



Ακτομηχανική και λιμενικά έργα

Διάλεξη 10^η. Γεωστροφικός άνεμος, κυματισμοί,
στατιστική ανάλυση και ενεργειακά φάσματα

Θεοφάνης Καραμπάς
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Καταστάσεις ανάπτυξης κυματισμών

- ανάπτυξη με περιορισμό χρόνου, δηλ. $F_{\text{eff}} \uparrow \infty$ → τα H, T εξαρτώνται από τα t_D και U_{10}
- ανάπτυξη με περιορισμό μήκους ανάπτυξης, δηλ. $t_D \uparrow \infty$ → τα H, T εξαρτώνται από τα F_{eff} και U_{10}
- πλήρη ανάπτυξη (FDS), χωρίς περιορισμό μήκους και διάρκειας → τα H, T εξαρτώνται μόνο από το U_{10} .



Γεωστροφικός άνεμος (Geostrophic wind)

$$U_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{dp}{d\eta} = -\frac{1}{\rho(2\Omega \sin \varphi)} \frac{dp}{d\eta}$$

ρ η πυκνότητα του αέρα (1.3 kg/m³)

$f = 2\Omega \sin \varphi$ ο συντελεστής Coriolis

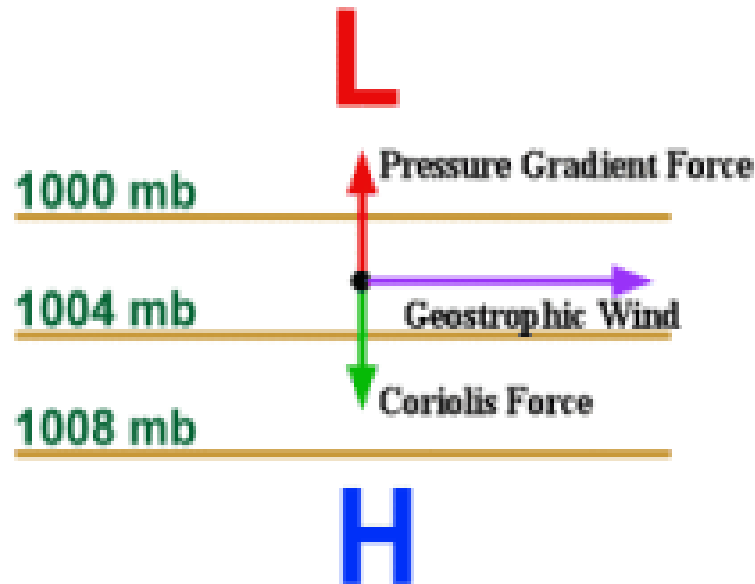
φ το γεωγραφικό πλάτος

Ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της γης

$dp/d\eta$ η βαροβαθμίδα (1mb = 100 Pa/m²)



Γεωστροφικός άνεμος (Geostrophic wind)



Ο άνεμος που δημιουργείται από τη δύναμη της πίεσης και την δύναμη **Coriolis** (ή γεωστροφική δύναμη) που οφείλεται στην περιστροφή της γης. Είναι οριζόντιος και η έντασή του εξαρτάται από την απόσταση των **ισοβαρών**. Πάνω από από ωκεανούς ή μεγάλες θάλασσες ο γεωστροφικός άνεμος πλησιάζει τον πραγματικό.

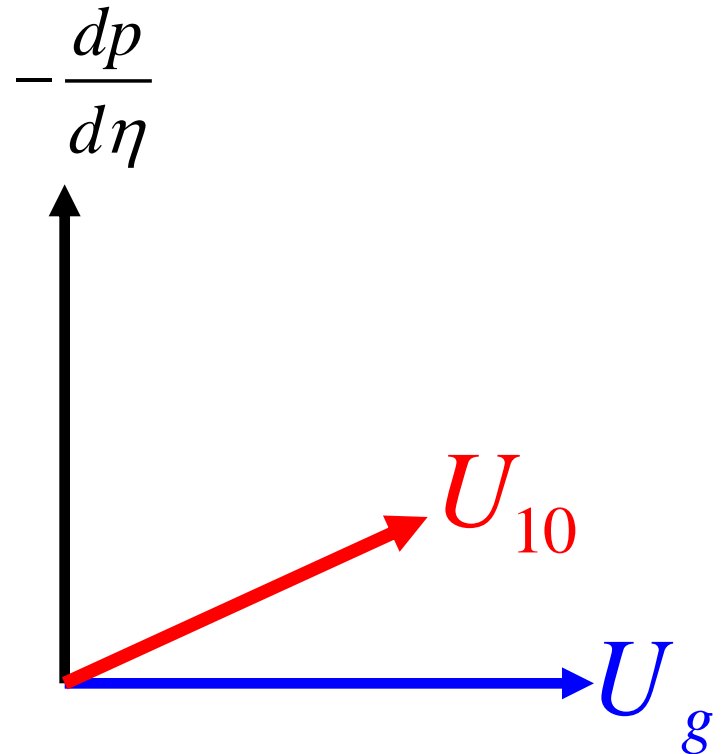


Γεωστροφικός άνεμος (Geostrophic wind)

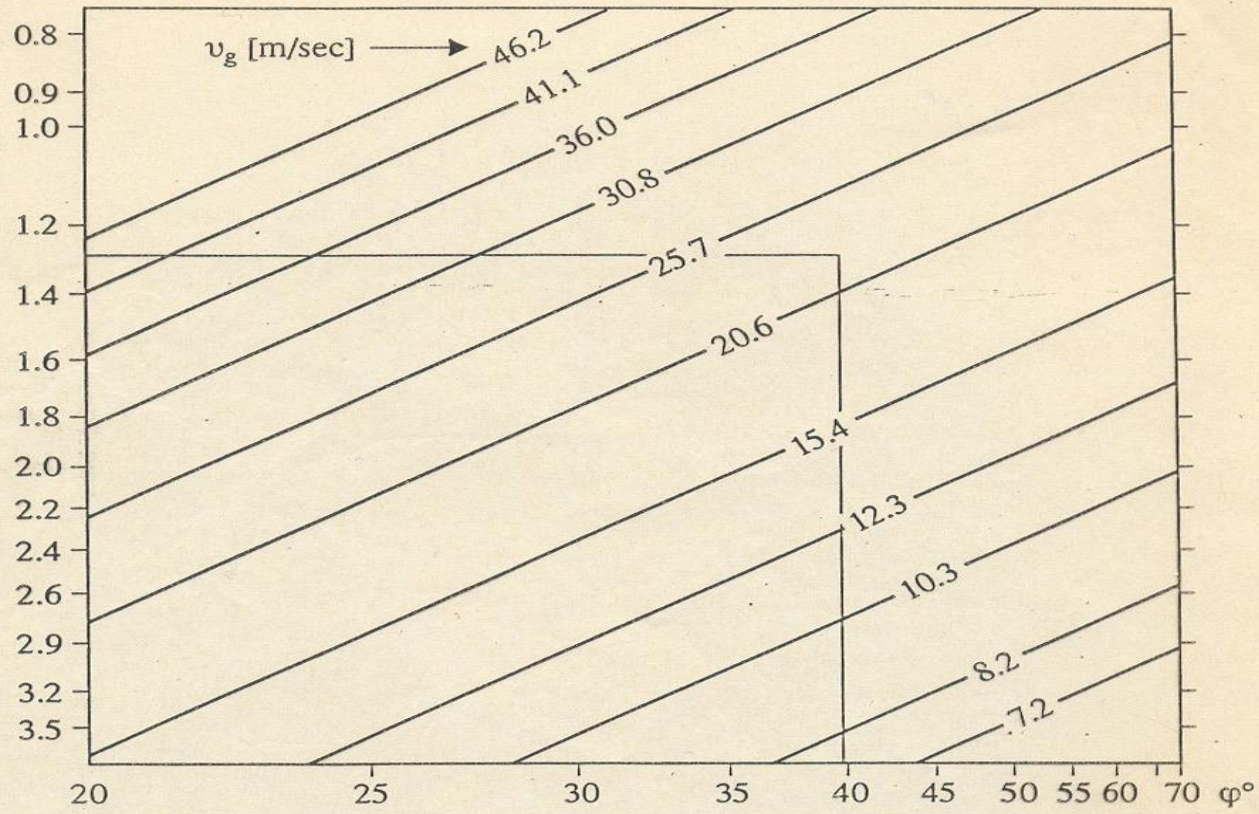
$$U_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{dp}{d\eta} = -\frac{1}{\rho(2\Omega \sin \varphi)} \frac{dp}{d\eta}$$

$$U_{10} = 0,60U_g$$

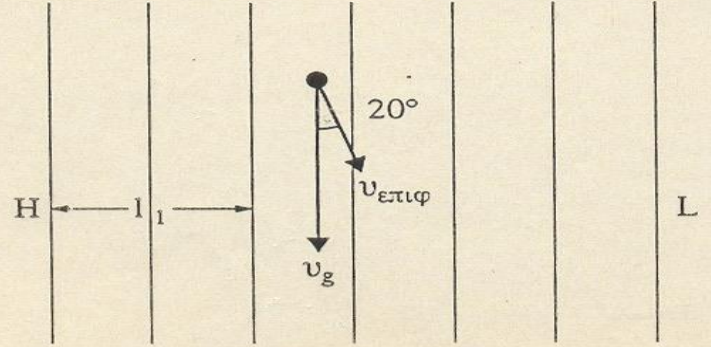
Ο επιφανειακός άνεμος
 U_{10} έχει κατεύθυνση
στραμμένη προς το
βαρομετρικό χαμηλό κατά
 $20^\circ - 40^\circ$



d: απόσταση ισοβαρών $\Delta\rho = 4$ mb σε μοίρες



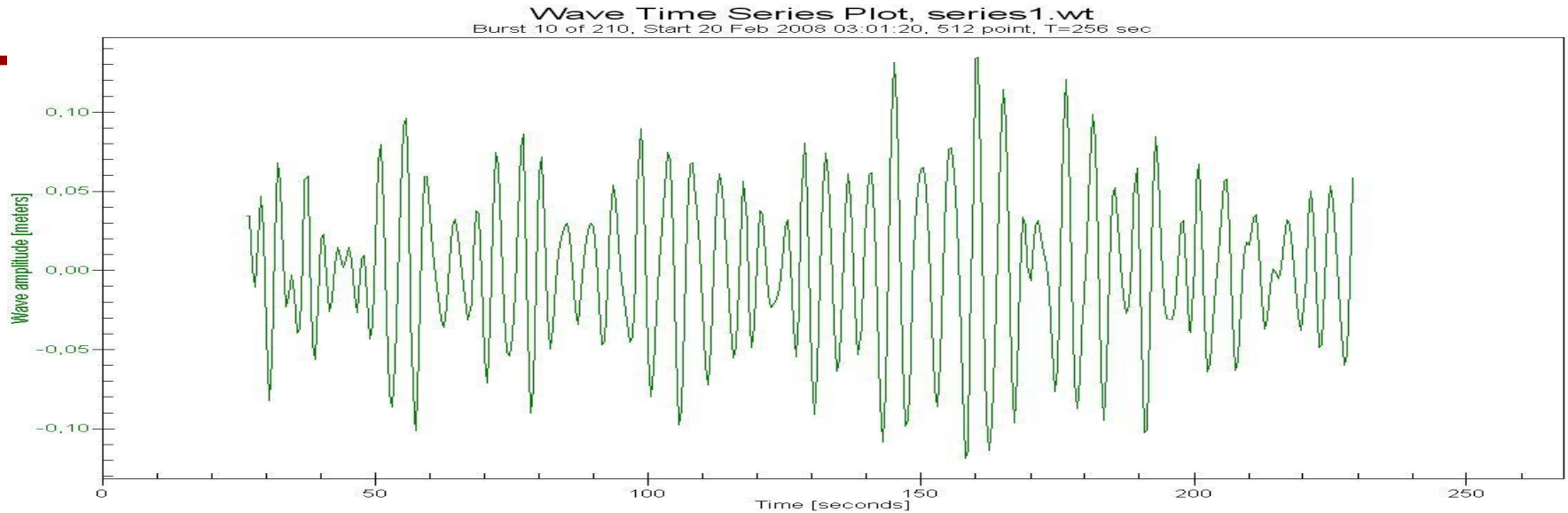
1020 1018 1016 1014 1012 1010 1008 p [mb]



$\varphi = 40^\circ$ Βόρειο
 $l_2 \rightarrow =$ Τόξο γωνίας 1°
 $\omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rad/sec
 $d = \frac{l_1}{l_2} = 1.3$
 $v_g = 22.6$ m/sec
 $v_{\epsilon\pi\iota\varphi} = 13.6$ m/sec



Πραγματικοί κυματισμοί



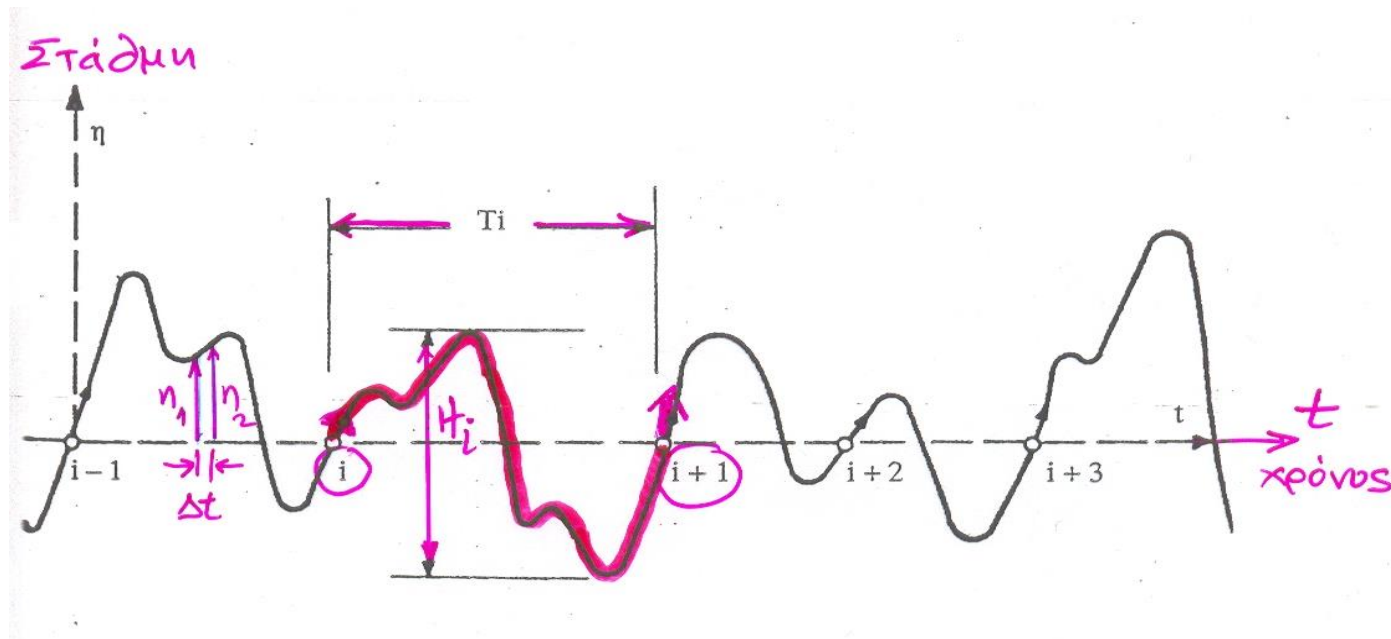
Οι κυματισμοί που δημιουργεί η επίδραση του ανέμου στην επιφάνεια της θάλασσας, δεν είναι «μονοχρωματικοί».

Η επιφάνεια της θάλασσας μπορεί να προσεγγιστεί με σύνθεση περισσοτέρων απλών κυματισμών και να αναλυθεί ως στοχαστικό μέγεθος

Ανεμογενείς κυματισμοί=στοχαστικά μεγέθη που ακολουθούν συγκεκριμένους πιθανολογικούς νόμους κατανομής



ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ



- Οι ανά χρονικές στιγμές Δt τιμές της στάθμης η αποτελούν στοχαστικό φαινόμενο, που ακολουθεί την κατανομή Gauss
- $i, i+1, i+2, \dots$ σημεία μηδενικής προς τα άνω διάβασης (zero upcrossing)
- Τα H_i (μέγιστες διαφορές στάθμης μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων μηδενικής προς τα άνω διάβασης) είναι επίσης στοχαστικά μεγέθη και ακολουθούν την κατανομή Rayleigh

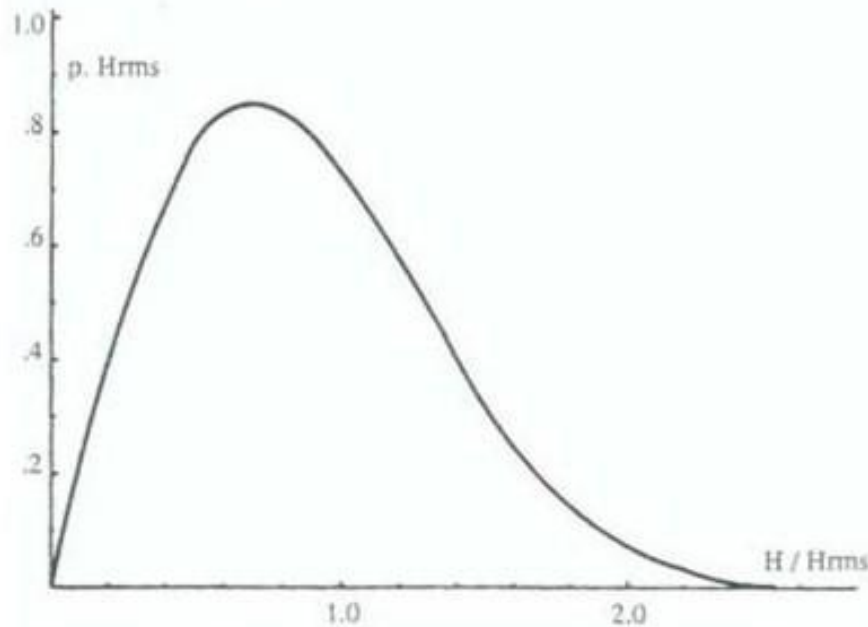


ΚΑΤΑΝΟΜΗ Rayleigh

Η πιθανότητα υπέρβασης μιας τιμής H

$$P(H_i \geq H) = e^{-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2}$$

$H_{rms} = \sqrt{\frac{\sum H_i^2}{N}}$ η μέση τετραγωνική τιμή ύψους κύματος



Παράδειγμα

Δίνεται: $H_{rms}=2$ m

Ποια η πιθανότητα υπέρβασης της τιμής
 $H=1$ m , $H=2$ m, $H=5$ m, $H=15$ m

$$P(H_i \geq H) = e^{-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2}$$

$$P(H_i \geq 1) = e^{-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 0.778$$

Το 77.8% των κυματισμών έχουν ύψος μεγαλύτερο από 1 m

$$P(H_i \geq 2) = e^{-\left(\frac{2}{2}\right)^2} = 0.368$$

Το 36.8% των κυματισμών έχουν ύψος μεγαλύτερο από 2 m



$$P(H_i \geq 5) = e^{-\left(\frac{5}{2}\right)^2} = 0.082$$

Το 8.2 % των κυματισμών έχουν ύψος μεγαλύτερο από 5 m

$$P(H_i \geq 15) = e^{-\left(\frac{15}{2}\right)^2} = 0.00055$$

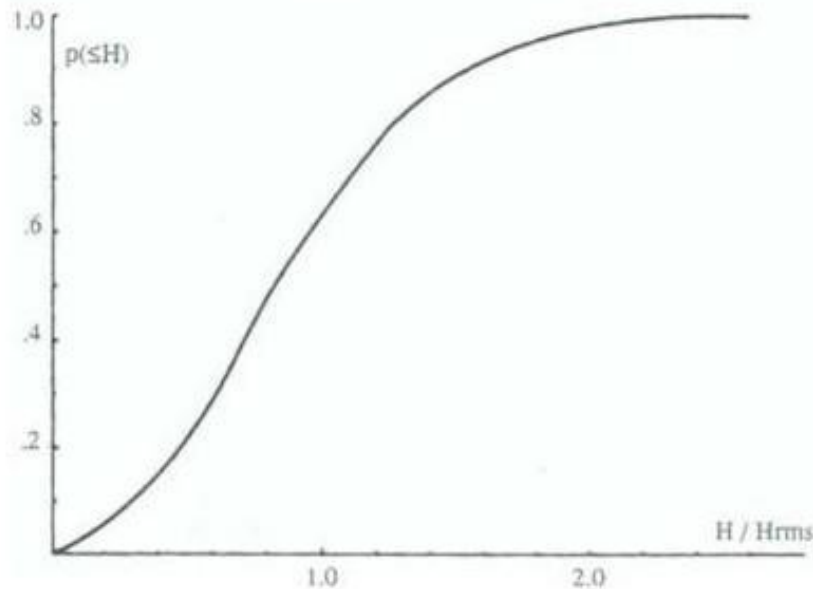
Το 0.055 % των κυματισμών έχουν ύψος μεγαλύτερο από 15 m



ΚΑΤΑΝΟΜΗ Rayleigh

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, δηλ. η πιθανότητα η τιμή H να βρίσκεται μεταξύ των $H-\delta H$ και $H+\delta H$

$$p(H - \delta H \leq H \leq H + \delta H) = p(H) = \frac{2H}{H_{rms}^2} e^{-\left(\frac{H}{H_{rms}}\right)^2}$$



ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ ΦΑΣΜΑΤΑ

Χαρακτηριστικά ύψη κύματος που παρατηρούνται στην κατανομή Rayleigh

• ΜΕΣΟ ΥΨΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ

$$\bar{H} = H_{100} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} H_{\text{rms}}$$

- ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ ΥΨΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ : η μέση τιμή του ανώτερου 33% των υψών κύματος

$$H_s = H_{33} = \sqrt{2} \cdot H_{\text{rms}}$$

Η τιμή H_s (σημαντικό ύψος κύματος) χρησιμοποιείται συχνά γιατί συμπίπτει με την τιμή ύψους κύματος που δίνει ένας ναυτικός από την οπτική παρατήρηση της θάλασσας

• ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΙΘΑΝΟ ΥΨΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ

$$H_{\text{max}} = H_{\text{rms}} \cdot \sqrt{\ln N}$$

(σε δείγμα N τιμών H , πρόκειται για το H με πιθανότητα υπέρβασης $1/N$) βρίσκεται από την κατανομή Rayleigh

όπου $N = T_L / T_z$: T_L η διάρκεια καταγραφής και

T_z η μέση περίοδος κύματος.



ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ ΦΑΣΜΑΤΑ

Συσχέτιση πληροφοριών από καταγραφές

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i^2}{N}}$$

Τυπική απόκλιση της χρονοσειράς
διακύμανσης της ελεύθερης επιφάνειας

$$E_\delta = \frac{1}{T_L} \int_0^{T_L} \rho g \eta \left(\frac{\eta}{2} \right) dt = \rho g \frac{\sigma^2}{2}$$

Δυναμική ενέργεια του κύματος

Μηχανική ενέργεια του κύματος

$$E = 2 \cdot E_\delta = \rho g \sigma^2$$

$$E = \frac{\rho g \sum_{i=1}^N \frac{H_i^2}{N}}{8} = \rho g \frac{H_{rms}^2}{8} = \rho g \frac{H_s^2}{16}$$

$$H_s = 4\sigma$$



Οι ακραίες τιμές ύψους κύματος π.χ. τα σημαντικά ύψη, από μια σειρά M καταγραφών κυματισμών $H_{s_1}, H_{s_2}, \dots, H_{s_M}$ κατά τη διάρκεια μίας μακράς περιόδου αποτελούν στοχαστική μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Weibul με γενική μορφή

$$P(> H_s) = e^{-\left(\frac{H_s - c}{a}\right)^b}$$

για $c=0, b=1$ η σχέση για την πιθανότητα υπέρβασης γίνεται μονοπαραμετρική

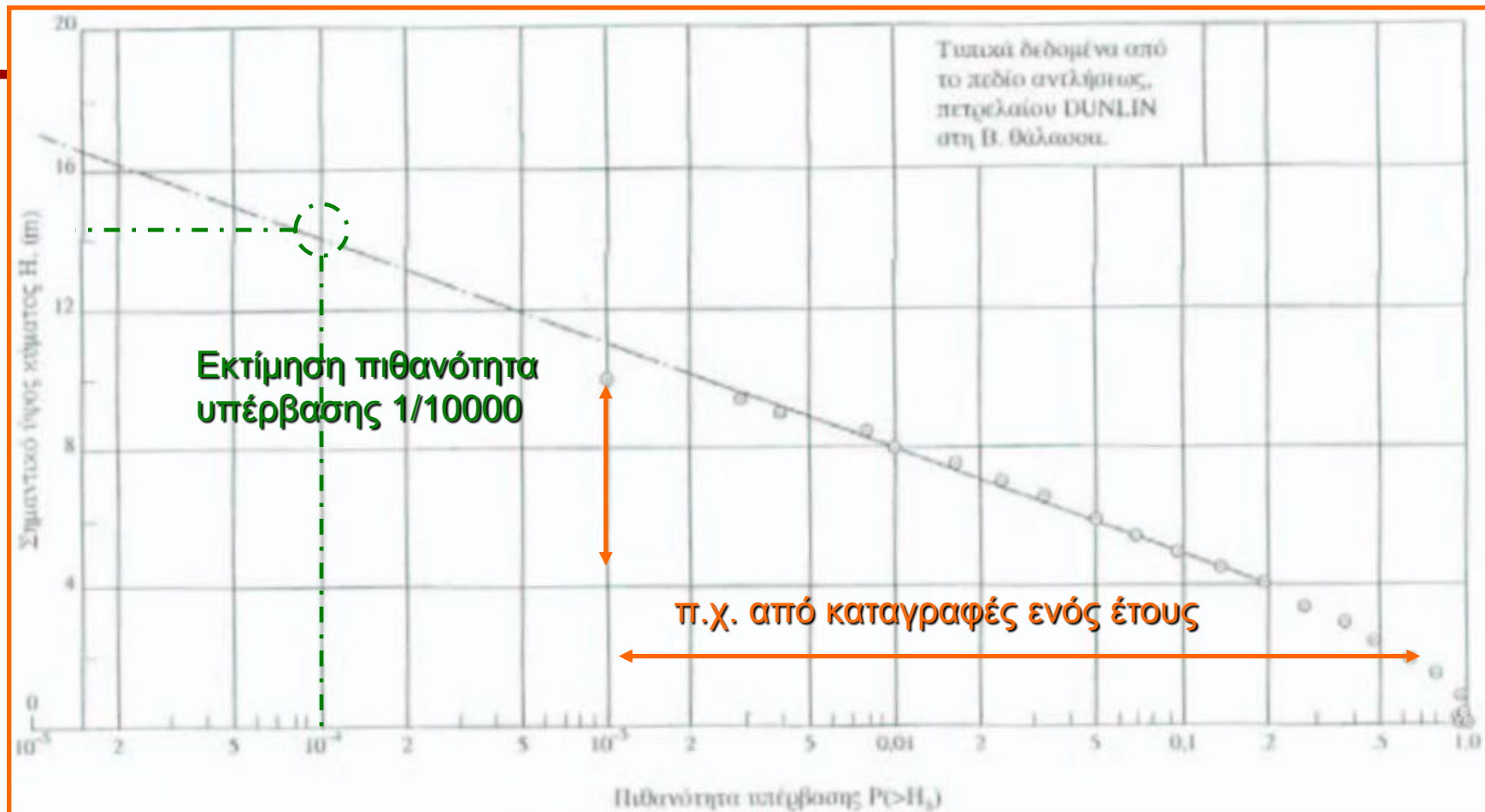
$$P(> H_s) = e^{-\frac{H_s}{a}} \Rightarrow \ln(P(> H_s)) = -\frac{1}{a} H_s$$

Η κλίση $-1/a$ μπορεί να υπολογιστεί γραφικά από την παράσταση των ζευγών τιμών $H_s, \ln(P)$ (Σχ.5.5)

Με τη μέθοδο αυτή μπορεί να εκτιμηθούν τιμές H_s με μικρή πιθανότητα υπέρβασης (μεγάλη περίοδο επανεμφάνισης 10, 100 έτη κλπ).



ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΑ ΦΑΣΜΑΤΑ



Σχ. 5.5. Γραφική εκτίμηση του a και ακραίας τιμής H_s για μικρό P



ΑΣΚΗΣΗ

Από σειρά κυματικών επεισοδίων που κάθε ένα τους χαρακτηρίζεται από μία τιμή H_s κατασκευάστηκε το ιστόγραμμα συχνοτήτων f που δίνεται από τις τιμές

H_s (m)	0.5	1.5	2.5	3.5
f %	90	6	3	1

Αν οι καταγραφές γίνονται **κάθε μέρα** να υπολογιστεί το σημαντικό ύψος κύματος με περίοδο επαναφοράς 100 έτη.



Το ιστόγραμμα συμπληρώνεται από την ολοκληρωματική τιμή F (συχνότητας υπέρβασης δηλαδή εμφάνισης τιμής μεγαλύτερης ή ίσης της συγκεκριμένης) και των λογαρίθμων της.

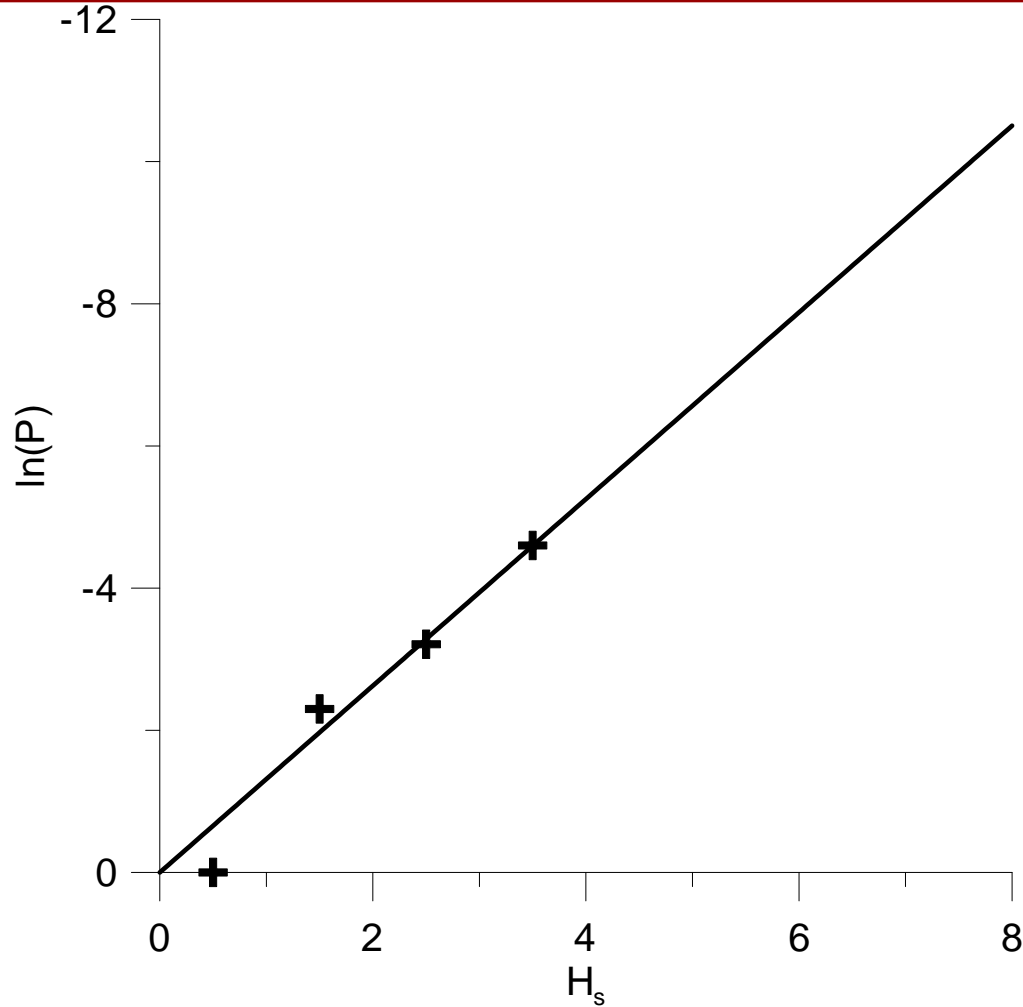
H_s (m)	0.5	1.5	2.5	3.5
f %	90	6	3	1
F %	100	10	4	1
$\ln F$	0	-2.3	-3.21	-4.6

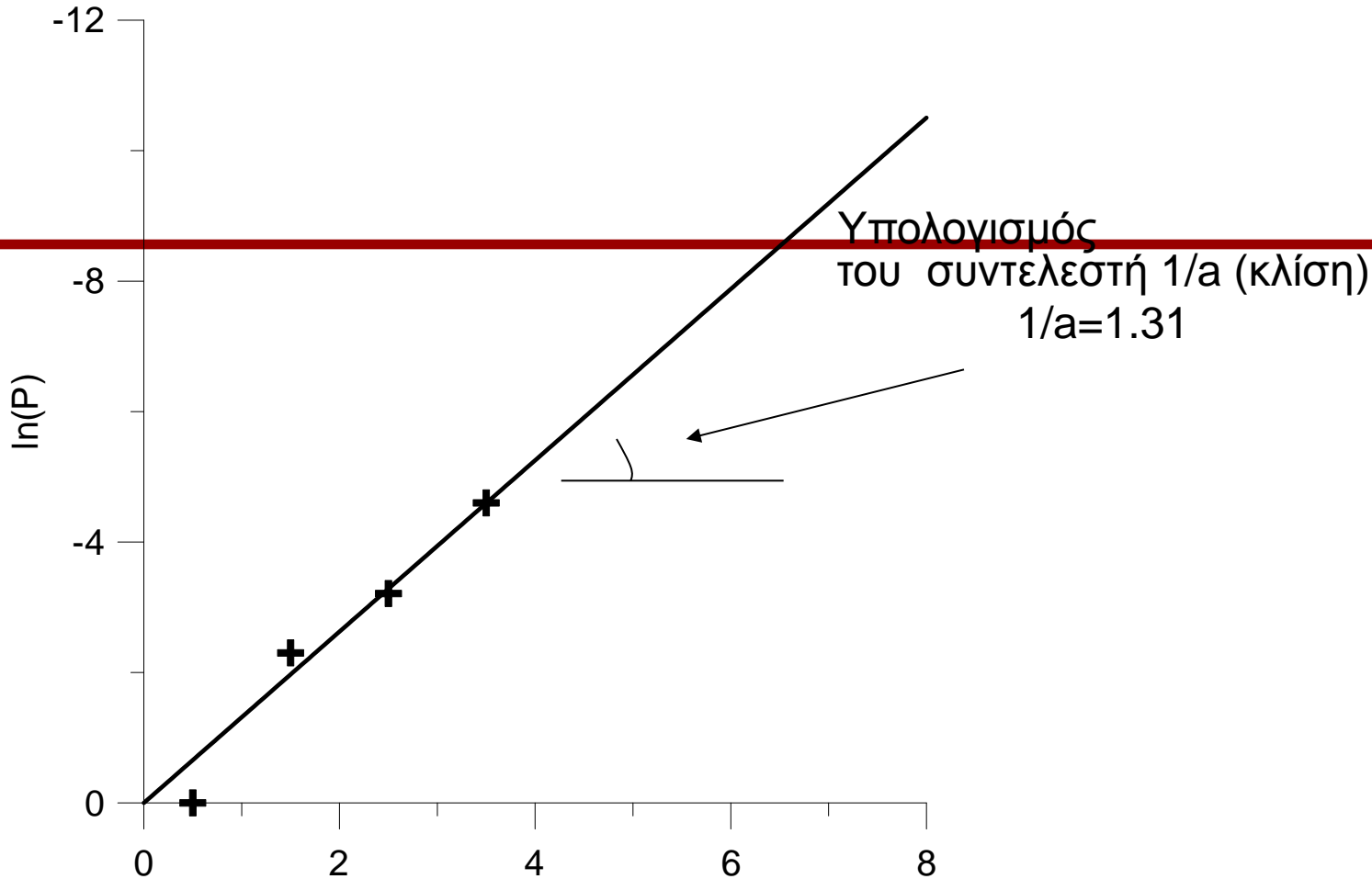
$10=6+3+1$



Κατανομή Weibul: $\ln(P>H) = -(1/a)* H$

Υπολογισμός του συντελεστή $1/a$





Η τιμή με περίοδο επανάληψης H_{100} έτη
(υπέρβαση 1 φορά στις $100 \cdot 365 = 36500$ ημερήσιες καταγραφές) και
 $\ln(P) = \ln(1/36500) = -10.5$

$\ln(P > H) = -(1/a) \cdot H_s$ αντιστοιχεί σε τιμή $H_s = 10.5/1.31 = 8 \text{ m}$

(για 2 καταγραφές την ημέρα έχουμε $100 \cdot 2 \cdot 365 \dots$)



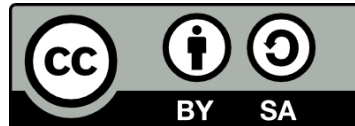
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Καραμπάς Θεοφάνης.
«Ακτομηχανική και λιμενικά έργα. Γεωστροφικός άνεμος, κυματισμοί,
στατιστική ανάλυση και ενεργειακά φάσματα». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη
2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://opencourses.auth.gr/courses/OCRS425/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: <Μαυρίδου Σοφία>
Θεσσαλονίκη, <Χειμερινό Εξάμηνο 2013-2014>



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

