



## Συμβολικές Γλώσσες Προγραμματισμού

### Ενότητα 5: Γραφικές Παραστάσεις

Νικόλαος Καραμπετάκης

Τμήμα Μαθηματικών



# Άδειες Χρήσης

---

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Περιεχόμενα

---

1. Δισδιάστατα γραφικά.
2. Γραφικές παραστάσεις παραμετρικών εξισώσεων.
3. Γραφική παράσταση σημείων.
4. Στατιστικά.
5. Κινούμενες γραφικές παραστάσεις.
6. Τρισδιάστατα γραφικά.



# Σκοποί Ενότητας

---

- Μελέτη των γραφικών παραστάσεων που πραγματοποιούνται με το *Mathematica*.

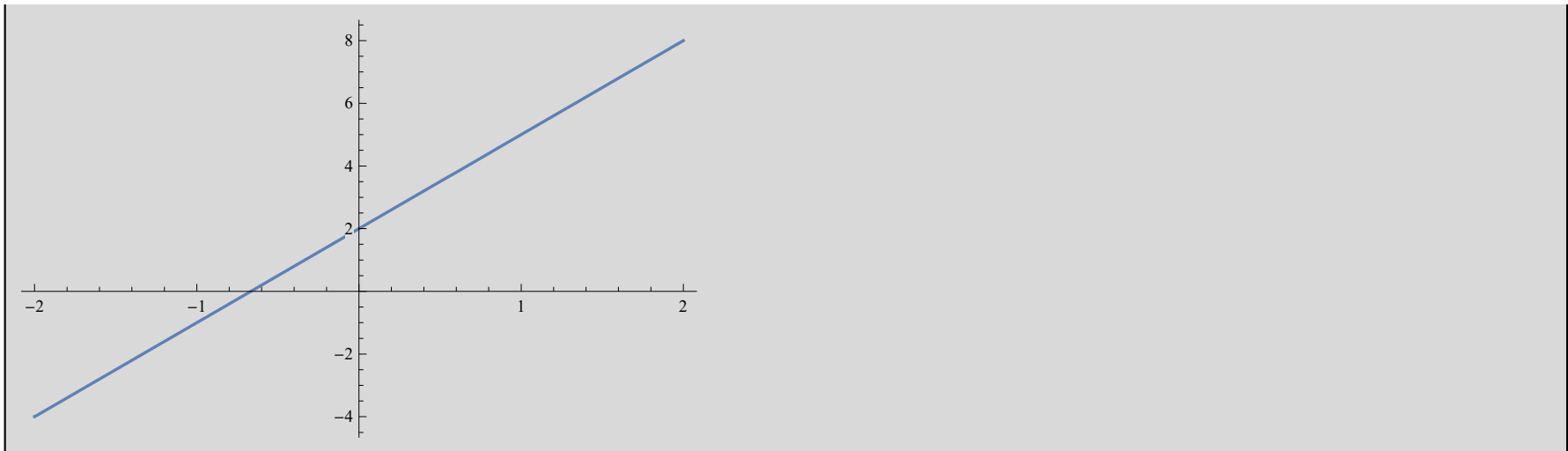


# Δισδιάστατα γραφικά (1)

Η `Plot[f,{x,xmin,xmax}]` επιστρέφει την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  ως προς  $x$  στο διάστημα  $[xmin,xmax]$ .

Γραφική παράσταση ευθείας

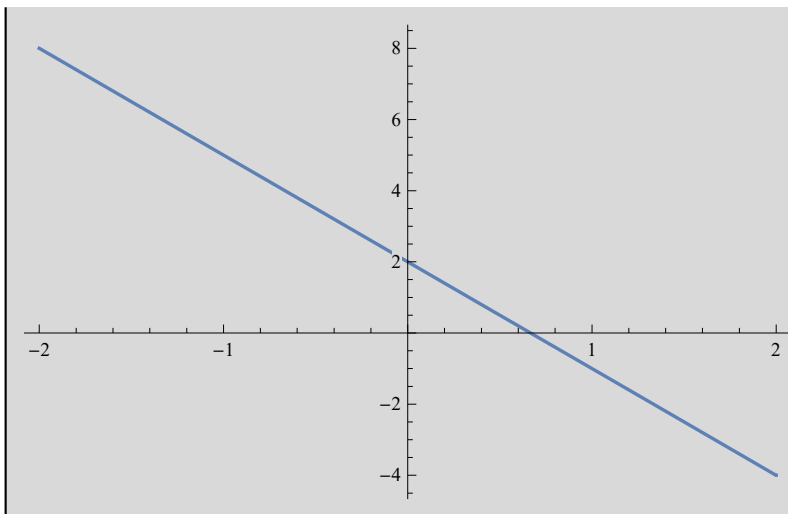
```
Plot[3 * x + 2, {x, -2, 2}]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (2)

ή με αρνητικό συντελεστή

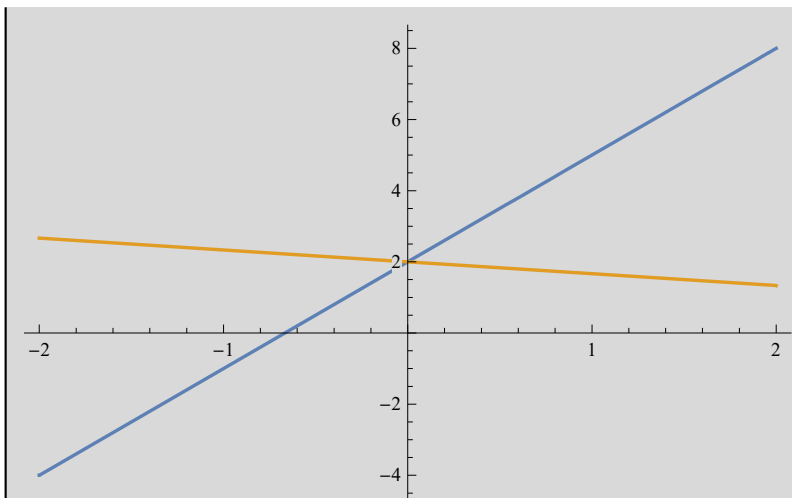
```
Plot[-3 * x + 2, {x, -2, 2}]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (3)

Κάθετες ευθείες (γινόμενο συντελεστών = μονάδα)

```
Plot[{3 * x + 2, -1/3 * x + 2}, {x, -2, 2}]
```

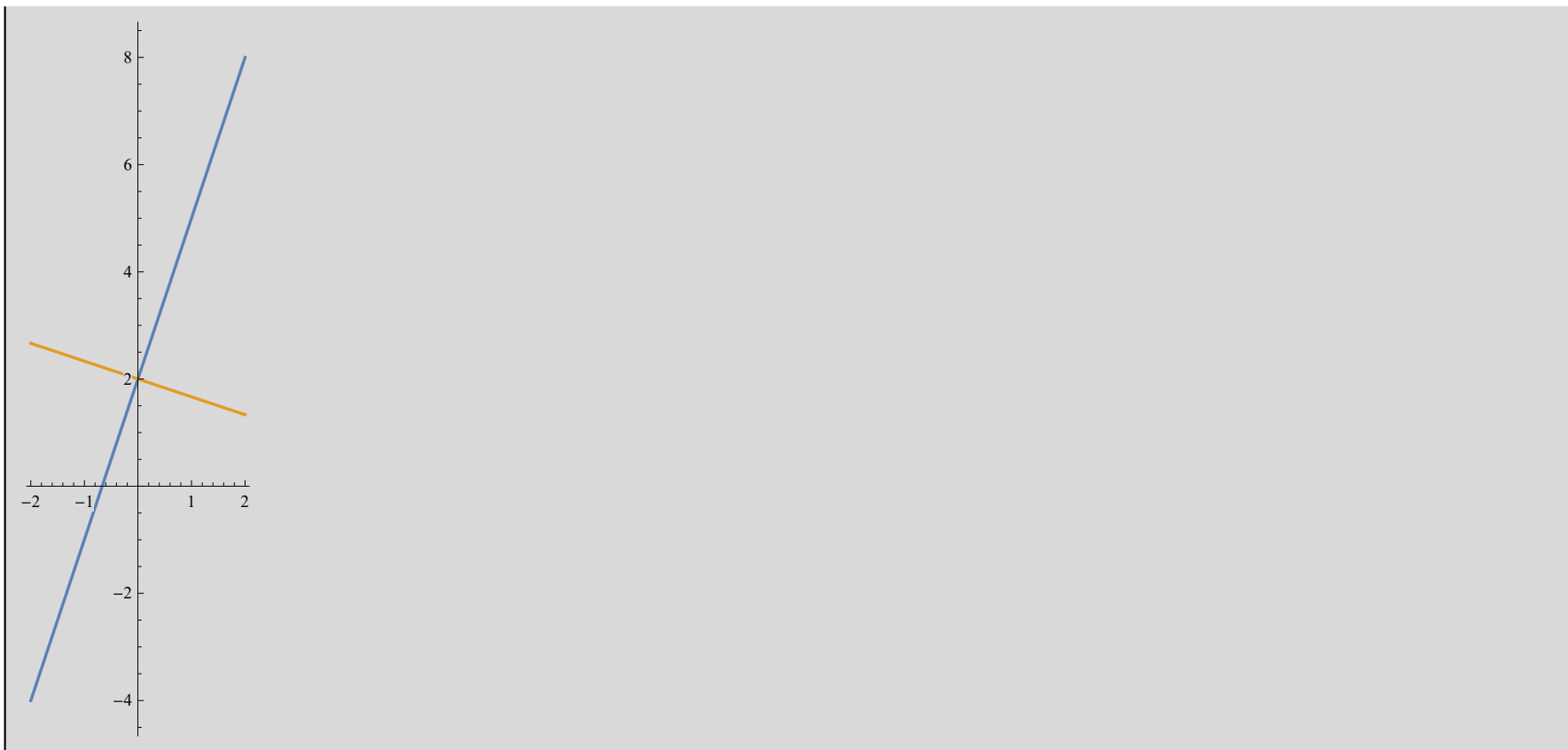




# Δισδιάστατα γραφικά (4)

Γιατί όμως δεν μοιάζουν ως κάθετες; Γιατί δεν υπάρχει ένα προς ένα αναλογία μεταξύ των αξόνων.

```
Plot[{3*x + 2, -1/3*x + 2}, {x, -2, 2}, AspectRatio -> Automatic]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (5)

---

**Άσκηση.** Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$y = x^2, y = x^{\frac{1}{2}}, y = \frac{1}{x}, y = \sin(x), y = \cos(x), y = \log(x)$$

**Άσκηση.** Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$y = x^2 - 3x + 2$$

για  $x = -50, -49, \dots, 50$  και μετά για  $x = 0, 3$ . Τι παρατηρείτε ;



# Δισδιάστατα γραφικά (6)

## Επιπλέον επιλογές στην Plot

### Options[Plot]

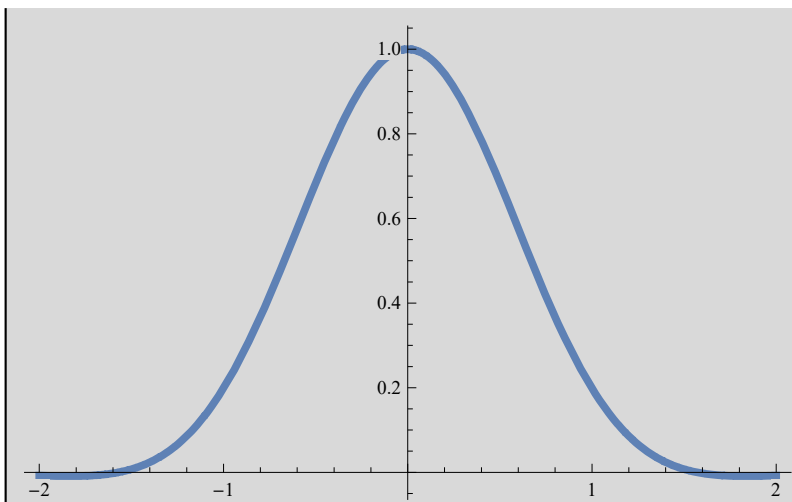
```
{ AlignmentPoint → Center, AspectRatio →  $\frac{1}{\text{GoldenRatio}}$ , Axes → True, AxesLabel → None, AxesOrigin → Automatic, AxesStyle → {},  
Background → None, BaselinePosition → Automatic, BaseStyle → {}, ClippingStyle → None, ColorFunction → Automatic,  
ColorFunctionScaling → True, ColorOutput → Automatic, ContentSelectable → Automatic, CoordinatesToolOptions → Automatic,  
DisplayFunction :-> $DisplayFunction, Epilog → {}, Evaluated → Automatic, EvaluationMonitor → None, Exclusions → Automatic,  
ExclusionsStyle → None, Filling → None, FillingStyle → Automatic, FormatType :-> TraditionalForm, Frame → False,  
FrameLabel → None, FrameStyle → {}, FrameTicks → Automatic, FrameTicksStyle → {}, GridLines → None, GridLinesStyle → {},  
ImageMargins → 0., ImagePadding → All, ImageSize → Automatic, ImageSizeRaw → Automatic, LabelStyle → {},  
MaxRecursion → Automatic, Mesh → None, MeshFunctions → {#1&}, MeshShading → None, MeshStyle → Automatic,  
Method → Automatic, PerformanceGoal :-> $PerformanceGoal, PlotLabel → None, PlotLegends → None, PlotPoints → Automatic,  
PlotRange → {Full, Automatic}, PlotRangeClipping → True, PlotRangePadding → Automatic, PlotRegion → Automatic,  
PlotStyle → Automatic, PlotTheme :-> $PlotTheme, PreserveImageOptions → Automatic, Prolog → {}, RegionFunction → (True &),  
RotateLabel → True, TargetUnits → Automatic, Ticks → Automatic, TicksStyle → {}, WorkingPrecision → MachinePrecision }
```



# Δισδιάστατα γραφικά (7)

Αλλαγή του πάχους εκτύπωσης με την PlotStyle επιλογή

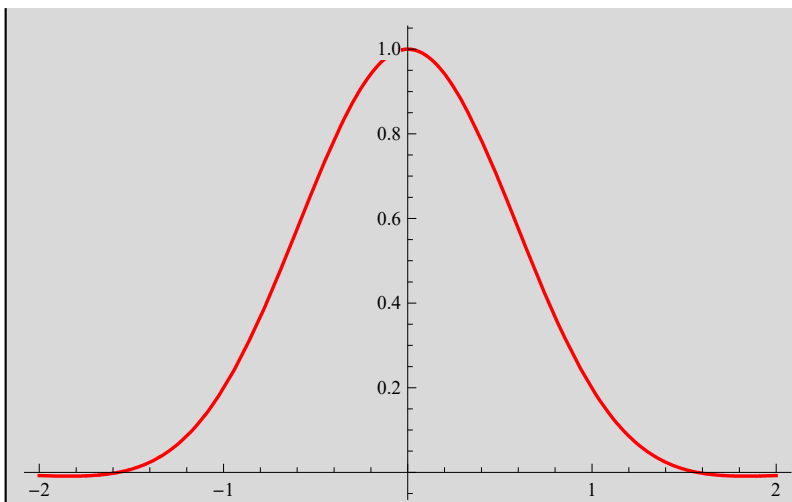
```
Plot[Exp[-x^2] * Cos[x], {x, -2, 2}, PlotStyle → Thickness[0.01]]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (8)

Αλλαγή του χρώματος εκτύπωσης με την PlotStyle επιλογή

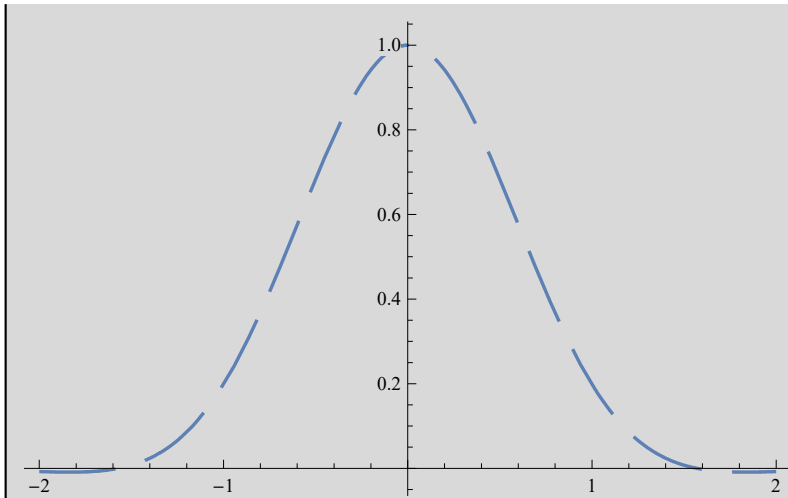
```
Plot[Exp[-x^2] * Cos[x], {x, -2, 2}, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0]]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (9)

Αλλαγή της γραμμής εκτύπωσης με την PlotStyle επιλογή

```
Plot[Exp[-x^2] * Cos[x], {x, -2, 2}, PlotStyle → Dashing[{0.1, 0.04}]]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (10)

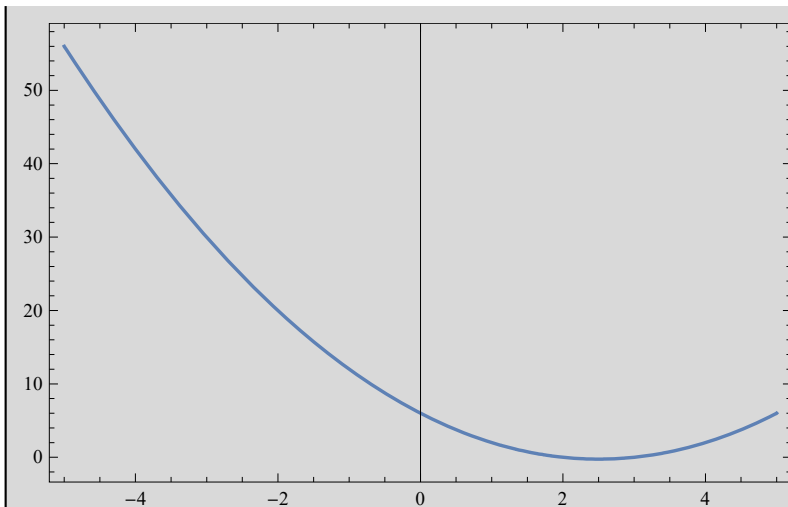
**Άσκηση.** Προσπαθήστε να συνδυάσετε τα παραπάνω για να έχετε την γραφική παράσταση της

$$y = x^2 - 5x + 6$$

σε μπλέ χρώμα με διακεκομμένες γραμμές πάχους 0.1.

Δημιουργία frame για την γραφική παράσταση

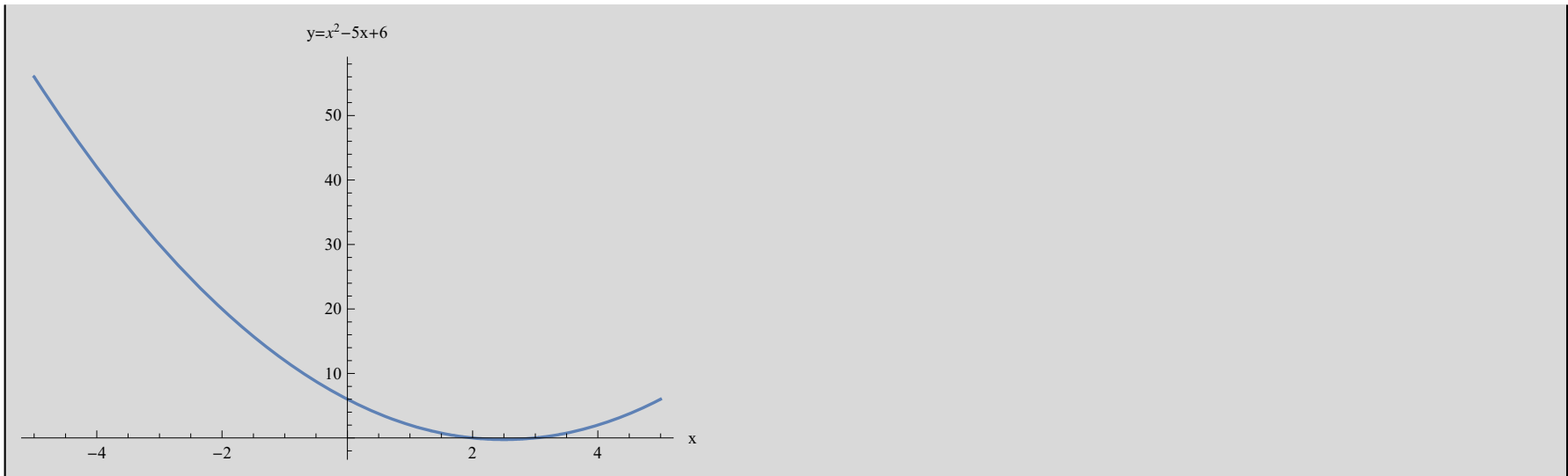
```
Plot[x^2 - 5 * x + 6, {x, -5, 5}, Frame → True]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (11)

Δημιουργία τίτλων για τους άξονες των  $x, y$  (AxesLabel) καθώς και τίτλου γραφήματος (PlotLabel)

```
Plot[x^2 - 5 * x + 6, {x, -5, 5}, AxesLabel -> {"x", "y=x^2-5x+6"}]
```

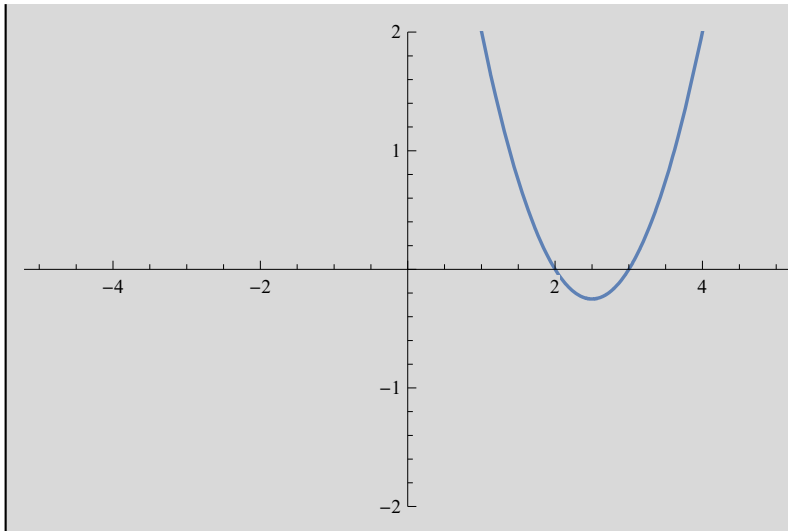




# Δισδιάστατα γραφικά (12)

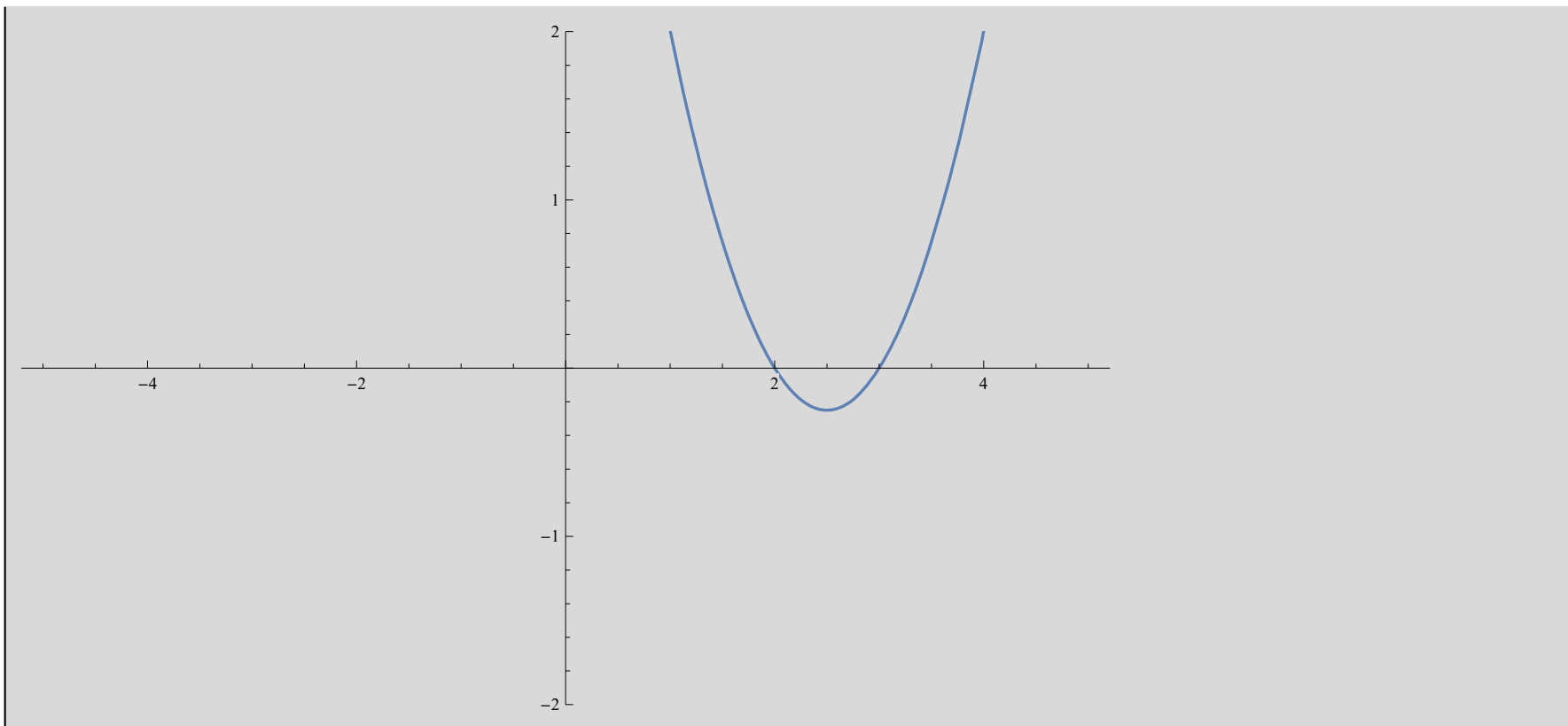
Γραφική παράσταση της συνάρτησης σε συγκεκριμένο πεδίο των  $x, y$  (PlotRange)

```
Plot[x^2 - 5 * x + 6, {x, -5, 5}, PlotRange -> {-2, 2}]
```



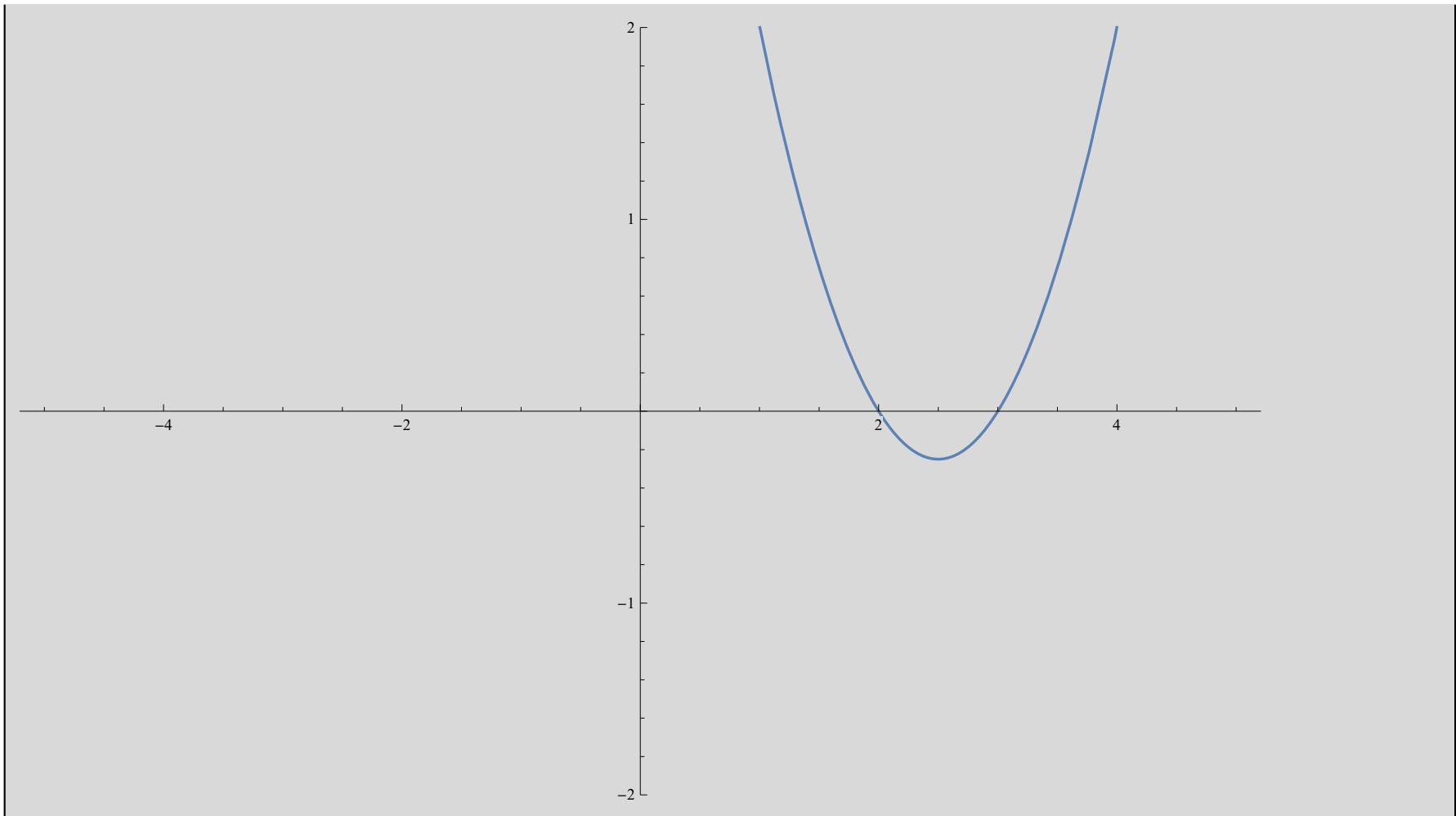
# Δισδιάστατα γραφικά (13)

```
Show[%51, ImageSize → Large]
```



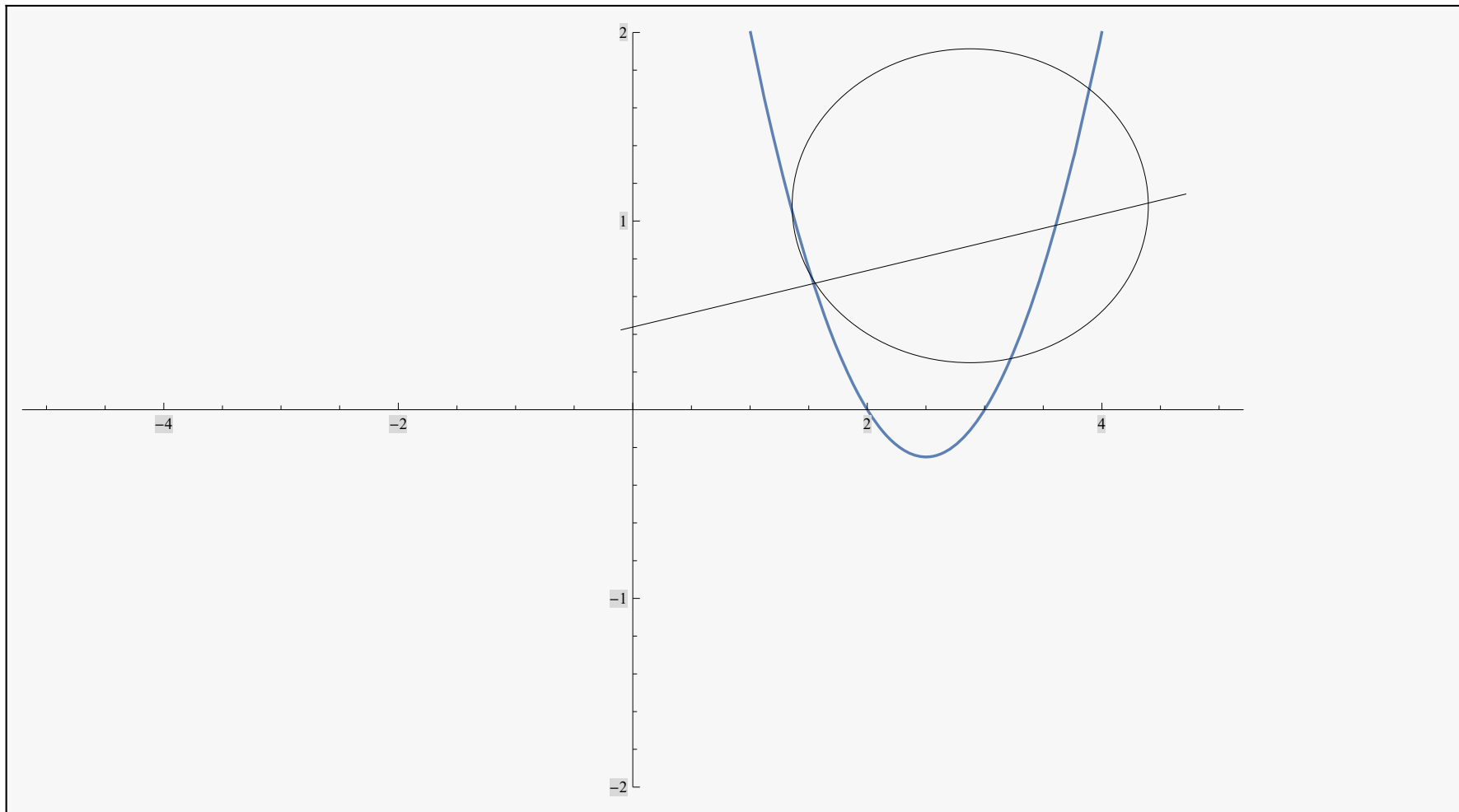
# Δισδιάστατα γραφικά (14)

```
Show[%52, ImageSize -> Full]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (15)

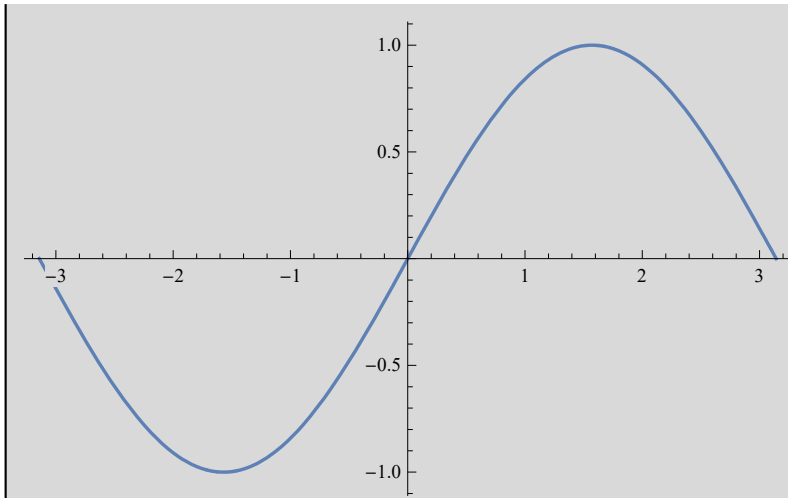
```
Show[%53, ImageSize → Small]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (16)

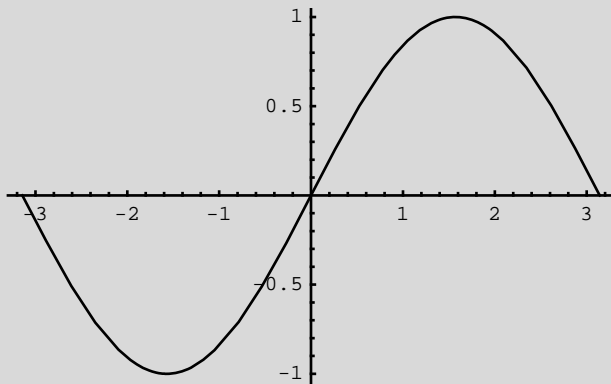
Επανασχεδίαση γραφικών παραστάσεων με την Show.

```
g = Plot[Sin[x], {x, -Pi, Pi}]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (17)

Show[g]



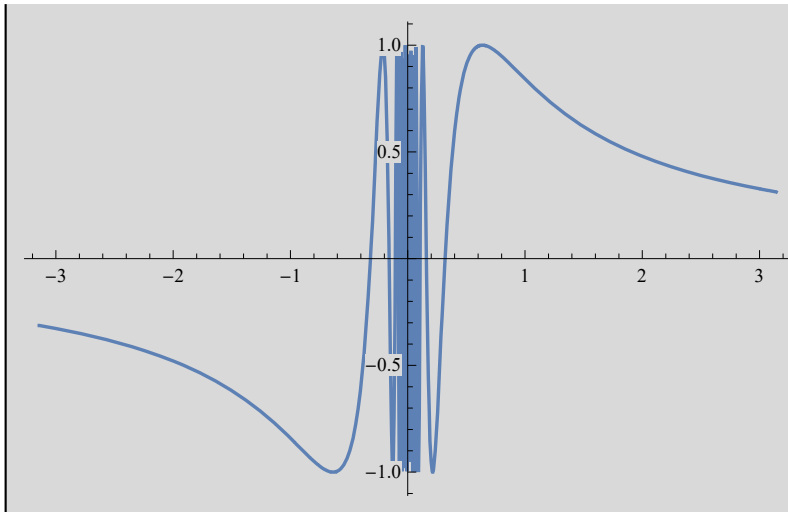
- Graphics -



# Δισδιάστατα γραφικά (18)

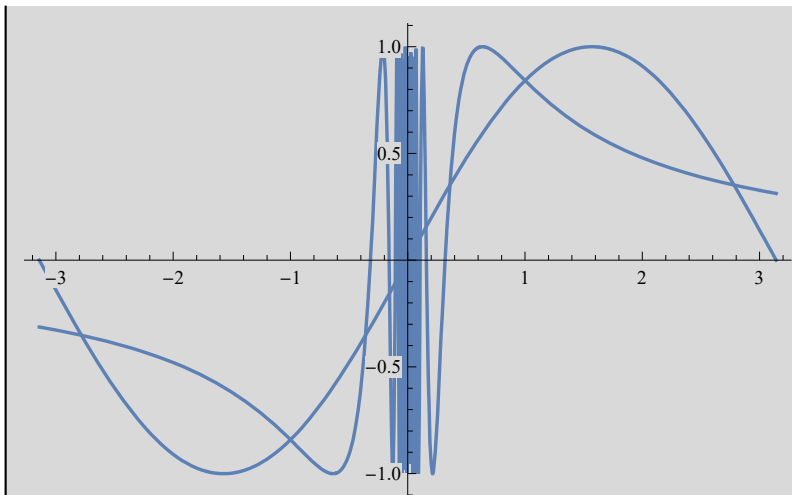
Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την γραφική παράσταση περισσότερων της μια συνάρτησης

```
q = Plot[Sin[1/x], {x, -Pi, Pi}]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (19)

Show[g, q]

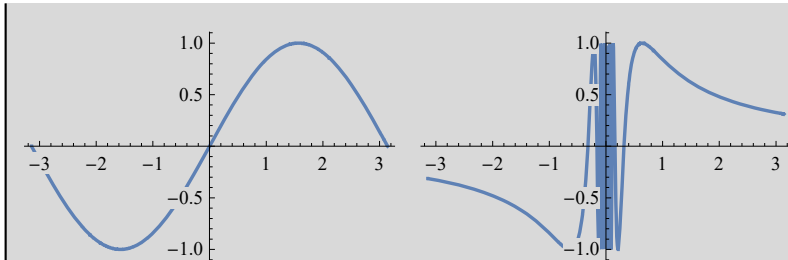




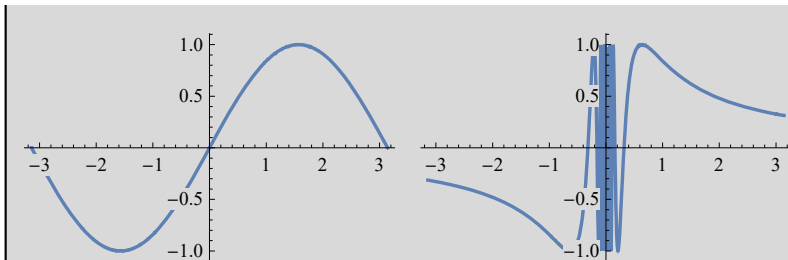
# Δισδιάστατα γραφικά (20)

Με την βοήθεια της `GraphicsArray` μπορούμε να τοποθετήσουμε όλες τις γραφικές παραστάσεις σε έναν πίνακα

```
Show[GraphicsArray[{{g, q}}]]
```

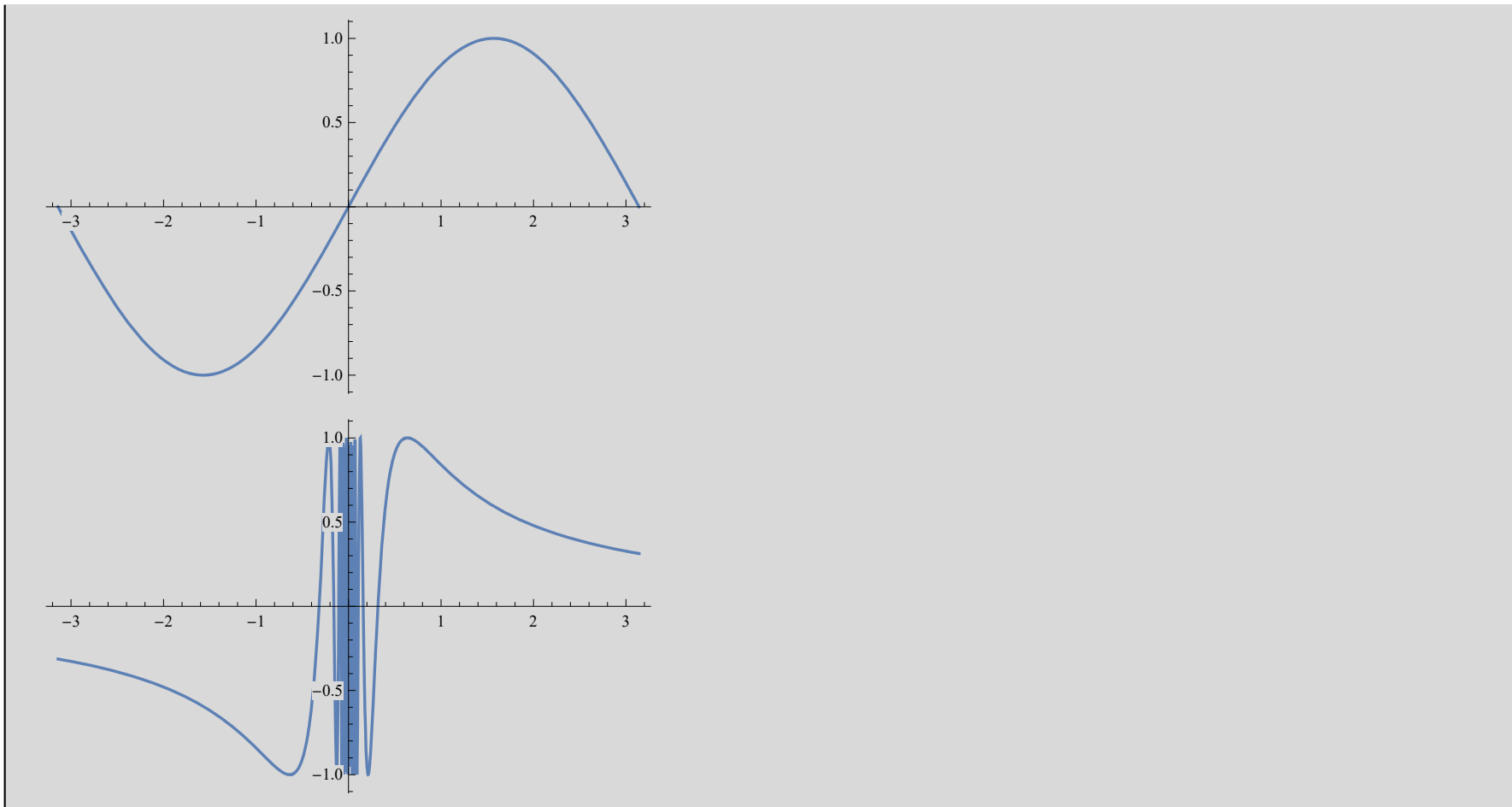


```
GraphicsGrid[{{Graphics[g], Graphics[q}}]]
```



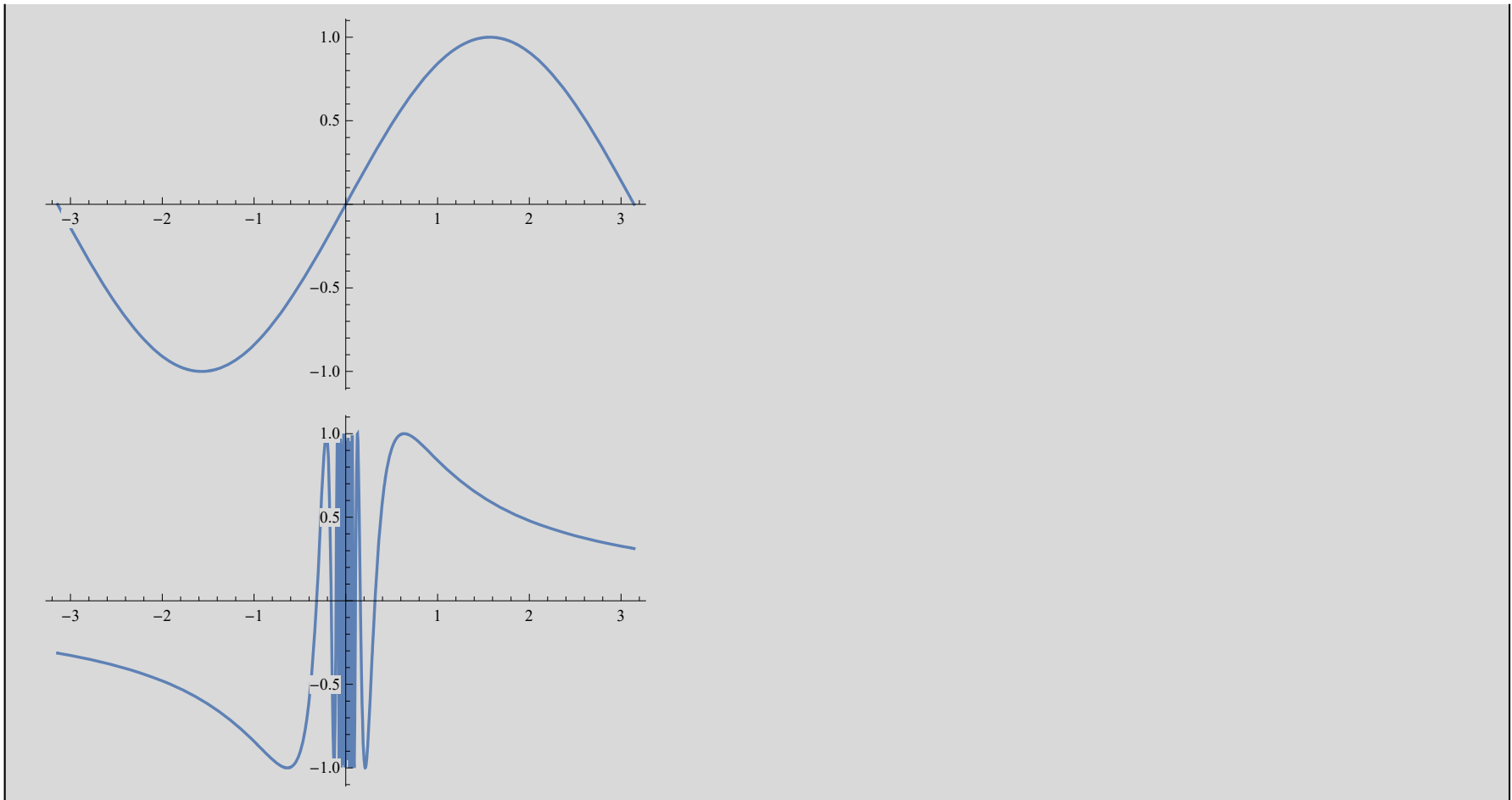
# Δισδιάστατα γραφικά (21)

```
Show[GraphicsArray[{{g}, {q}}]]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (22)

```
GraphicsGrid[{{g}, {q}}]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (23)

Μέριμες επιλογές της GraphicsArray

## Options[GraphicsArray]

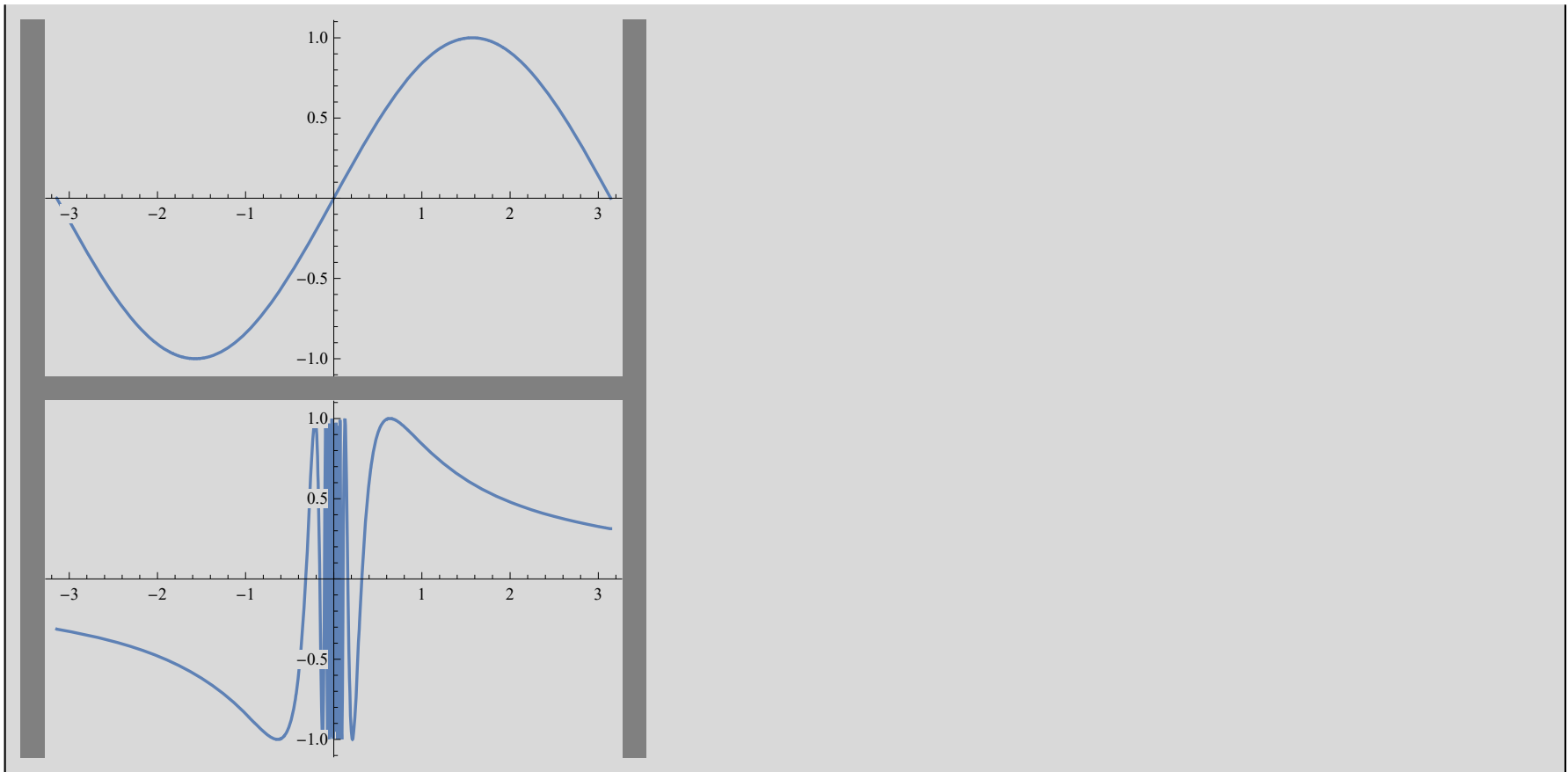
```
{AlignmentPoint → Center, AspectRatio → Automatic, Axes → False, AxesLabel → None,
  AxesOrigin → Automatic, AxesStyle → {}, Background → None, BaselinePosition → Automatic,
  BaseStyle → {}, ColorOutput → Automatic, ContentSelectable → Automatic,
  CoordinatesToolOptions → Automatic, DisplayFunction :→ $DisplayFunction,
  Epilog → {}, FormatType :→ TraditionalForm, Frame → False, FrameLabel → None,
  FrameStyle → {}, FrameTicks → None, FrameTicksStyle → {}, GraphicsSpacing → 0.1,
  GridLines → None, GridLinesStyle → {}, ImageMargins → 0., ImagePadding → All,
  ImageSize → Automatic, ImageSizeRaw → Automatic, LabelStyle → {}, Method → Automatic,
  PlotLabel → None, PlotRange → Automatic, PlotRangeClipping → False,
  PlotRangePadding → Automatic, PlotRegion → Automatic, PreserveImageOptions → Automatic,
  Prolog → {}, RotateLabel → True, Ticks → None, TicksStyle → {}}
```



# Δισδιάστατα γραφικά (24)

Ας αλλάξουμε το background

```
Show[%%, Background → GrayLevel[0.5]]
```



# Δισδιάστατα γραφικά (25)

---

**Άσκηση.** Να γίνει η γραφική παράσταση του μοναδιαίου κύκλου.

$$x^2 + y^2 = 1$$

και της έλλειψης

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

σε έναν 1Χ2 πίνακα.

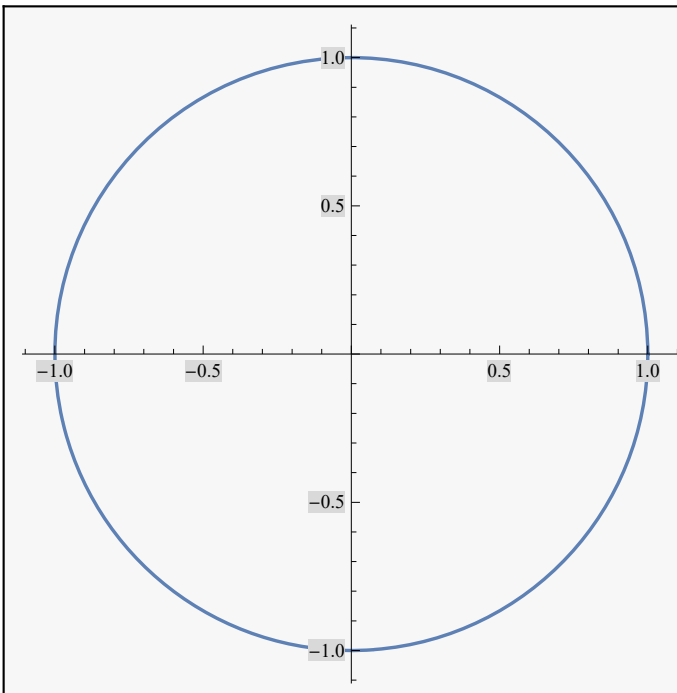


# Γραφικές παρατάσεις παραμετρικών εξισώσεων (1)

Η γραφική παράσταση παραμετρικών εξισώσεων γίνεται με την `ParametricPlot[{x(t),y(t)},{t,tmin,tmax}]` καθώς το  $t$  παίρνει τιμές στο  $(tmin,tmax)$ .

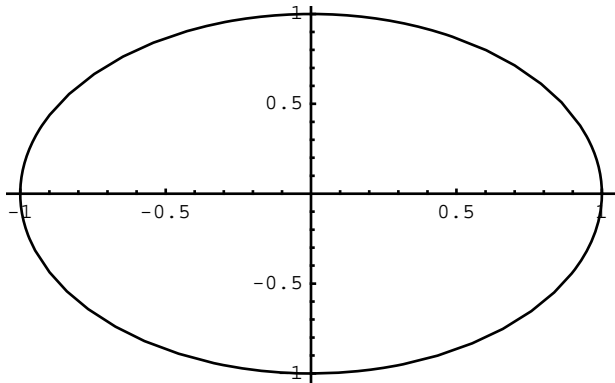
Παραμετρική εξίσωση κύκλου

```
ParametricPlot[{Cos[t], Sin[t]}, {t, 0, 2 * Pi}]
```



# Γραφικές παρατάσεις παραμετρικών εξισώσεων (2)

---

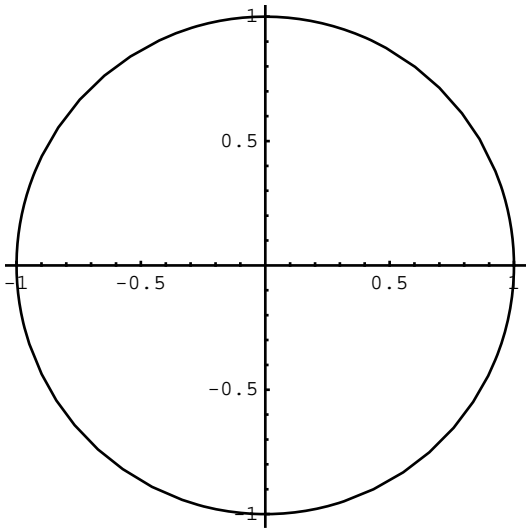




# Γραφικές παρατάσεις παραμετρικών εξισώσεων (3)

ή ακόμα καλύτερα σε αναλογία αξόνων ένα προς ένα

```
ParametricPlot[{Cos[t], Sin[t]}, {t, 0, 2 * Pi}, AspectRatio -> Automatic]
```



# Γραφικές παρατάσεις παραμετρικών εξισώσεων (4)

---

**Άσκηση.** Να γίνει η γραφική παράσταση της παραμετρικής εξίσωσης

$$x(t) = \cos(5t) \sin(t), \quad y(t) = \sin(5t) \cos(t)$$

**Άσκηση.** Ποια η παραμετρική εξίσωση της καμπύλης

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Να γίνει η γραφική της παράσταση.



# Επίλυση εξισώσεων και γραφική τους παράσταση (1)

Το *Mathematica* μπορεί να επιλύσει μια εξίσωση (με την `Solve`) και να αναπαριστά τις λύσεις στο καρτεσιανό επίπεδο. Αυτό γίνεται με την συνάρτηση `ImplicitPlot` που βρίσκεται στο πακέτο συναρτήσεων `Graphics`.

```
<< Graphics`ImplicitPlot`
```

```
Options[ImplicitPlot]
```

```
{AspectRatio → Automatic, Axes → Automatic, AxesLabel → None, AxesOrigin → Automatic,  
  AxesStyle → Automatic, Background → Automatic, ColorOutput → Automatic, DefaultColor → Automatic,  
  Epilog → {}, Frame → False, FrameLabel → None, FrameStyle → Automatic, FrameTicks → Automatic,  
  GridLines → None, PlotLabel → None, PlotPoints → 25, PlotRange → Automatic,  
  PlotRegion → Automatic, PlotStyle → Automatic, Prolog → {}, RotateLabel → True,  
  Ticks → Automatic, DefaultFont :-> $DefaultFont, DisplayFunction :-> $DisplayFunction}
```

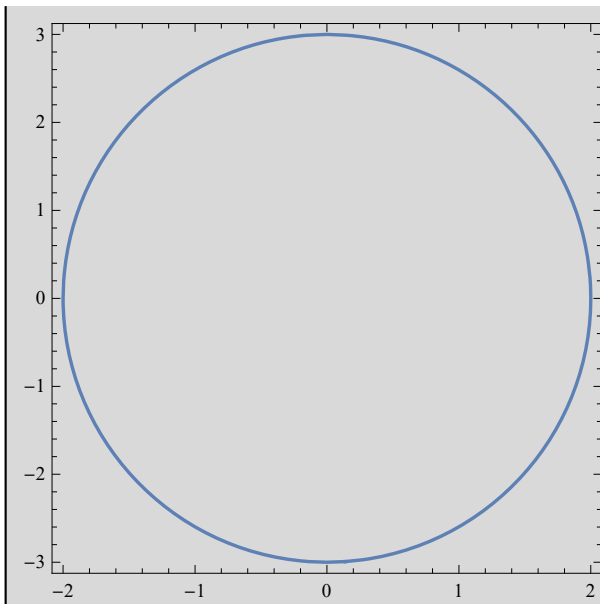


# Επίλυση εξισώσεων και γραφική τους παράσταση (2)

```
ImplicitPlot[x^2/4 + y^2/9 == 1, {x, -2, 2}, {y, -3, 3}, AxesOrigin -> {0, 0}]
```

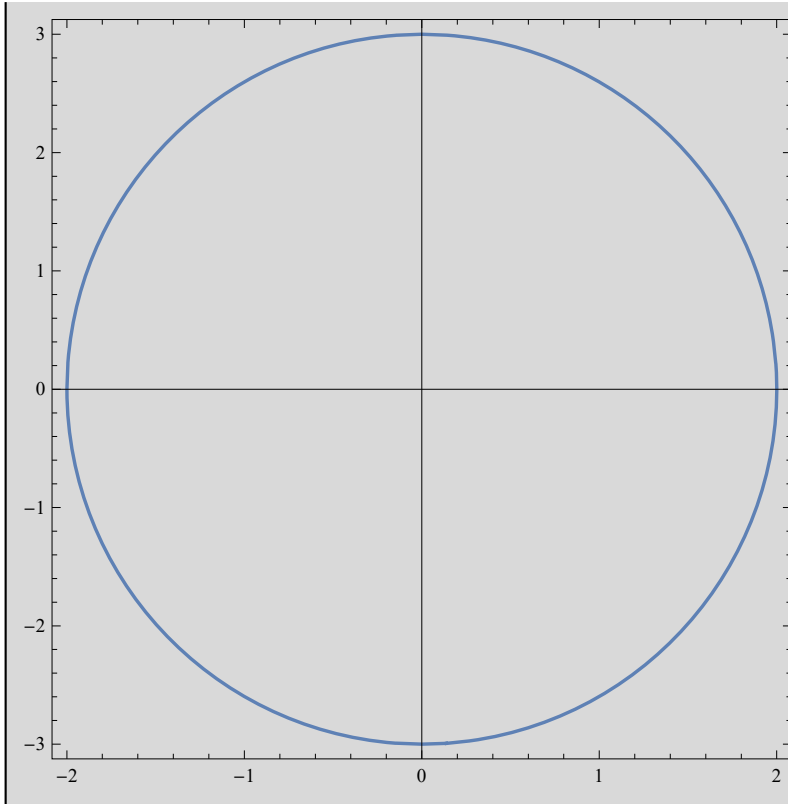
```
ImplicitPlot[ $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} == 1$ , {x, -2, 2}, {y, -3, 3}, AxesOrigin -> {0, 0}]
```

```
ContourPlot[x^2/4 + y^2/9 == 1, {x, -2, 2}, {y, -3, 3}, AxesOrigin -> {0, 0}]
```



# Επίλυση εξισώσεων και γραφική τους παράσταση (3)

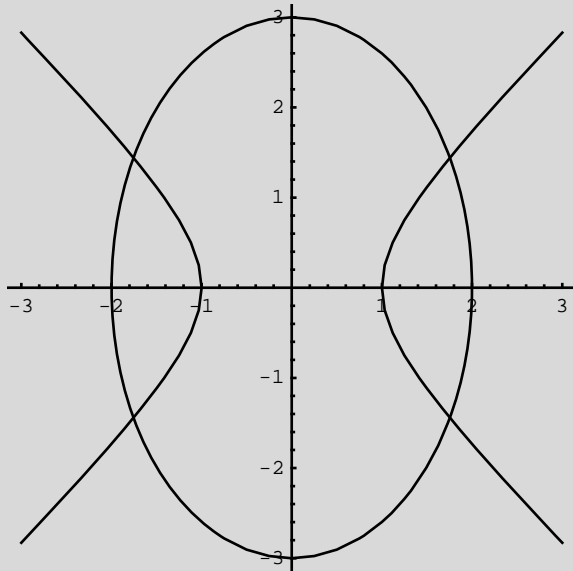
```
Show[%2, Axes → True]
```



# Επίλυση εξισώσεων και γραφική τους παράσταση (4)

Μπορούμε να έχουμε την γραφική παράσταση παραπάνω από μιας εξισώσεων. Αυτό μπορεί να μας βοηθήσει στην γραφική επίλυση εξισώσεων.

```
ImplicitPlot[{x^2/4 + y^2/9 == 1, x^2 - y^2 == 1}, {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]
```



- Graphics -



# Επίλυση εξισώσεων και γραφική τους παράσταση (5)

```
FindRoot[{x^2/4 + y^2/9 == 1, x^2 - y^2 == 1}, {x, -2}, {y, -2}]
```

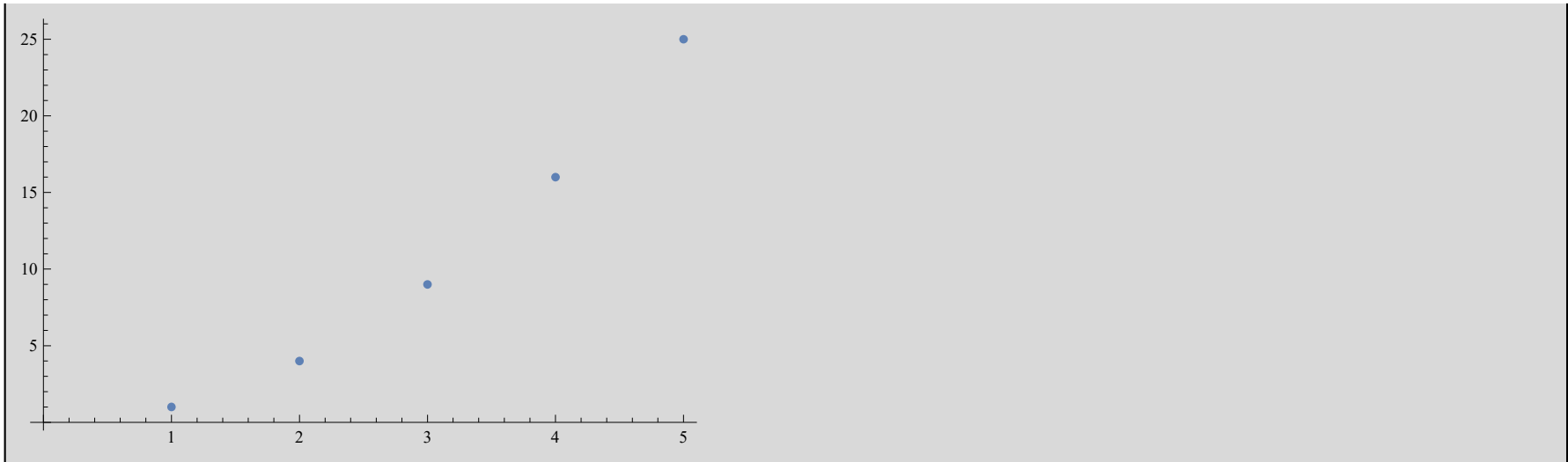
```
{x → -1.75412, y → -1.44115}
```



# Γραφική παράσταση σημείων (1)

Η ListPlot μας βοηθάει στην γραφική παράσταση σημείων για  $x=1,2,\dots$

```
ListPlot[{1, 4, 9, 16, 25}]
```



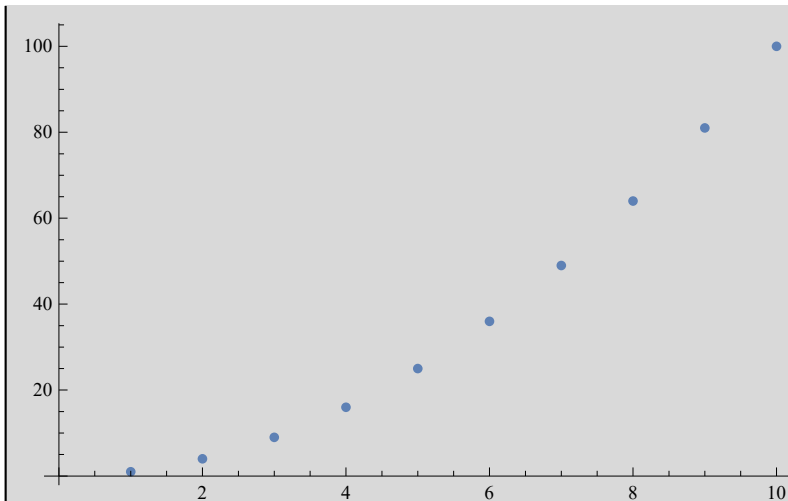


# Γραφική παράσταση σημείων (2)

```
Table[x^2, {x, 1, 10}]
```

```
{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100}
```

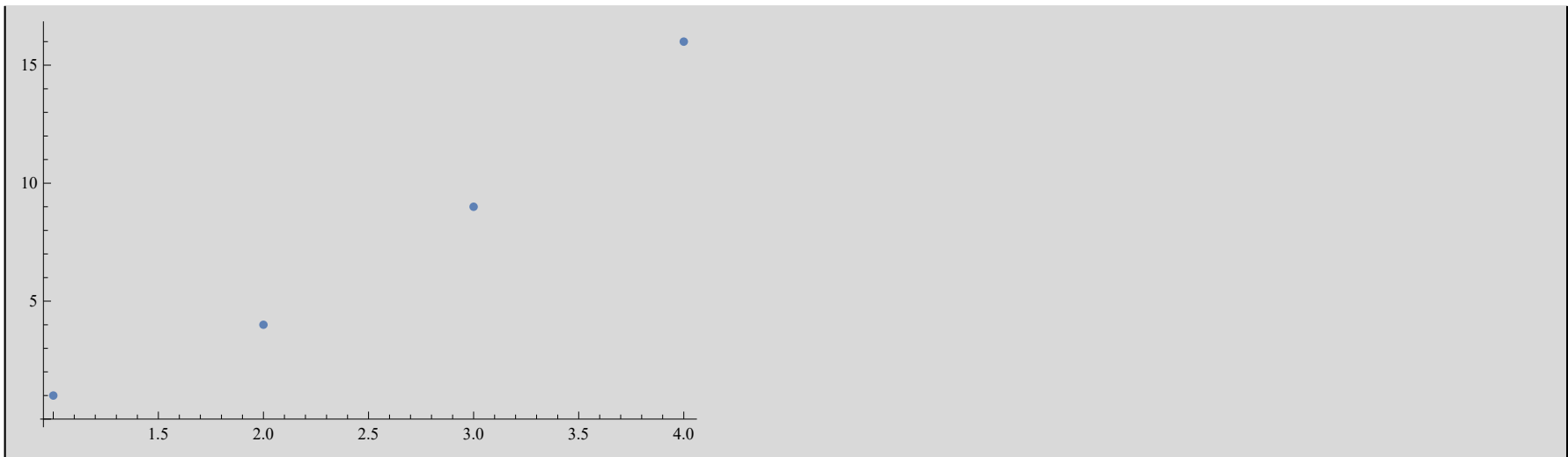
```
ListPlot[%]
```



# Γραφική παράσταση σημείων (3)

ή για ζεύγη σημείων

```
ListPlot[{{1, 1}, {2, 4}, {3, 9}, {4, 16}}]
```



# Γραφική παράσταση σημείων (4)

---

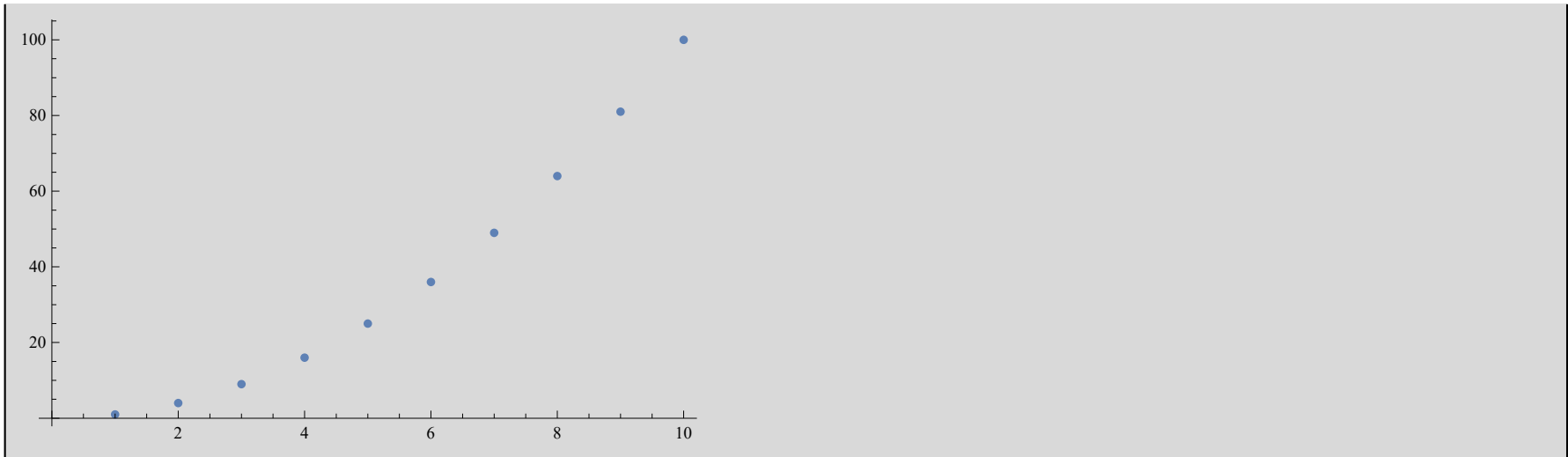
```
Table[{x, x^2}, {x, 1, 10}]
```

```
{{1, 1}, {2, 4}, {3, 9}, {4, 16}, {5, 25}, {6, 36}, {7, 49}, {8, 64}, {9, 81}, {10, 100}}
```



# Γραφική παράσταση σημείων (5)

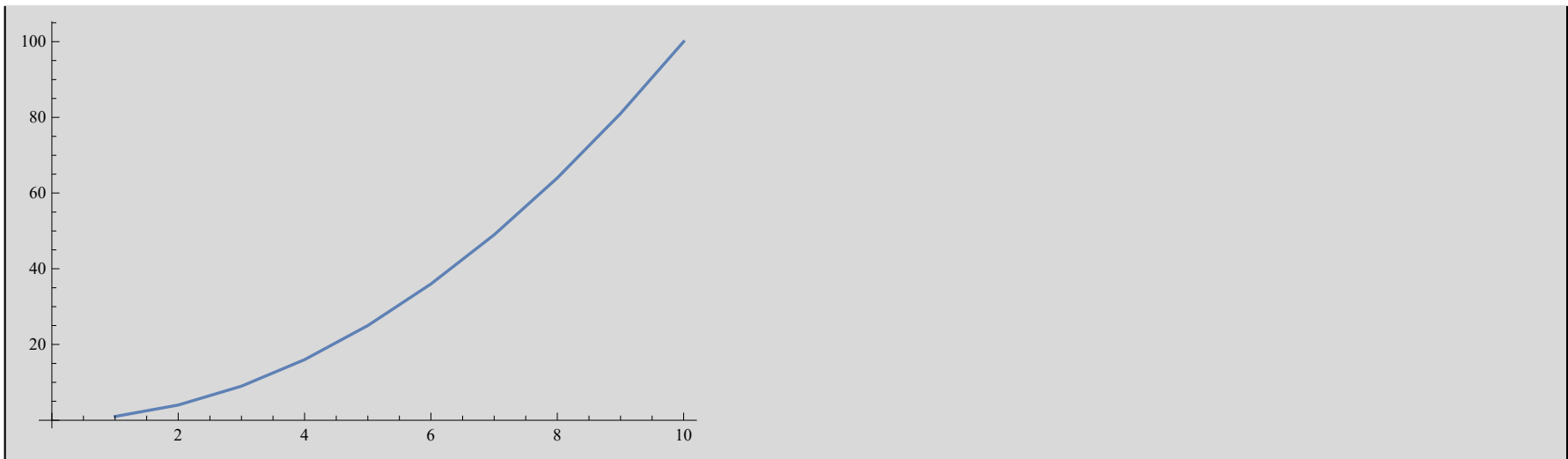
ListPlot[%]



# Γραφική παράσταση σημείων (6)

Μπορούμε και να ενώσουμε τα σημεία αυτά με την ενεργοποίηση της επιλογής PlotJoined

```
ListPlot[%%, PlotJoined → True]
```



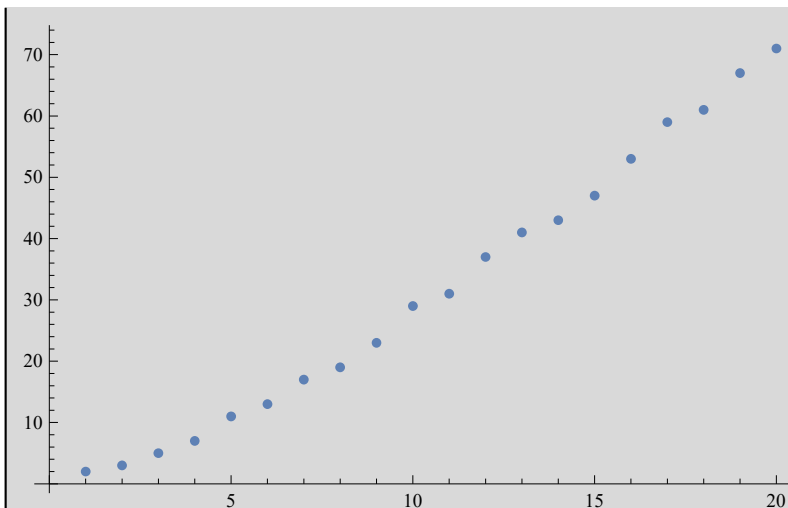
# Γραφική παράσταση σημείων (7)

Άσκηση. Προσπαθήστε να αναπαραστήσετε τους 20 πρώτους αριθμούς στον καρτεσιανό επίπεδο.

```
Table[Prime[i], {i, 1, 20}]
```

```
{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71}
```

```
ListPlot[%]
```



# Στατιστικά (1)

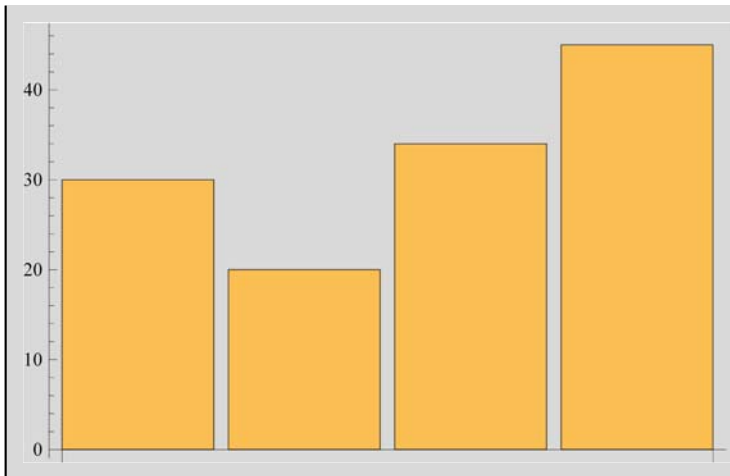
Με την BarChart και PieChart (του πακέτου Graphics) μπορούμε να έχουμε την αναπαράσταση ενός συνόλου δεδομένων ως μπάρα ή πίτα.

```
<< Graphics`
```

```
p = {30, 20, 34, 45}
```

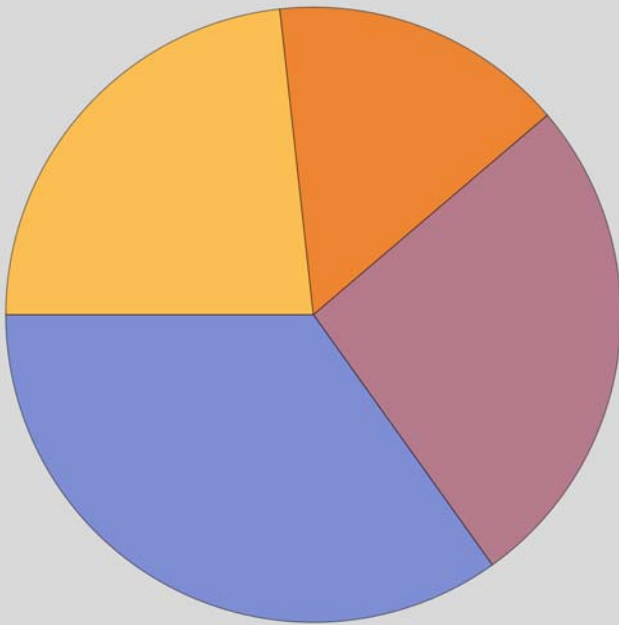
```
{30, 20, 34, 45}
```

```
BarChart[p]
```



# Στατιστικά (2)

PieChart[p]





# Στατιστικά (3)

## Options[BarChart]

{ AlignmentPoint → Center, AspectRatio →  $\frac{1}{\text{GoldenRatio}}$ , Axes → Automatic, AxesLabel → None, AxesOrigin → Automatic, AxesStyle → {}, Background → None, BarOrigin → Bottom, BarSpacing → Automatic, BaselinePosition → Automatic, BaseStyle → {}, ChartBaseStyle → Automatic, ChartElementFunction → Automatic, ChartElements → Automatic, ChartLabels → None, ChartLayout → Automatic, ChartLegends → None, ChartStyle → Automatic, ColorFunction → Automatic, ColorFunctionScaling → True, ColorOutput → Automatic, ContentSelectable → Automatic, CoordinatesToolOptions → Automatic, DisplayFunction := \$DisplayFunction, Epilog → {}, FormatType := TraditionalForm, Frame → False, FrameLabel → None, FrameStyle → {}, FrameTicks → Automatic, FrameTicksStyle → {}, GridLines → None, GridLinesStyle → {}, ImageMargins → 0., ImagePadding → All, ImageSize → Automatic, ImageSizeRaw → Automatic, Joined → False, LabelingFunction → Automatic, LabelStyle → {}, LegendAppearance → Automatic, Method → Automatic, PerformanceGoal := \$PerformanceGoal, PlotLabel → None, PlotRange → All, PlotRangeClipping → False, PlotRangePadding → Automatic, PlotRegion → Automatic, PlotTheme := \$PlotTheme, PreserveImageOptions → Automatic, Prolog → {}, RotateLabel → True, ScalingFunctions → None, TargetUnits → Automatic, Ticks → Automatic, TicksStyle → {} }

## BarChart[p, BarValues → True]

BarChart[{30, 20, 34, 45}, BarValues → True]

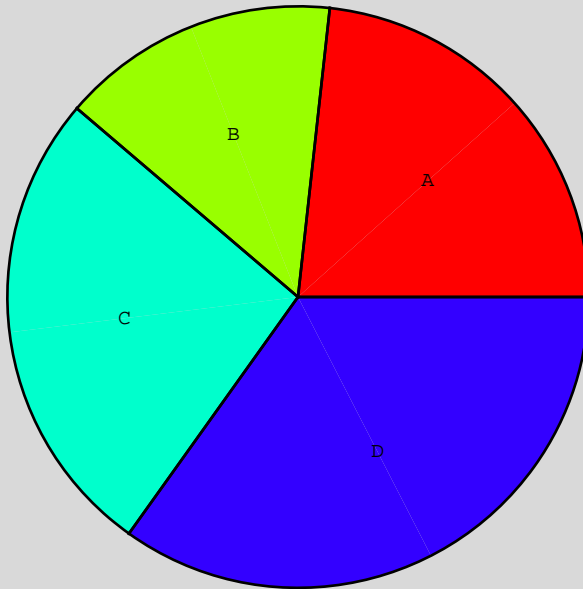


# Στατιστικά (4)

## Options[PieChart]

{PieLabels → Automatic, PieStyle → Automatic, PieLineStyle → Automatic, PieExploded → None}

PieChart[p, PieLabels → {A, B, C, D}]



- Graphics -



# Κινούμενες γραφικές παραστάσεις (animation graphics) (1)

Πρώτα θα πρέπει να καλέσουμε το πακέτο με Animation

```
<< Graphics`Animation`
```

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε την γραφική παράσταση της  $y=ax+2$  για τιμές του  $a$   $\{-1, -0.6, -0.2, 0.2, 0.6, 1\}$

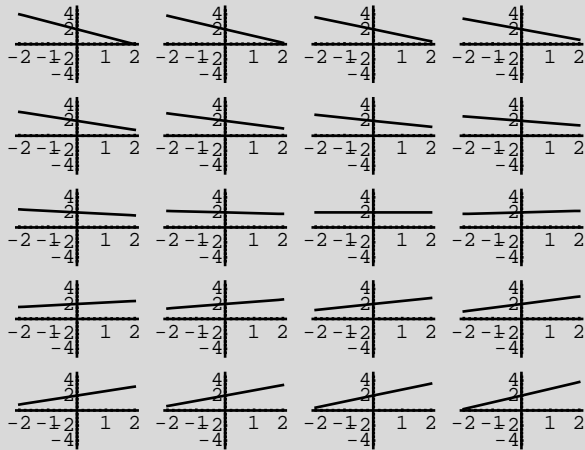
```
Animate[Plot[a * x + 2, {x, -2, 2}, PlotRange → {-5, 5}], {a, -1, 1, 0.1}]
```



# Κινούμενες γραφικές παραστάσεις (animation graphics) (2)

```
Table[Plot[a * x + 2, {x, -2, 2}, PlotRange -> {-5, 5}], {a, -1, 1, 0.1}];
```

```
Show[GraphicsArray[Partition[%, 4]]]
```



- GraphicsArray -



# Κινούμενες γραφικές παραστάσεις (animation graphics) (3)

---

**Άσκηση.** Προσπαθήστε να δείξετε την επίδραση των συντελεστών  $a, k$  στην γραφική παράσταση των συναρτήσεων

$$a) y = ax^2 + 5x + 6, b) y = x^2 + 5x + k$$

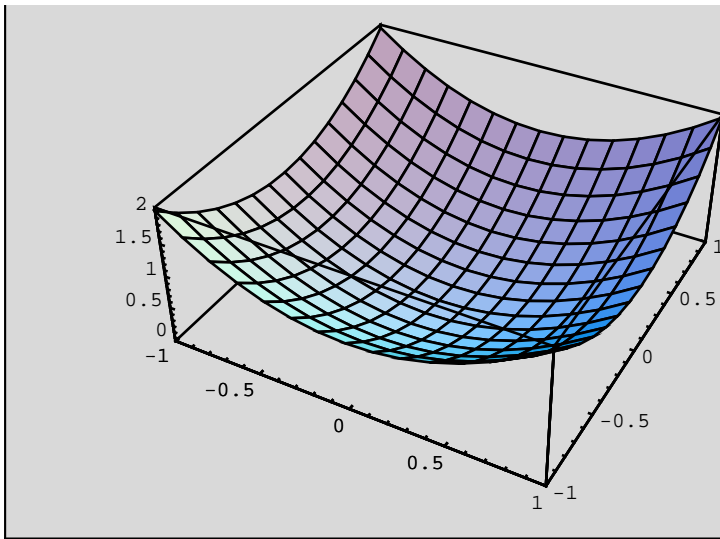


# Τρισδιάστατα γραφικά (1)

## Γραφική παράσταση συνάρτησης

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με δύο μεταβλητές γίνεται με την Plot3D

```
Plot3D[x^2 + y^2, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}]
```



- SurfaceGraphics -

**Άσκηση.** Να γίνει η γραφική παράσταση της παρακάτω συνάρτησης για  $x, y \in [-9\pi/2, 9\pi/2]$

$$y = e^{-0.2 \sqrt{x^2 + y^2}} \cos\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$

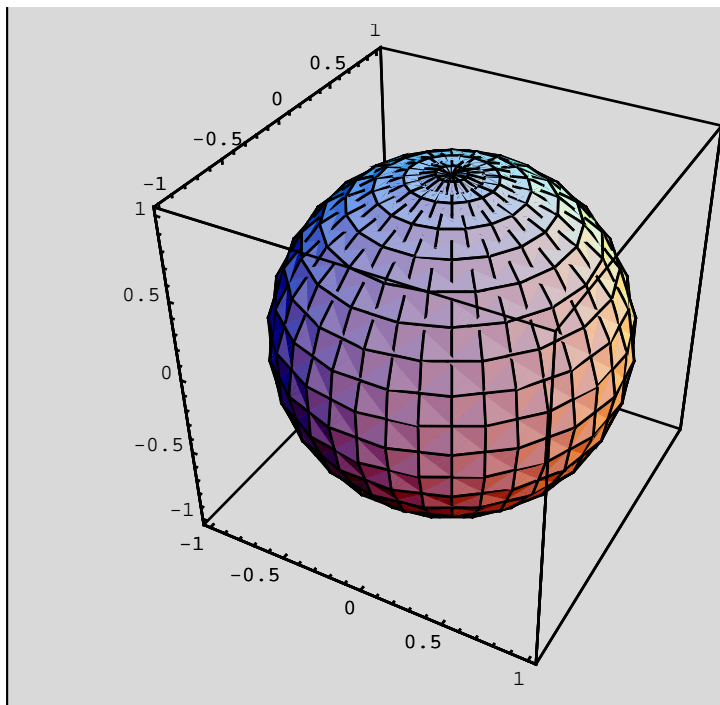


# Τρισδιάστατα γραφικά (2)

Γραφική παράσταση παραμετρικής εξίσωσης επιφάνειας

Γραφική παράσταση της παραμετρικής εξίσωσης μιας επιφάνειας με την ParametricPlot3D

```
ParametricPlot3D[{Cos[f] * Sin[t], Cos[f] * Cos[t], Sin[f]}, {t, -Pi, Pi}, {f, -Pi, Pi}]
```



- Graphics3D -



# Τρισδιάστατα γραφικά (3)

**Άσκηση.** Να γίνει η γραφική παράσταση της παραμετρικής εξίσωσης της επιφάνειας

$$x = \sin(t) * \cos(f), y = \sin(t) * \sin(f), z = \sin(f)$$

**Άσκηση.** Να δημιουργήσετε την γραφική παράσταση του μονόχωνου υπερβολοειδούς

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1$$



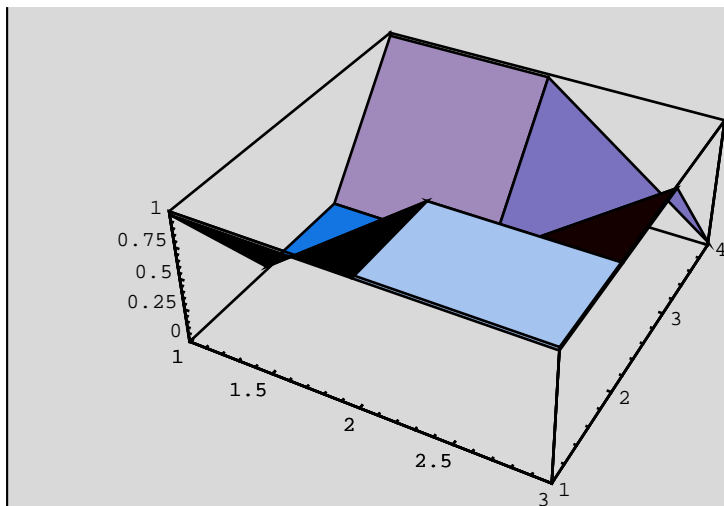


# Τρισδιάστατα γραφικά (4)

## Γραφική παράσταση σημείων

Η γραφική παράσταση τριάδων σημείων  $(x,y,z)$  μπορεί να γίνει με την `ListPlot3D`.

```
ListPlot3D[{{1, 1, 1}, {0, 1, 1}, {0, 0, 1}, {1, 1, 0}}]
```



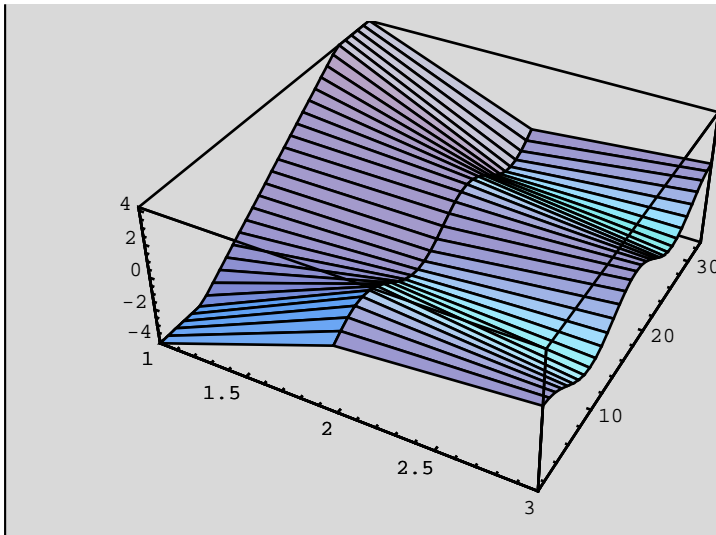
- SurfaceGraphics -



# Τρισδιάστατα γραφικά (5)

```
Table[{Theta, Sin[Theta], Cos[Theta]}, {Theta, -2 * Pi, 2 * Pi, Pi / 8}];
```

```
ListPlot3D[%]
```



- SurfaceGraphics -



# Σημείωμα Αναφοράς

---

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Νικόλαος Καραμπετάκης.  
«Συμβολικές Γλώσσες Προγραμματισμού. Ενότητα 5: Γραφικές παραστάσεις». Έκδοση:  
1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS430/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

---

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

# Διατήρηση Σημειωμάτων

---

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.





# Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου  
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2014-2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ