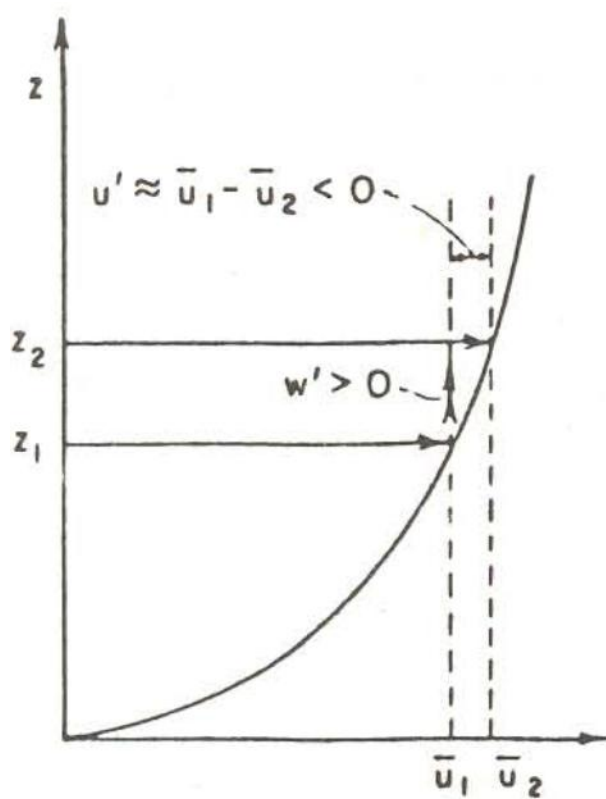
Εξίσωση κίνησης ως προς μέσες τιμές

$$\overline{\frac{\partial \dot{v}}{\partial t}} + \overline{(\dot{v} \cdot \nabla) \dot{v}} + \overline{\nabla(\dot{v}' \otimes \dot{v}')} = g - \frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} - 2 \vec{\Omega} \times \bar{\dot{v}} + \nu \Delta \bar{\dot{v}}$$

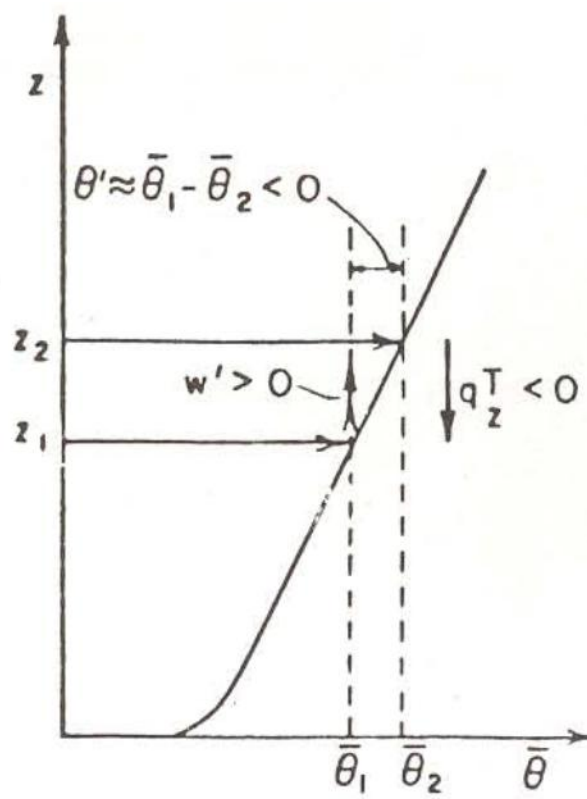
επιπλέον όρος



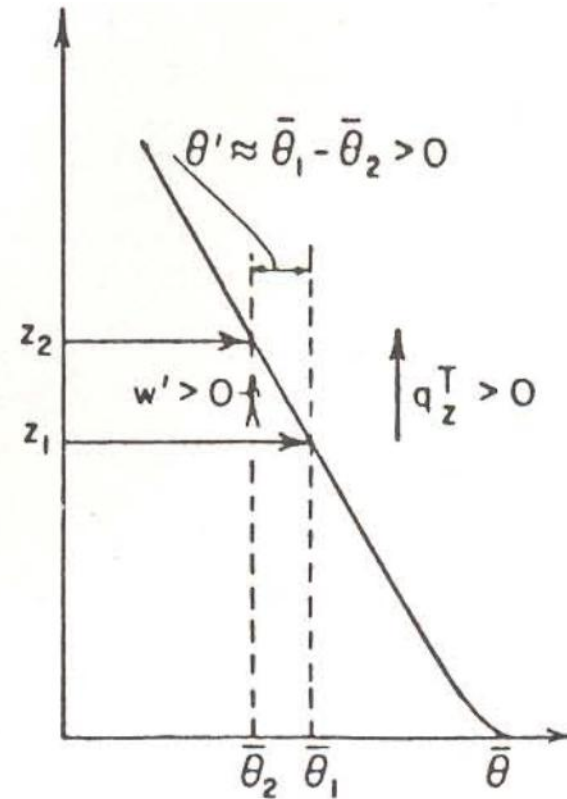
# Μεταφορά ορμής και ενέργειας μέσω τυρβωδών αναταράξεων



(a)



(b)



(c)

Πηγή: <http://eclass.auth.gr/modules/document/document.php?course=MENG352&openDir=/4ac62a0ayurpx>



# Τάσεις Reynolds

Τυρβώδεις τάσεις

$$\underline{\underline{R}} = \rho \overline{\psi' \otimes \psi'}$$

Ορθές τάσεις

$$E \equiv \frac{1}{2} (\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'})$$

Τανυστής τάσεων Reynolds

$$\underline{\underline{R}} = \rho \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{v'u'} & \overline{w'u'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{w'v'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Ισοτροπία

$$\overline{u'u'} = \overline{v'v'} = \overline{w'w'}$$

Διατμητικές τάσεις

Συντελεστής συσχέτισης

$$R_{uw} \equiv \frac{\overline{u'w'}}{\sqrt{\overline{u'u'}} \sqrt{\overline{w'w'}}$$

$R_{uw}$  κοντά στο έδαφος = -1 = ταχύτητα τριβής

$$u_* \equiv \sqrt{-\overline{u'w'}} = \sqrt{-\frac{\tau_{xz}}{\rho}}$$

$$\nabla \underline{\underline{R}} = \rho \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'u'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'u'}) \\ \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'v'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'v'}) \\ \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'w'}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'w'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'w'}) \end{bmatrix}$$

$\ominus \nabla \underline{\underline{R}} \rightarrow$  Τυρβώδεις δυνάμεις τριβής



# Τάσεις Reynolds στις εξισώσεις κίνησης

- Τάσεις Reynolds: έξι επιπλέον άγνωστοι στο σύστημα.
- Απαιτούνται έξι πρόσθετες εξισώσεις για το κλείσιμο του συστήματος.
- Διατύπωση ισοζυγίων για κάθε άγνωστη τάση Reynolds.

$$\frac{D\overline{u_i' u_j'}}{Dt} = - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_k' u_i' u_j'}) - \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \overline{u_j' p'}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i' p'}}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i' u_k'} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} - \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k}$$

↑
↓

τυρβώδης διάχυση
παραγωγή

$$+ \frac{\overline{p'}}{\rho} \left[ \frac{\partial \overline{u_i'}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j'}}{\partial x_i} \right] + \nu \overline{\Delta u_i' u_j'} - 2 \nu \overline{\left[ \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} \right]}$$

ανακατανομή
μοριακή διάχυση
σκέδαση



# Ισοζύγιο τυρβώδους κινητικής ενέργειας (ΤΚΕ)

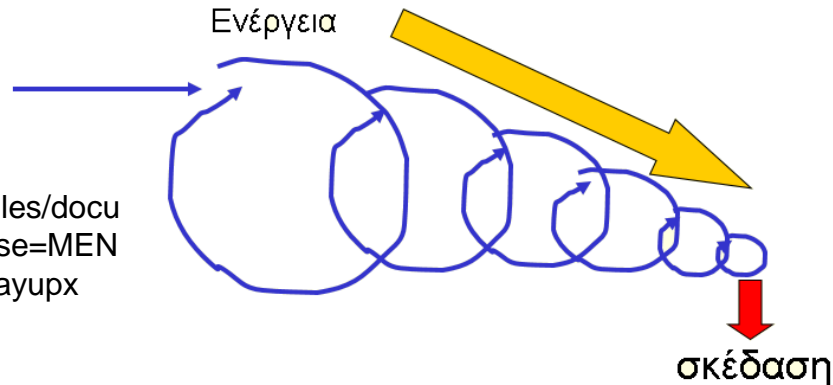
$$\frac{DE}{Dt} = - \overbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ u_i' \left( E + \frac{p'}{\rho} \right) \right]}^{\text{τυρβώδης διάχυση}} - \overbrace{u_i' u_j'}^{\text{παραγωγή}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \nu \Delta E - \nu \overbrace{\left[ \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right]}^{\text{μοριακή διάχυση σκέδαση}}$$

- Ο όρος της τυρβώδους διάχυσης περιγράφει τη μεταφορά ΤΚΕ στο πεδίο ροής ως επακόλουθο των τυρβωδών αναταράξεων.
- Η ΤΚΕ απορρέει από την κινητική ενέργεια της μέσης ροής.
- Η μοριακή διάχυση της ΤΚΕ είναι αμελητέα.
- Το γινόμενο του αθροίσματος των αυτοσυσχετίσεων διατμήσεων και του κινηματικού ιξώδους αντιπροσωπεύει την τυρβώδη σκέδαση  $\epsilon$ .
- Τα παραπάνω ισοζύγια έχουν μεγάλο αριθμό πολύπλοκων τριπλών συσχετίσεων (νέοι άγνωστοι). Απαιτείται η εφαρμογή **μοντέλων τύρβης**.



# Φάσμα ενέργειας (1/2)

- ❑ ΤΚΕ: αποθηκευμένη σε τυρβώδεις δίνες, με μέγεθος ανάμεσα σε:
  - ❑  $L_*$  : χαρακτηριστικό μέγεθος της ροής (παραγωγή τύρβης).
  - ❑  $\eta_*$  : ενεργοποιείται το μοριακό ιξώδες (σκέδαση ΤΚΕ).
- ❑ Η ΤΚΕ διατρέχει ολόκληρο το φάσμα ενέργειας δεδομένου του σταδιακού καταμερισμού των δινών σε όλο και μικρότερες δίνες.



Πηγή:  
<http://eclass.auth.gr/modules/document/document.php?course=MEN G352&openDir=/4ac62a0ayurx>



# Φάσμα ενέργειας (2)

- Το φάσμα ενέργειας της ΤΚΕ δίνεται ως συνάρτηση του **κυματαριθμού**  $K$  (αντίστροφος του μεγέθους των δινών).

$$E = \int_0^{\infty} F(K) dK$$

Περιοχή παραγωγής

$$K < \frac{1}{L}$$

Περιοχή αδράνειας

$$\frac{1}{L} < K < \frac{1}{\eta}$$

Περιοχή σκέδασης

$$\frac{1}{\eta} < K$$

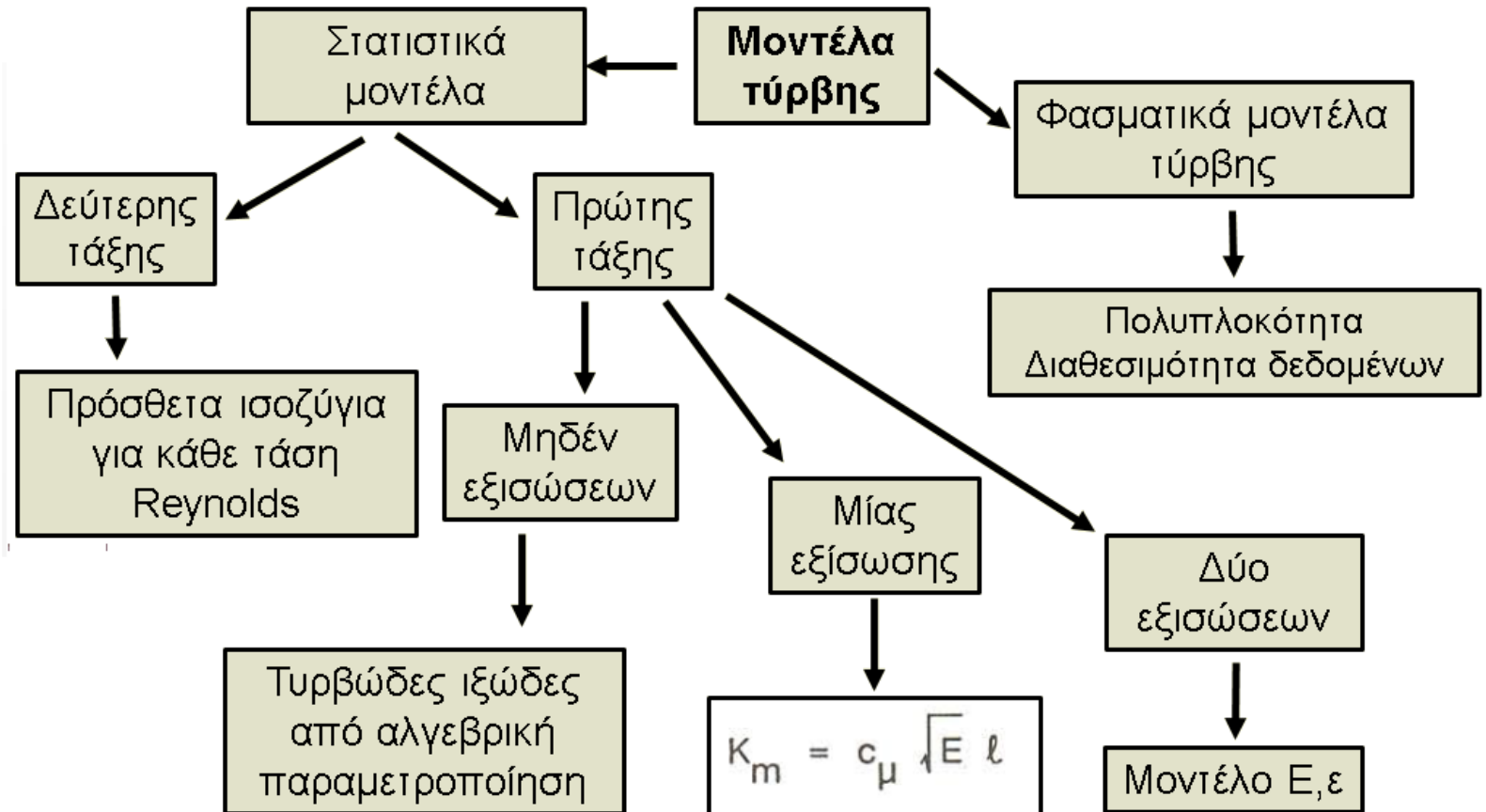
$$\frac{1}{\eta} \approx Re^{3/4}$$

Αριθμός  
Reynolds

Υψηλές τιμές του κυματαριθμού  $K$  συνεπάγονται συνθήκες **ισοτροπίας** και **ομοιογένειας** στα χαρακτηριστικά της τύρβης.



# Μοντέλα τύρβης



Πηγή: <http://eclass.auth.gr/modules/document/document.php?course=MENG352&openDir=/4ac62a0ayurpx>





# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
  - Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες:
  - <http://eclass.auth.gr/modules/document/document.php?course=MENG352&openDir=/4ac62a0ayurx>, 13/07/2015.

Πηγή: <http://eclass.auth.gr/modules/document/document.php?course=MENG352&openDir=/4ac62a0ayurx>



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Μουσιόπουλος Νικόλαος. «Ατμοσφαιρική Ρύπανση. Ατμοσφαιρική Τύρβη». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS407/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Μη Εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>





# Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: <Περκουλίδης Γιώργος>  
Θεσσαλονίκη, <Εαρινό Εξάμηνο 2014-2015>



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

---

# Σημειώματα

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

