



Υπόγεια Υδραυλική και Υδρολογία

Ενότητα 2: ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ DARCY

Καθηγητής Κωνσταντίνος Λ. Κατσιφαράκης
Αναπληρωτής Καθηγητής Νικόλαος Θεοδοσίου

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΑΠΘ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ DARCY



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

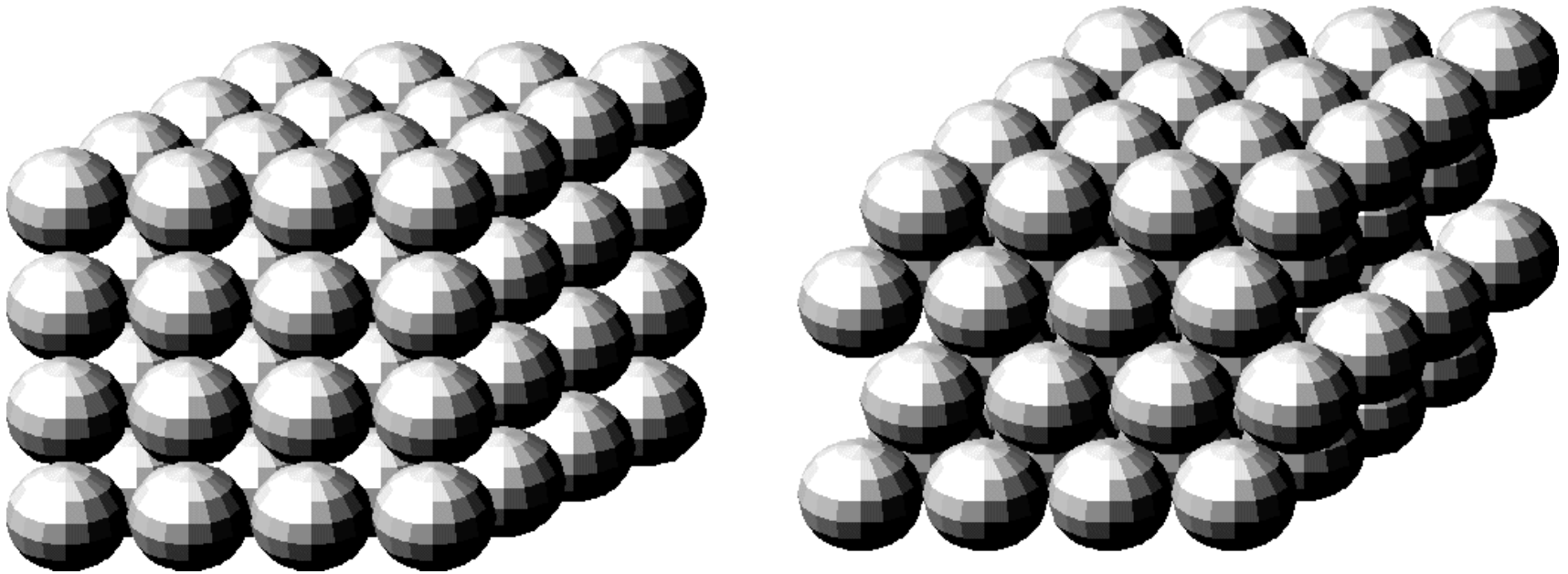
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ(1/4)

- Εξισώσεις κίνησης και συνεχείας
- Αδυναμία επίλυσης των γενικών εξισώσεων των ρευστών, δηλαδή των εξισώσεων Navier - Stokes στο πολύπλοκο πεδίο των υπόγειων ροών
- Προσομοίωση του πραγματικού πεδίου με συμβατικές μορφές



ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ(2/4)

- Συμβατικές μορφές - συνάθροιση σφαιρών



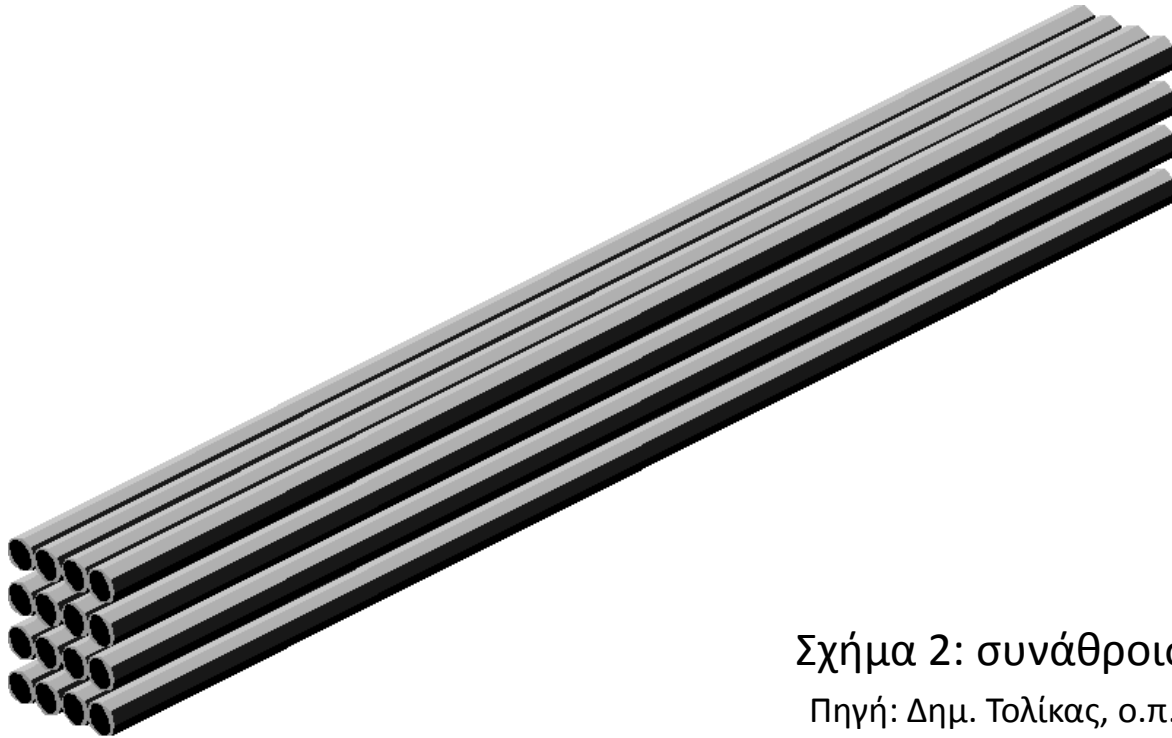
Σχήμα 1: συνάθροιση σφαιρών.

Πηγή: Δημ. Τολίκας, Υπόγεια Υδραυλική, εκδ. Παρατηρητής 1997, σελ. 10.



ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ(3/4)

- Συμβατικές μορφές - συνάθροιση σωλήνων



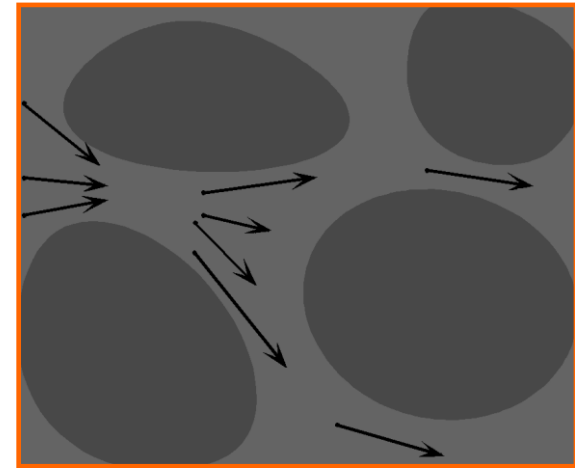
Σχήμα 2: συνάθροιση σωλήνων.

Πηγή: Δημ. Τολίκας, ο.π., 1997, σελ. 11.



ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ(4/4)

- Σχετική αξία συμβατικών μορφών
- Αδυνατούν να προσομοιώσουν την εικόνα των σημειακών μεγεθών
- Μακροσκοπική θεώρηση του φαινομένου



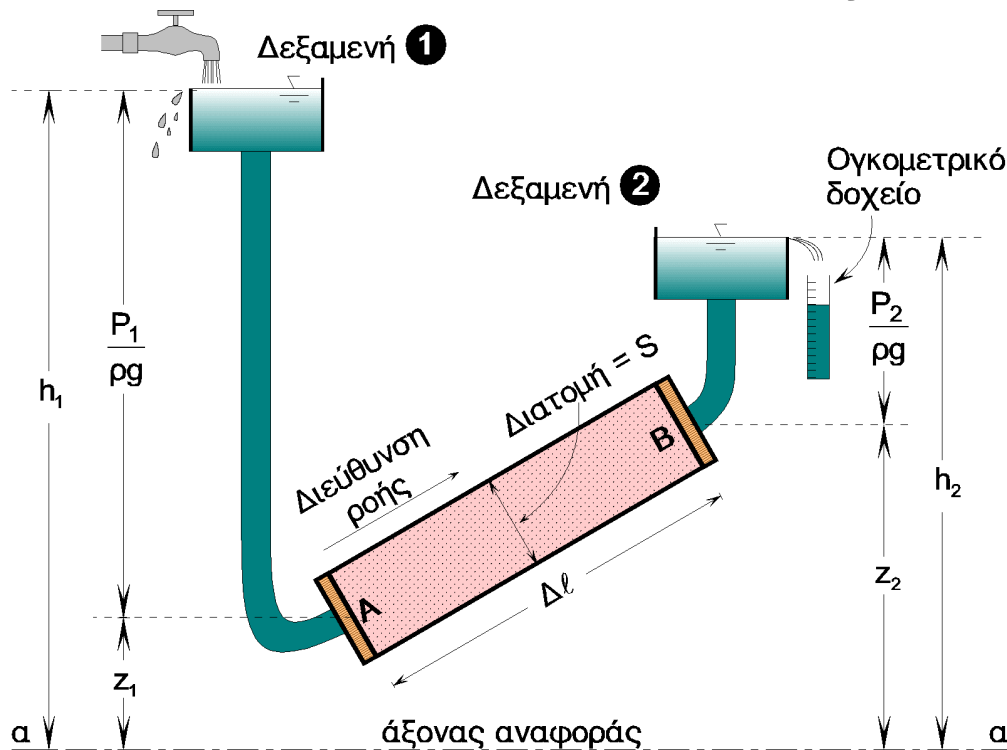
Σχήμα 3: Ακανόνιστη διανομή σημειακών ταχυτήτων στη μικροκλίμακα του πόρου.

Πηγή: Δημ. Τολίκας, Υπόγεια Υδραυλική, εκδ. Παρατηρητής 1997, σελ. 11.



ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ DARCY (1/4)

Το πείραμα του Darcy



$$Q = KS \frac{h_1 - h_2}{\Delta l}$$

Σχήμα 4: Πειραματική διάταξη.

Πηγή: Δημ. Τολίκας, ο.π., σελ. 13.



ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ DARCY (2/4)

• Υδραυλικό φορτίο: h

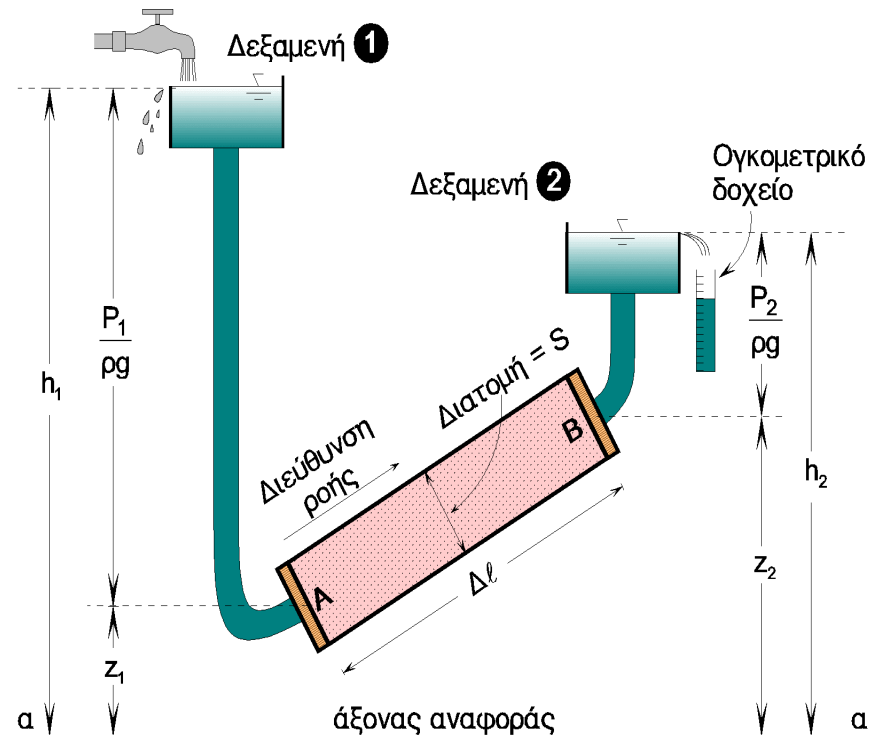
↻ Εισόδου: $h_1 = \frac{P_1}{\rho g} + z_1$

↻ Εξόδου: $h_2 = \frac{P_2}{\rho g} + z_2$

↻ Γενική θεώρηση $h = \frac{P}{\rho g} + z$

↻ Η έννοια του υδραυλικού φορτίου

$$Q = KS \frac{h_1 - h_2}{\Delta l}$$



Σχήμα 5: Πειραματική διάταξη.

Πηγή: Δημ. Τολίκας 1997, ο.π., σελ. 13.



NΟΜΟΣ ΤΟΥ DARCΥ (3/4)

- **Συντελεστής σχετικής διαπερατότητας: K**

↯ Διαστάσεις ταχύτητας

↯ Ανάλυση του συντελεστή σχετικής διαπερατότητας συναρτήσει του συντελεστή γεωμετρικής διαπερατότητας

$$K = g \frac{k}{\nu}$$

↯ Μονοφασικές - διφασικές ροές

$$Q = KS \frac{h_1 - h_2}{\Delta l}$$



ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ DARCY (4/4)

Ενδεικτικές τιμές του συντελεστή σχετικής διαπερατότητας για κίνηση νερού

Έδαφος	K (m/sec)
Άργιλος	$< 10^{-9}$
Αμμώδης άργιλος	$10^{-9} - 10^{-8}$
Ανθρακούχος άργιλος	$10^{-9} - 10^{-7}$
Ιλύς	$10^{-8} - 10^{-7}$
Εξαιρετικά λεπτόκοκκη άμμος	$10^{-6} - 10^{-5}$
Λεπτόκοκκη άμμος	$10^{-5} - 10^{-4}$
Χοντρόκοκκη άμμος	$10^{-4} - 10^{-3}$
Άμμος με χαλίκι	$10^{-3} - 10^{-2}$
Λεπτόκοκκα χαλίκια	$> 10^{-2}$

Πίνακας 1: Ενδεικτικές τιμές K

Πηγή: Δημ. Τολίκας, Υπόγεια Υδραυλική, εκδ. Παρατηρητής 1997, σελ. 17.



ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ DARCY (1/4)

• Ταχύτητα διήθησης

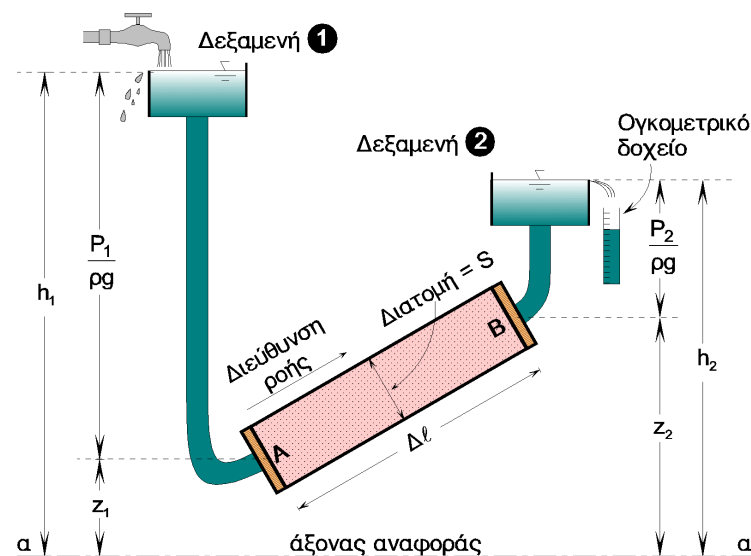
☞ Στο νόμο του Darcy ο λόγος Q/S παριστάνει μια υποθετική ταχύτητα που ονομάζεται ταχύτητα διήθησης

$$Q = K S \frac{u_\ell}{\Delta \ell} \frac{h_1 - h_2}{\Delta \ell}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

$$u_\ell = \frac{Q}{S} = -K \frac{\Delta h}{\Delta \ell}$$

$$u_\ell = -K \frac{dh}{d\ell}$$



Σχήμα 6: Πειραματική διάταξη.

Πηγή: Δημ. Τολίκας, Υπόγεια Υδραυλική, εκδ. Παρατηρητής 1997, σελ. 13.



ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ DARCY (2/4)

- Συνιστώσες της ταχύτητας διήθησης σε τριδιάστατο πεδίο ροής

$$u = -K \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$v = -K \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$w = -K \frac{\partial h}{\partial z}$$

- Διανυσματική μορφή του νόμου του Darcy

$$\bar{v} = -K \text{grad}h$$



ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ DARCY (3/4)

- Η έννοια της συνάρτησης δυναμικού

$$\bar{v} = -K \text{grad} h, \quad \Phi = -Kh, \quad \bar{v} = \text{grad} \Phi$$

- ❧ Το διανυσματικό πεδίο της ταχύτητας διήθησης είναι δυναμικό πεδίο με συνάρτηση δυναμικού $\Phi = -Kh$
- ❧ Η ταχύτητα διήθησης είναι πάντα κάθετη στις ισοδυναμικές γραμμές (για K σταθερό)



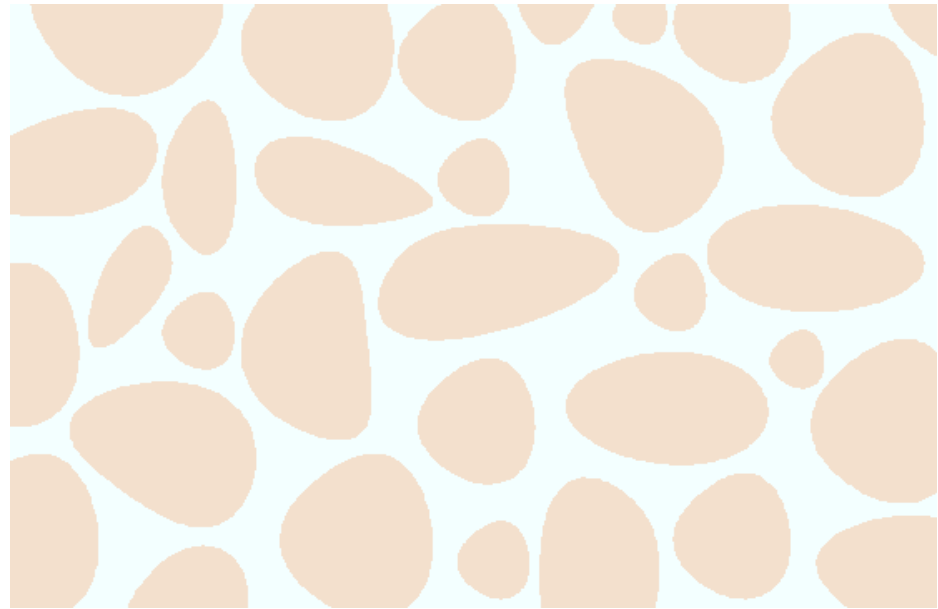
ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ DARCY (4/4)

- Συμβατική θεώρηση της πραγματικής ταχύτητας

☞ Η μακροσκοπική μέση τιμή των πραγματικών σημειακών ταχυτήτων

είναι:

$$\bar{v}_\alpha = \frac{\bar{v}}{n}$$



Σχήμα 7: Πορώδες.



ΠΕΔΙΟ ΙΣΧΥΟΣ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ DARCY

- Αριθμός Reynolds στις ροές δια πορώδους μέσου

$$Re = \frac{|\bar{v}|d_{10}}{\nu}$$

όπου, d_{10} = χαρακτηριστική διάμετρος κόκκων (10%>, 90%<)

- Πεδίο ισχύος του νόμου του Darcy:

$$Re < 1 \quad (Re < 10)$$



ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΙΣ ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΙΝΗΣΕΩΣ

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + f_x$$

$$f_x = -\frac{gu}{K}$$

$$u_x = \frac{u}{n}$$

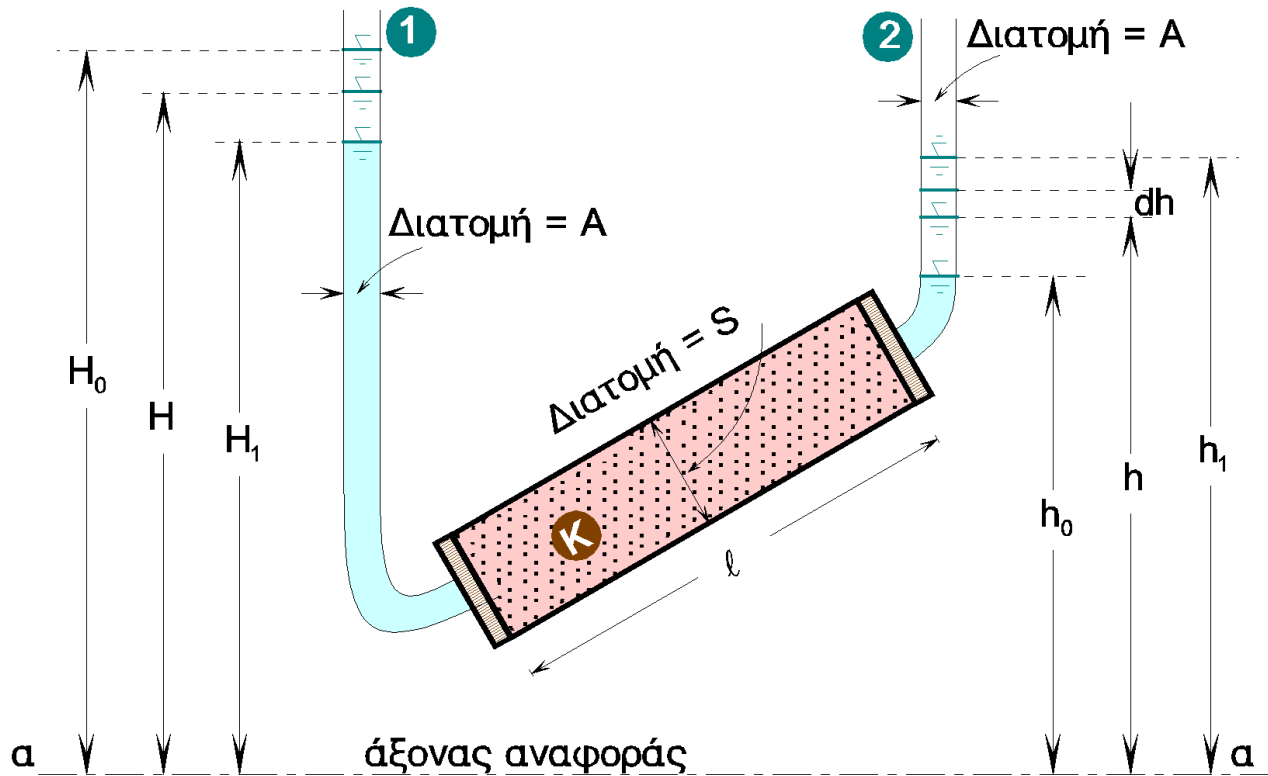
$$h = \frac{p}{\rho g} + z$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{gu}{K}$$

$$u = -K \frac{\partial h}{\partial x}$$



ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΜΕΤΡΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ (1/4)



Σχήμα 8: Διαπερατόμετρο με μεταβλητές στάθμες νερού στον ανάντη και στον κατόντη σωλήνα.

Πηγή: Δημ. Τολίκας, ο.π., σελ. 25.



ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΜΕΤΡΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ (2/4)

- Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ \bowtie Στάθμες στους σωλήνες: H_0 και h_0

- Θα υπολογιστεί ο χρόνος t_1 ώστε \bowtie Στάθμη: H_1

- Τη χρονική στιγμή $t < t_1$
 $h_0 < h < h_1$ και $H_1 < H < H_0$
 $H = H_0 - (h - h_0)$

- Η παροχή που περνά από το πορώδες υλικό είναι:

$$Q = KS \frac{H - h}{\ell}$$

- Ο απειροστός όγκος νερού που περνάει σε χρόνο dt είναι:

$$dV = KS \frac{H - h}{\ell} dt$$

- Αύξηση στάθμης νερού: $dh = \frac{dV}{A}$

$$A dh = KS \frac{H - h}{\ell} dt \longrightarrow \frac{KS}{\ell A} dt = \frac{dh}{H_0 + h_0 - 2h}$$



ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΜΕΤΡΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ (3/4)

$$\frac{KS}{\ell A} dt = \frac{dh}{H_0 + h_0 - 2h} \longrightarrow \text{Ολοκλήρωση: } \frac{KS}{\ell A} \int_0^{t_1} dt = -\frac{1}{2} \int_{h_0}^{h_1} \frac{d(H_0 + h_0 - 2h)}{H_0 + h_0 - 2h}$$

$$\frac{KS}{\ell A} t_1 = -\frac{1}{2} \ln \frac{H_0 + h_0 - 2h_1}{H_0 - h_0}$$

$$t_1 = \frac{\ell A}{2KS} \ln \frac{H_0 - h_0}{H_0 + h_0 - 2h_1}$$

- Ο χρόνος που χρειάζεται για την εξίσωση των σταθμών στους δύο σωλήνες είναι θεωρητικά άπειρος.

$$h_1 = H_1 = \frac{H_0 + h_0}{2} \longrightarrow t_1 \longrightarrow \infty$$



ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΜΕΤΡΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ (4/4)

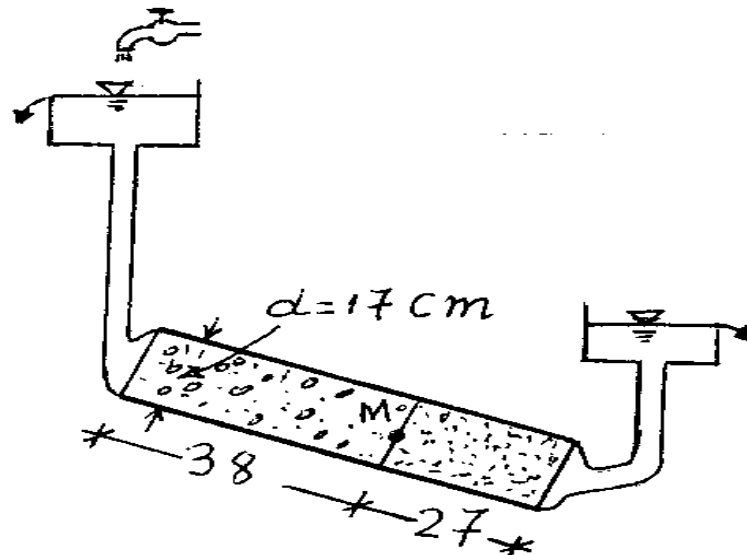
- Η συσκευή έχει πρακτική σημασία. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως διαπερατόμετρο.

$$K = \frac{\ell A}{2t_1 S} \ln \frac{H_0 - h_0}{H_0 + h_0 - 2h_1}$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ (1/6)

Στο διαπερατόμετρο του σχήματος υπάρχουν δύο εδαφικά δείγματα. Αν η στάθμη του νερού στην ανάντη δεξαμενή χαμηλώσει κατά 33 cm, τότε το υδραυλικό φορτίο στη θέση M μειώνεται κατά 27 cm και η παροχή κατά $0.5 \text{ cm}^3/\text{sec}$. Να υπολογίσετε τους συντελεστές σχετικής διαπερατότητας των εδαφικών δειγμάτων.

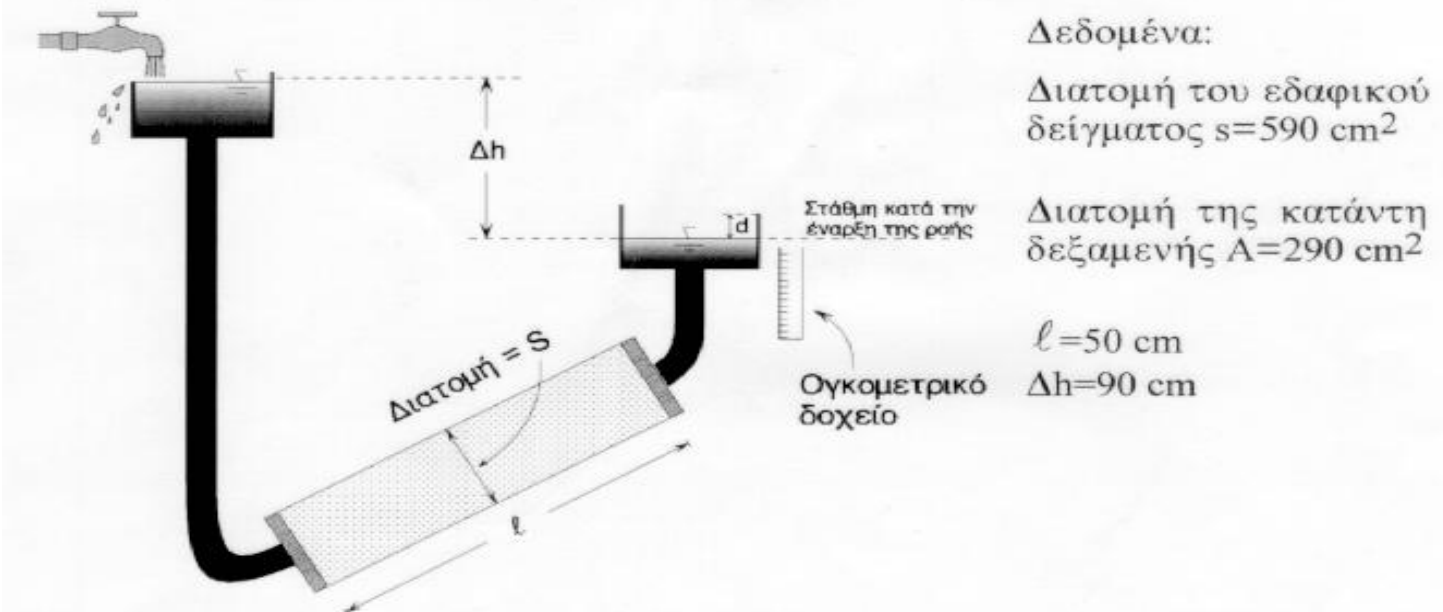


Σχήμα 9: Διαπερατόμετρο.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ (2/6)

Στο διαπερατόμετρο του σχήματος η έναρξη της ροής γίνεται όταν η στάθμη του νερού στην κατάντη δεξαμενή βρίσκεται σε απόσταση $d=7\text{ cm}$ κάτω απ' τον εκχειλιστή της δεξαμενής. Να υπολογίσετε το συντελεστή σχετικής διαπερατότητας του εδαφικού δείγματος αν σε χρονικό διάστημα $t=40\text{ min}$ συγκεντρώνονται 200 cm^3 νερού στο ογκομετρικό δοχείο.

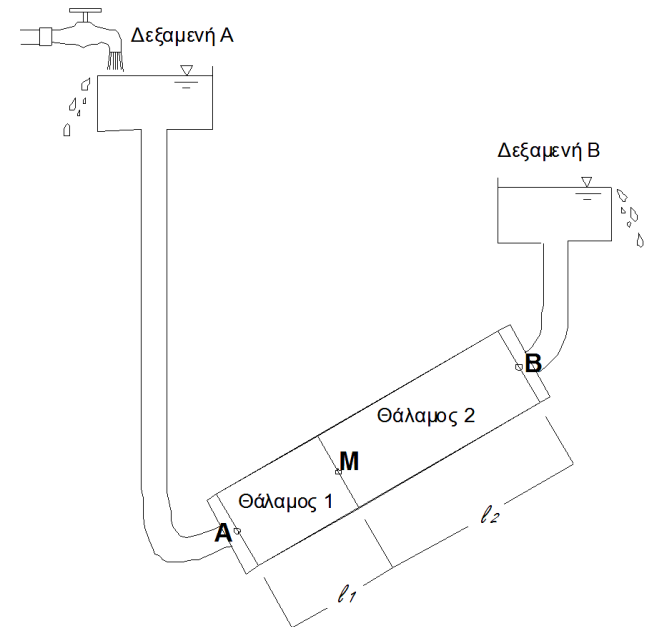


Σχήμα 10: Διαπερατόμετρο.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ (3/6)

Για τον υπολογισμό των συντελεστών σχετικής διαπερατότητας δύο εδαφικών δειγμάτων εκτελούνται δύο πειράματα χρησιμοποιώντας το διαπερατόμετρο του σχήματος. Κατά την πρώτη εφαρμογή το εδαφικό υλικό 1 τοποθετείται στον θάλαμο 1 και το εδαφικό υλικό 2 στον θάλαμο 2 ενώ κατά την δεύτερη εφαρμογή το εδαφικό υλικό 1 τοποθετείται στον θάλαμο 2 και το εδαφικό υλικό 2 στον θάλαμο 1. Κατά την εκτέλεση του δεύτερου πειράματος παρατηρείται αύξηση της διερχόμενης παροχής κατά 20%.

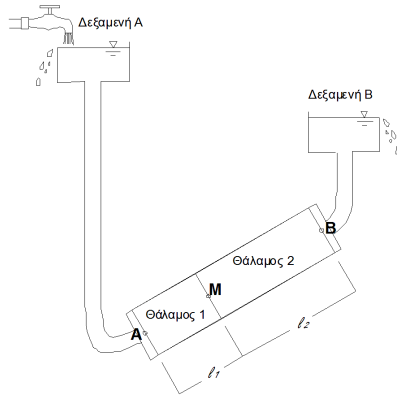


Σχήμα 11: Διαπερατόμετρο.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ (4/6)

Εάν οι τιμές του υδραυλικού φορτίου στις θέσεις A και B είναι $h_A = 50$ cm και $h_B = 10$ cm αντίστοιχα, ζητείται να υπολογιστούν οι τιμές του υδραυλικού φορτίου στο σημείο M κατά την φάση λειτουργίας και των δύο πειραμάτων. Εκτιμάται ότι η τιμή του συντελεστή διαπερατότητας του δεύτερου εδαφικού υλικού ισούται με το μισό της αντίστοιχης τιμής του πρώτου εδαφικού υλικού.



$$Q_1 = S K_1 \frac{h_A - h'_M}{l_1} = S K_2 \frac{h'_M - h_B}{l_2}$$

$$Q_2 = S K_2 \frac{h_A - h''_M}{l_1} = S K_1 \frac{h''_M - h_B}{l_2}$$

$$Q_1 = \alpha Q_2$$

$$K_1 = \beta K_2$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ (5/6)

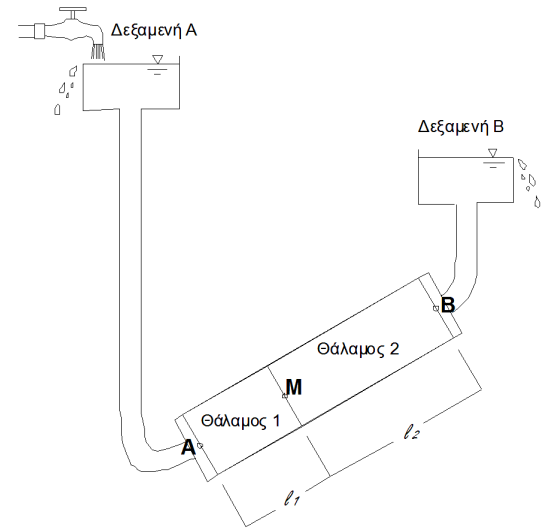
$$S K_1 \frac{h_A - h'_M}{l_1} = \alpha S K_2 \frac{h_A - h''_M}{l_1}$$

$$S K_1 \frac{h_A - h'_M}{l_1} = \frac{\alpha}{\beta} S K_1 \frac{h_A - h''_M}{l_1}$$

$$h_A - h'_M = \frac{\alpha}{\beta} (h_A - h''_M)$$

$$\left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) h_A - h'_M + \frac{\alpha}{\beta} h''_M = 0$$

$$h'_M = \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) h_A + \frac{\alpha}{\beta} h''_M$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ (6/6)

$$S K_2 \frac{h'_M - h_B}{l_1} = \alpha S K_1 \frac{h''_M - h_B}{l_1}$$

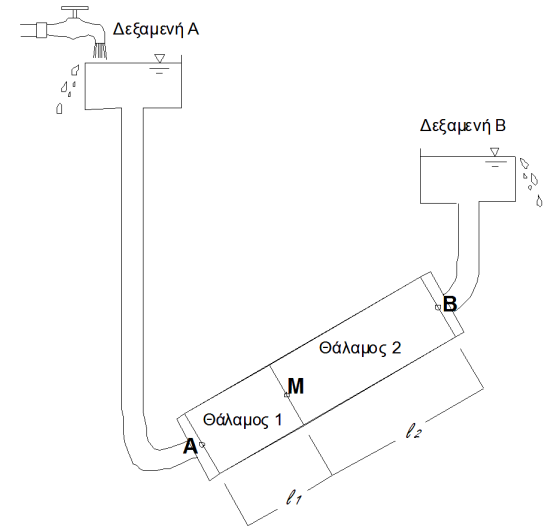
$$S K_2 \frac{h'_M - h_B}{l_1} = \alpha \beta S K_2 \frac{h''_M - h_B}{l_1}$$

$$h'_M - h_B = \alpha \beta (h''_M - h_B)$$

$$(\alpha \beta - 1)h_B + h'_M - \alpha \beta h''_M = 0$$

$$(\alpha \beta - 1)h_B + \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)h_A + \frac{\alpha}{\beta} h''_M - \alpha \beta h''_M = 0$$

$$h''_M = \frac{(\alpha \beta - 1)h_B + \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)h_A}{\alpha \beta - \frac{\alpha}{\beta}}$$



$\alpha =$	1.20
$\beta =$	0.50
$h_A =$	50 cm
$h_B =$	10 cm
$h''_M =$	41.11 cm
$h'_M =$	28.67 cm



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Δημήτριος Τολίκας, Κωνσταντίνος Κατσιφαράκης, Νικόλαος Θεοδοσίου. «Υπόγεια Υδραυλική. Ενότητα 2. Νόμος του Darcy». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://opencourses.auth.gr/courses/OCRS466/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

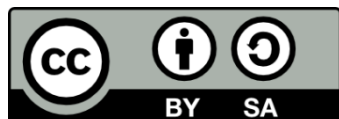
[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Ιωάννης Αυγολούπης
Θεσσαλονίκη, <Εαρινό Εξάμηνο 2012-2013>



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

