



ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

Εφαρμογές μαθηματικού προγραμματισμού
στη διαχείριση των υδατικών πόρων

Νικόλαος Θεοδοσίου- Αν. καθηγήτης
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Α.Π.Θ



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

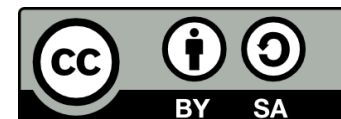


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

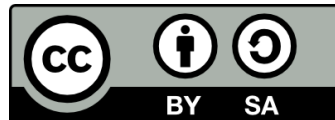


ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Εφαρμογές μαθηματικού προγραμματισμού στη διαχείριση των υδατικών πόρων

- Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης – διαμόρφωση προβλημάτων, δυνατότητες και περιορισμοί
- Γραμμικοποίηση μη γραμμικών προβλημάτων – πίνακας μοναδιαίας απόκρισης
- Απλές εφαρμογές μη γραμμικού προγραμματισμού – δυναμικός προγραμματισμός
- Σύγχρονες μεταευρετικές - στοχαστικές μέθοδοι – γενετικοί αλγόριθμοι, αναζήτηση μουσικής αρμονίας
- Σύνθετες εφαρμογές – συνδυαστικές αναλύσεις γραμμικού και μη γραμμικού προγραμματισμού

Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Δυνατότητες και περιορισμοί

Τα μαθηματικά μοντέλα προσομοίωσης της λειτουργίας υδατικών πόρων είναι απολύτως απαραίτητα εργαλεία για τη διαχείριση τους, αφού μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση των αποτελεσμάτων από την εφαρμογή διαφόρων διαχειριστικών σεναρίων.

Το μειονέκτημα στη χρήση μοντέλων προσομοίωσης για την αξιολόγηση διαχειριστικών σεναρίων, είναι το γεγονός ότι οι καλύτερες εναλλακτικές λύσεις προκύπτουν από μια διαδικασία επανάληψης - διόρθωσης.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Δυνατότητες και περιορισμοί

Η διαδικασία αυτή δεν μπορεί να εγγυηθεί τη μη ύπαρξη καλύτερων εναλλακτικών λύσεων. Η περιοχή εφαρμογής των μοντέλων προσομοίωσης περιορίζεται στην κατανόηση της λειτουργίας του υδατικού συστήματος και στην πρόβλεψη της απόκρισης του, και όχι στον προσδιορισμό των βέλτιστων διαχειριστικών σεναρίων λειτουργίας του.

Για τη διερεύνηση δυνατών εναλλακτικών διαχειριστικών προγραμμάτων, απαιτείται η ανάπτυξη **μαθηματικών μοντέλων διαχείρισης** τα οποία συνδυάζουν μοντέλα προσομοίωσης με μεθόδους βελτιστοποίησης και επιχειρησιακής έρευνας.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Δυνατότητες και περιορισμοί

Η ανάπτυξη και εφαρμογή των μοντέλων διαχείρισης απαιτεί την ικανοποιητική προσέγγιση μιας σειράς απαραίτητων σταδίων μελέτης. Τα στάδια αυτά είναι :

- Ανάλυση και περιγραφή του προβλήματος
- Ανάπτυξη και εφαρμογή του μαθηματικού μοντέλου προσομοίωσης
- Διαμόρφωση του προβλήματος διαχείρισης
- Σύνδεση των μοντέλων προσομοίωσης και βελτιστοποίησης



ΣΤΟΧΟΙ ΚΑΙ ΔΡΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

Στόχοι Διαχείρισης

- Προμήθεια νερού επαρκούς ποσότητας και κατάλληλης ποιότητας για την ικανοποίηση αναγκών
- Προστασία υδατικών πόρων από τη ρύπανση
- Διατήρηση των οικοσυστημάτων και του φυσικού περιβάλλοντος
- Προστασία από ακαία φαινόμενα (πλημμύρες – ξηρασίες)
- Μεγιστοποίηση της αποδοτικότητας των υδαικών πόρων
- Μέριμνα για τη διατήρηση των αναγκαίων αποθεμάτων στο μέλλον και αποφυγή μη αναστρέψιμων επεμβάσεων
- Διατήρηση υψηλού επιπέδου αξιοπιστίας (περιορισμός της αβεβαιότητας)

Επίπεδα δράσεων διαχείρισης

- Θεσμικό
- Τεχνολογικό
- Οικονομικό
- Κοινωνικό
- περιβαλλοντικό



Χρήσεις νερού

Καταναλωτικές

Χρησιμοποιούν συγκεκριμένη ποσότητα νερού, που ένα μόνο μέρος της επιστρέφει άμεσα ή έμμεσα στο σύστημα, με διαφοροποιημένη την ποιοτική του κατάσταση

- Άρδευση
- Ύδρευση
- Κτηνοτροφία
- Βιομηχανία
- Ψύξη (βιομηχανικών συγκροτημάτων, ΑΗΣ)

Μη καταναλωτικές

Χρησιμοποιούν το νερό χωρίς να μεταβάλλονται (ουσιωδώς) τα ποσοτικά και ποιοτικά χαρακτηριστικά του και χωρίς να απομακρύνεται από το φυσικό σύστημα

- Παραγωγή Υ/Η/ ενέργειας
- Περιβαλλοντική διατήρηση
- Αναψυχή
- Ναυσιπλοΐα
- Ιχθυοκαλλιέργεια



Συνιστώσες υδροσυστήματος

- Εδαφική έκταση (λεκάνες απορροής).
- Υδάτινα σώματα (ποτάμια, λίμνες, υδροφορείς).
- Οικοσυστήματα και προστατευόμενες περιοχές.
- Έργα σύλληψης και αποθήκευσης επιφανειακών υδατικών πόρων (φρλαγματ, δεξαμενές, διατάξεις εκτροπής).
- Έργα άντλησης υπόγειων υδατικών πόρων (γεωτρήσεις, πηγάδια).



Συνιστώσες υδροσυστήματος

- Έργα μεταφοράς νερού (υδραγωγεία ανοικτά, υπό πίεση, σίφωνες, κατασκευές ελέγχου ροής).
- Έργα προστασίας από πλημμύρες, διάβρωση, πρόσχωση.
- Μονάδες ενεργειακής μετατροπής (υδροστρόβιλοι, αντλίες, αντιστρόβιλοι).
- Έργα βελτίωσης της ποιότητας του νερού (μονάδες αφαλάτωσης, διυλιστήρια νερού, εγκαταστάσεις επεξεργασίας λυμάτων).
- Περιοχές ή μεμονωμένες θέσεις ζήτησης νερού (χρήσεις καταναλωτικές και μη).



Επιστημονικές και τεχνολογικές περιοχές σχετικές με τη διαχείριση υδατικών πόρων

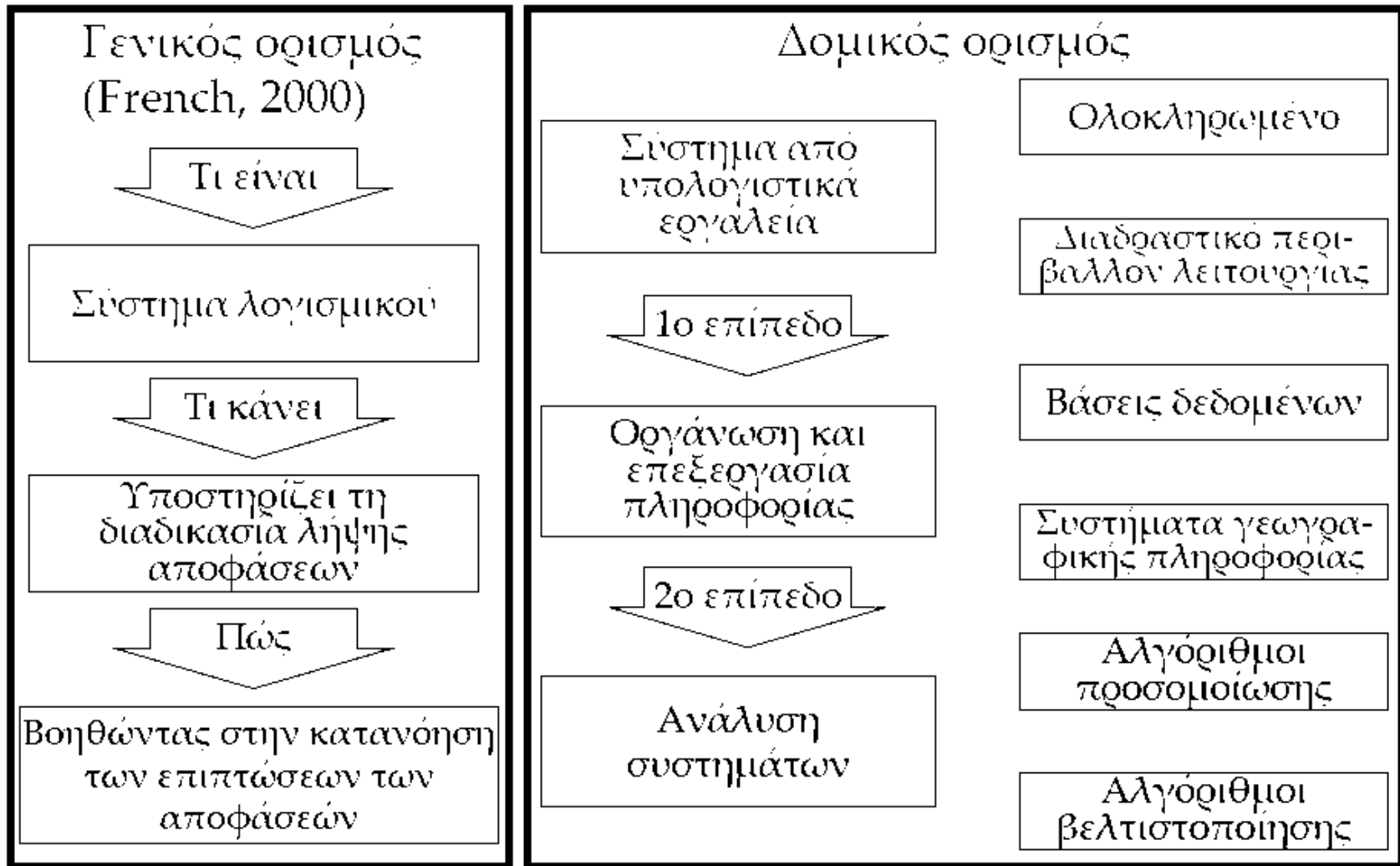
- Υδρολογία
- Υδραυλική
- Γεωλογία
- Υδρογεωλογία
- Εδαφολογία
- Μετεωρολογία
- Περιβαλλοντική τεχνολογία
- Ενεργειακή τεχνολογία
- Αγροτική τεχνολογία
- Δασοτεχνολογία Οικολογία

- Κοινωνιολογία
- Πολιτική επιστήμη
- Οικονομική
- Νομική
- Επιστήμη διεθνών σχέσεων

- Θεωρία πιθανοτήτων, στατιστική, θεωρία στοχαστικών ανεξίτηλων
- Επιχειρησιακή έρευνα, Ανάλυση συστημάτων
- Θεωρία ελέγχου
- Πληροφορική



Τί είναι Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων (ΣΥΑ – Decision support system –DSS)



Τυπικές εφαρμογές ΣΥΑ στους υδατικούς πόρους

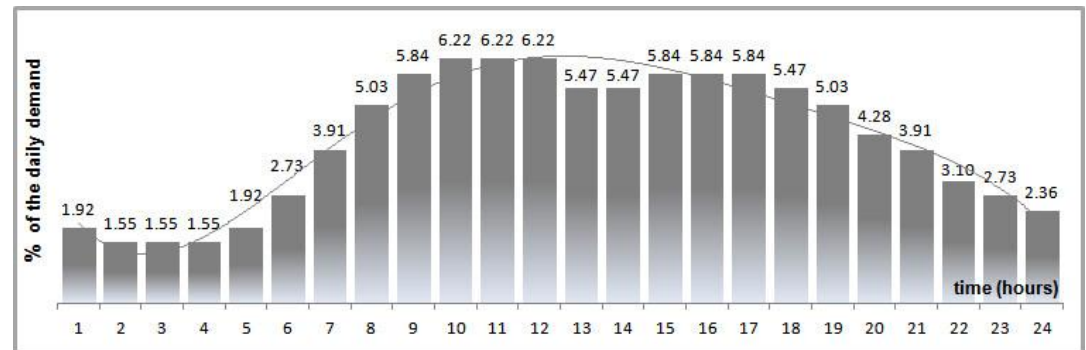
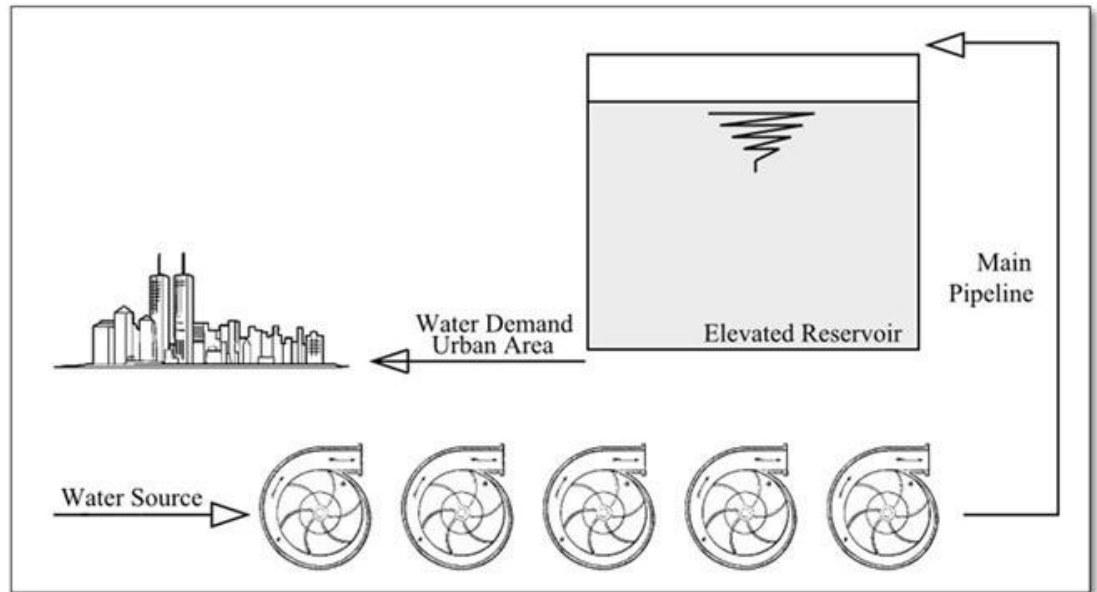
- Διαχείριση λιμνών και ταμιευτήρων (για την ξυπηρέτηση στόχων υροδότητησης, παραγωγής ενέργειας, ελέγχου ρύπανσης)
- Έλεγχος πλημμυρών και διαχείριση πλημμυρικού κινδύνου (σε λεκάνες ποταμών λλά και αστικές λεκάνες)
- Διαχείριση υδροφορέων και συνδυασμένη χρήση επιφανειακών και υπογείων νερών
- Διαχείριση συστημάτων διανομής νερού
- Έλεγο ρύπανσης σε λεκάνες απορροής και Δέλτα ποταμών
- Διαχείριση μη σημειακών πηγών ρύπανσης σε γεωργικές περιοχές

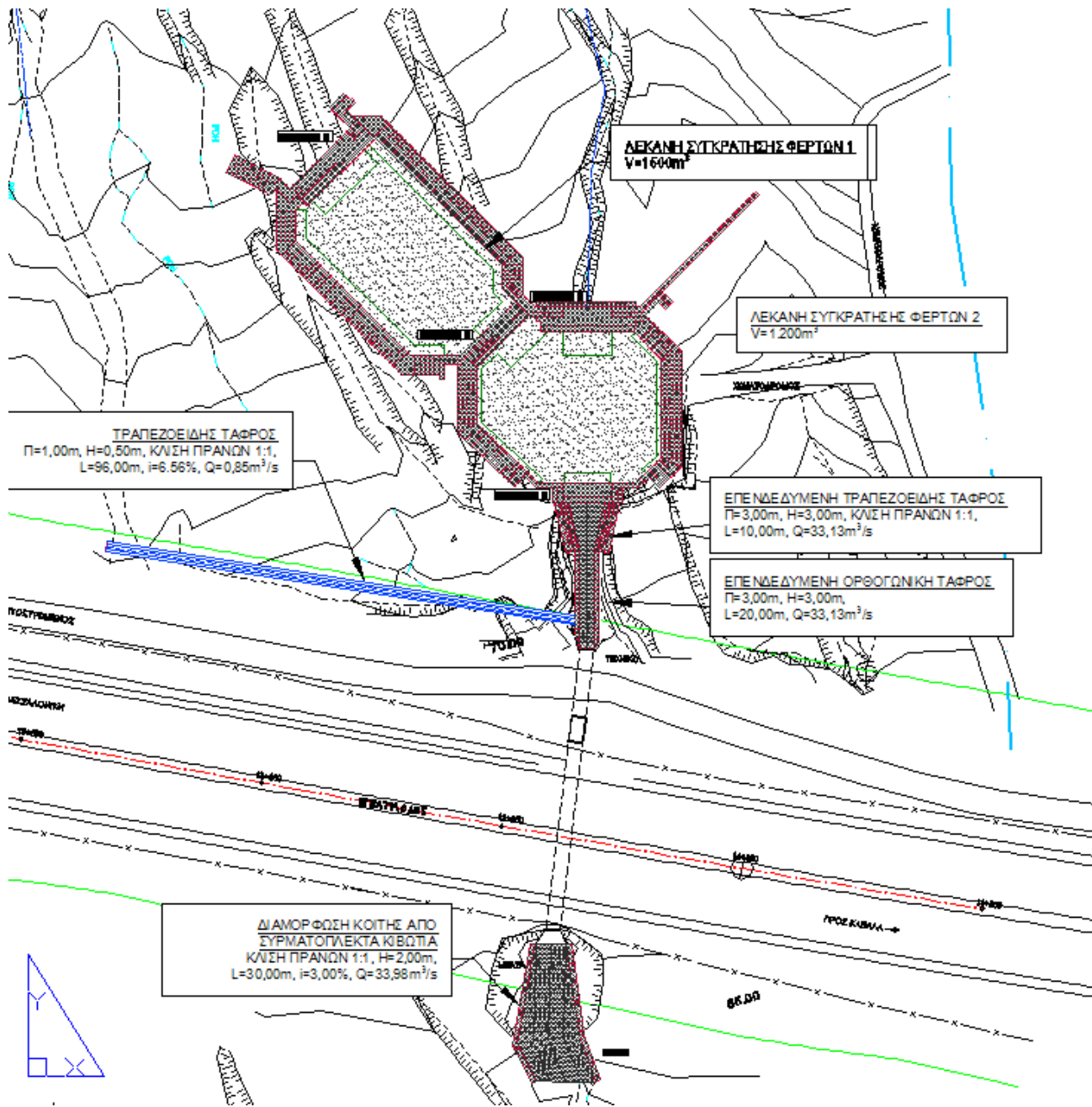


Βέλτιστος σχεδιασμός και λειτουργία συστήματος γεωτρήσεων

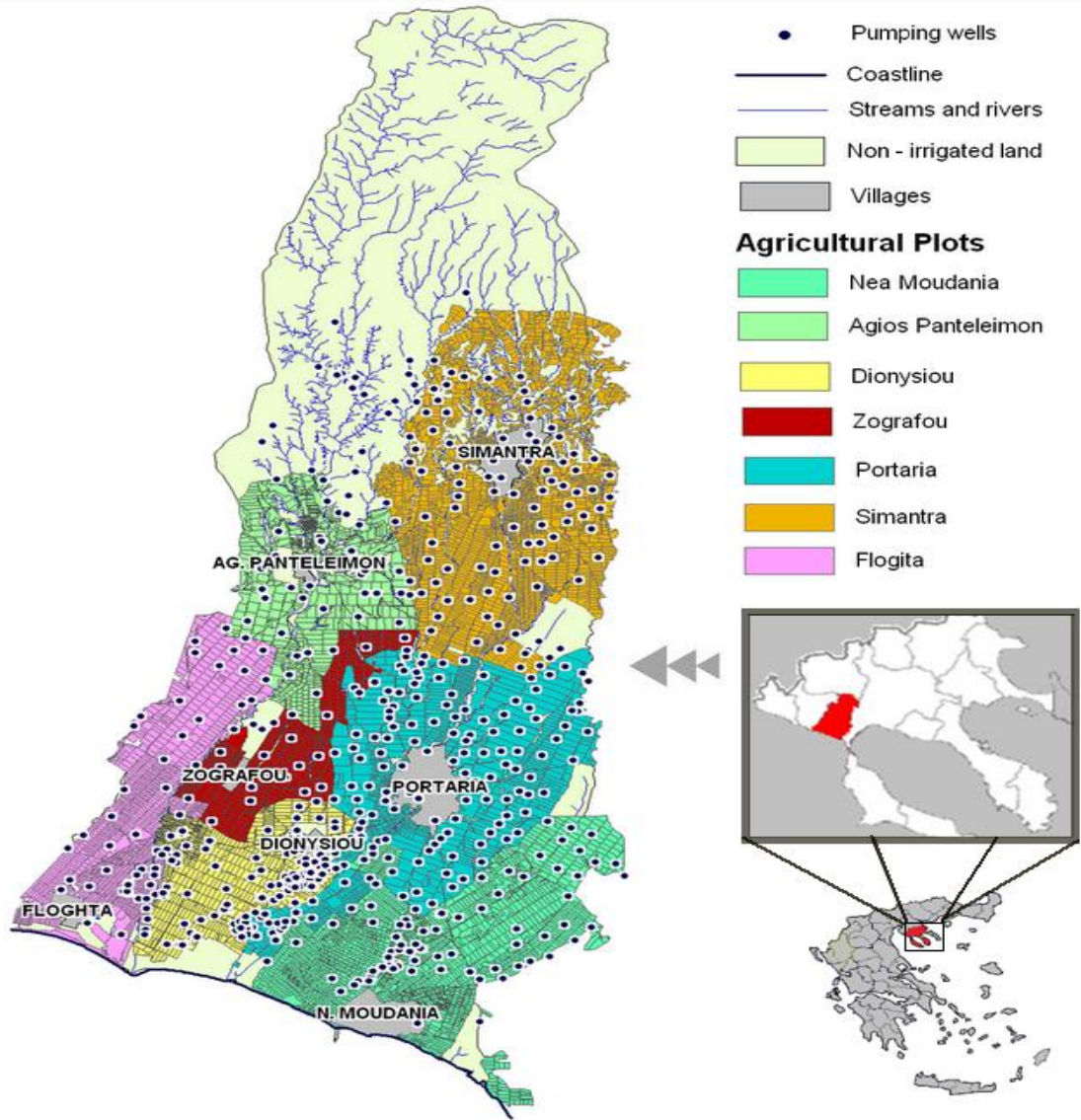


- Διαχείριση λειτουργίας συστήματος:
 - αντλιών τροφοδοσίας
 - δεξαμενής αποθήκευσης νερού
 - υδροδότησης οικισμού





Βέλτιστος σχεδιασμός
αντιπλημμυρικών έργων



Ολοκληρωμένη διαχείριση
υδατικών πόρων σε επίπεδο
λεκάνης απορροής

Η σημασία της πρόβλεψης στη διαχείριση υδατικών συστημάτων

Η σημασία της πρόβλεψης στη διαχείριση υδατικών συστημάτων

- Θα έχουμε νερό την επόμενη χρονιά ;
- Αν φτιάξουμε έναν ταμιευτήρα με άλφα διαστάσεις, πόσο νερό θα μας δίνει κάθε χρόνο;
- Ποιές πρέπει να είναι οι διαστάσεις ενός ταμιευτήρα για να μπορεί να δίνει βήτα ποσότητα νερού κάθε χρόνο ;
- Αν σήμερα εφαρμόσουμε μια γάμα πολιτική απολήψεων από έναν ταμιευτήρα, ποιές θα είναι οι επιπτώσεις σε πέντε χρόνια;

Στη διαχείριση υδατικών πόρων οι χρονικοί ορίζοντες μελέτης είναι πολυετείς



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης.

Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Ένα από τα πιο σημαντικά στάδια στην επίλυση των μαθηματικών μοντέλων διαχείρισης είναι η διαμόρφωση του προβλήματος και η επιλογή της καταλληλότερης έκφρασης των διαχειριστικών του στόχων.

Οι διαχειριστικοί στόχοι του προβλήματος εκφράζονται στο μοντέλο βελτιστοποίησης με τον καθορισμό των μαθηματικών εκφράσεων της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης.

Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Ποσοτικοποίηση φυσικών μεγεθών

Ένα από τα πιο κλασικά προβλήματα που προκύπτουν κατά την κατάστροση του μοντέλου βελτιστοποίησης είναι η ποσοτικοποίηση των φυσικών μεγεθών.

Πολλές φορές η έκφραση μιας μαθηματικής σχέσης που να περιγράφει πλήρως την αντικειμενική συνάρτηση ή τους περιορισμούς του προβλήματος δεν είναι δυνατή, αφού οι μεταβλητές που εμπριέχουν δεν είναι πάντα καθαρά ποσοτικά μεγέθη.

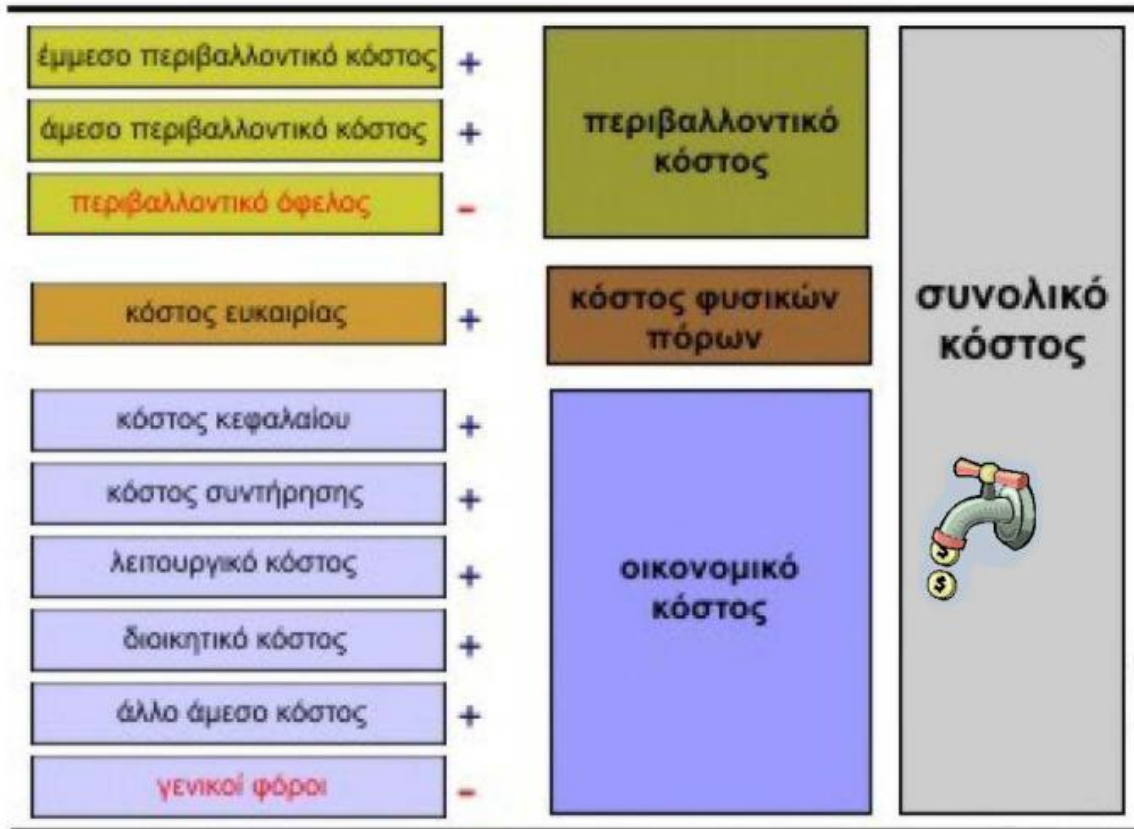
Άλλες φορές συνδυάζονται μεταβλητές, τα φυσικά μεγέθη των οποίων δεν είναι ανάλογα, γιατί δεν εκφράζονται με τις ίδιες μονάδες ή με την ίδια ακρίβεια.

Στις περιπτώσεις αυτές απαιτείται εμπειρία και κριτική σκέψη για τη διατύπωση των συναρτήσεων με τέτοιο τρόπο, ώστε να εκφράζουν το φυσικό πρόβλημα και να έχουν ταυτόχρονα μαθηματικό νόημα.

Η βέλτιστη πολιτική που θα επιτευχθεί με το τρόπο αυτό θα αποτελέσει μια γενική βάση από την οποία θα αξιολογηθεί η δυνατότητα ικανοποίησης των υπολοίπων στόχων του προβλήματος.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης



Η θεώρηση του συνολικού (πλήρους) κόστους ύδατος

Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης.

Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Επιλογή εξισώσεων

Αφού ποσοτικοποιηθούν τουλάχιστον τα φυσικά μεγέθη εκείνα που κρίνονται απαραίτητα για την καλύτερη περιγραφή του φυσικού προβλήματος, ακολουθεί το στάδιο της επιλογής των εξισώσεων που περιγράφουν την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς του προβλήματος. Η επιλογή αυτή δεν είναι μονοσήμαντη αφού το ίδιο πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί με διάφορους τρόπους και με αποτελέσματα αρκετά διαφορετικά.

Τα φυσικά προβλήματα είναι ως επί το πλείστον πολυδιάστατα και μη γραμμικά. Ο μελετητής μη έχοντας την δυνατότητα να περιγράψει πλήρως το φυσικό πρόβλημα, καλείται να επιλέξει ανάμεσα από ένα πλήθος παραδοχών, τις πλέον κατάλληλες για την περίπτωση που εξετάζει έτσι ώστε :

- οι παραδοχές να μην είναι τόσες πολλές ώστε η προσέγγιση να αποκλίνει σημαντικά από το φυσικό πρόβλημα
- οι παραδοχές να είναι τουλάχιστον τόσες όσες χρειάζονται για να οδηγηθεί το πρόβλημα σε λύση.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης.

Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Ένα από τα βασικότερα θέματα που πρέπει να απαντηθούν είναι και το εάν η προσέγγιση θα είναι γραμμική ή όχι, αφού ένα πρόβλημα μπορεί, με διαφορετικό βαθμό προσέγγισης βέβαια, να εκφραστεί με τον ένα ή με τον άλλο τρόπο.

Τα πλεονεκτήματα της γραμμικής προσέγγισης σε σχέση με την μη γραμμική είναι:

τα γραμμικά προβλήματα πολύ συχνότερα καταλήγουν σε λύσεις ενώ τα μη γραμμικά συχνά καταλήγουν σε αδιέξοδο.

καταλήγουν πιο γρήγορα σε λύσεις, χωρίς δηλαδή μεγάλες απαιτήσεις υπολογιστικού χρόνου

είναι πιο εύκολα στο σχεδιασμό τους, ενώ τα μη γραμμικά είναι συχνά ογκώδη και δύσκολα στο χειρισμό τους.

τα μη γραμμικά προβλήματα συχνά καταλήγουν σε τοπικά βέλτιστες λύσεις που μπορεί να απέχουν πολύ από την ολικά βέλτιστη λύση. Το πρόβλημα αυτό δεν υπάρχει με τα γραμμικά προβλήματα.



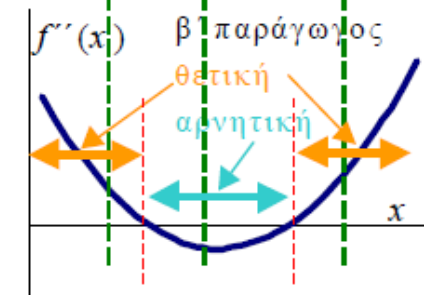
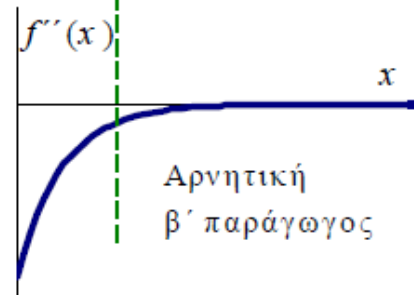
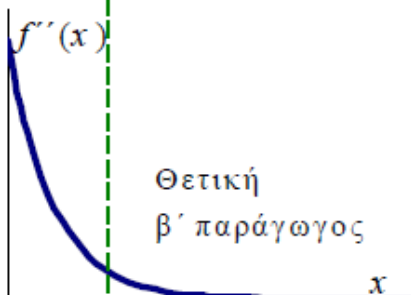
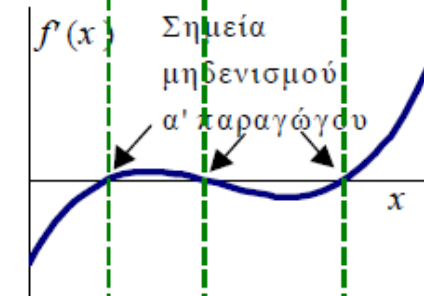
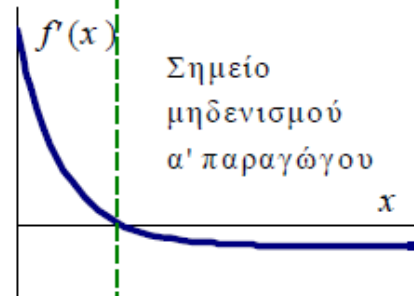
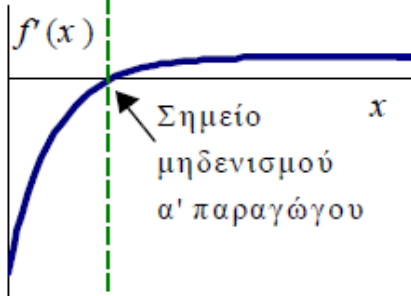
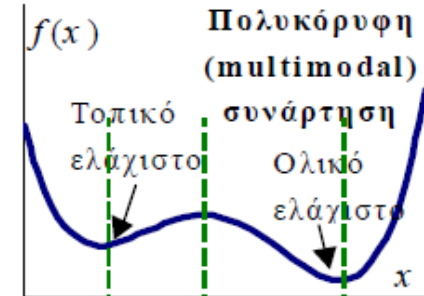
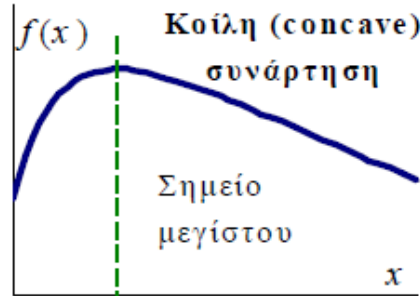
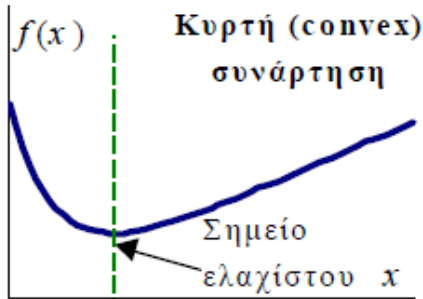
Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Το μεγάλο μειονέκτημα της γραμμικής προσέγγισης σε σχέση με τη μη γραμμική:

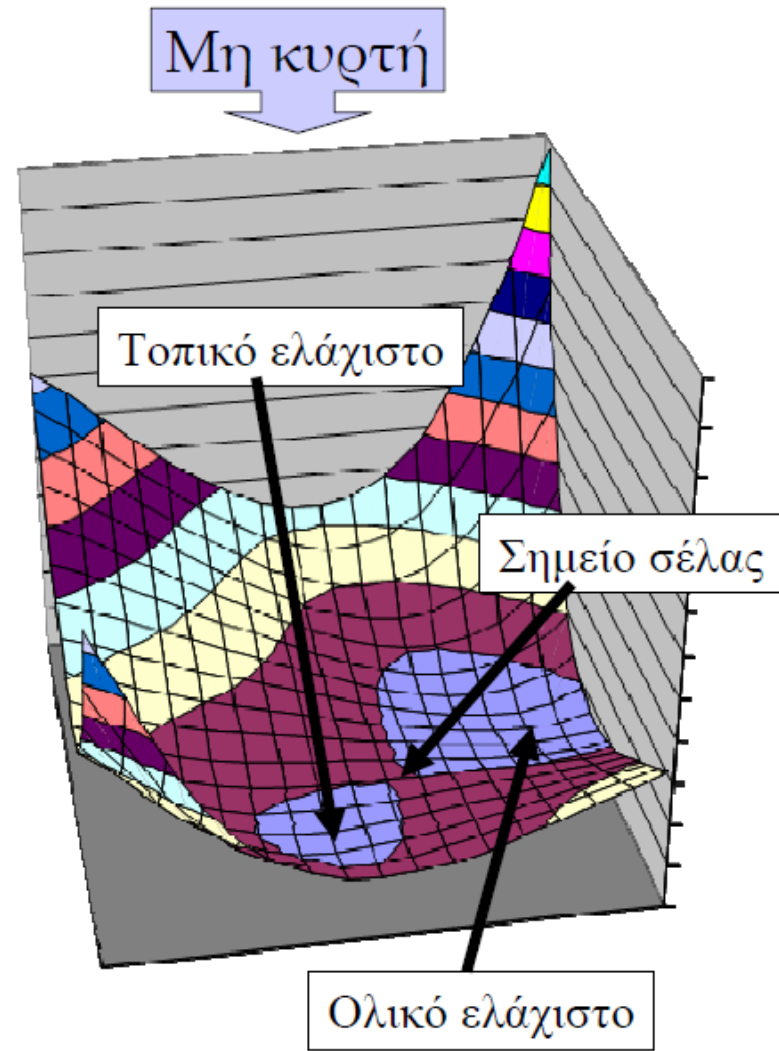
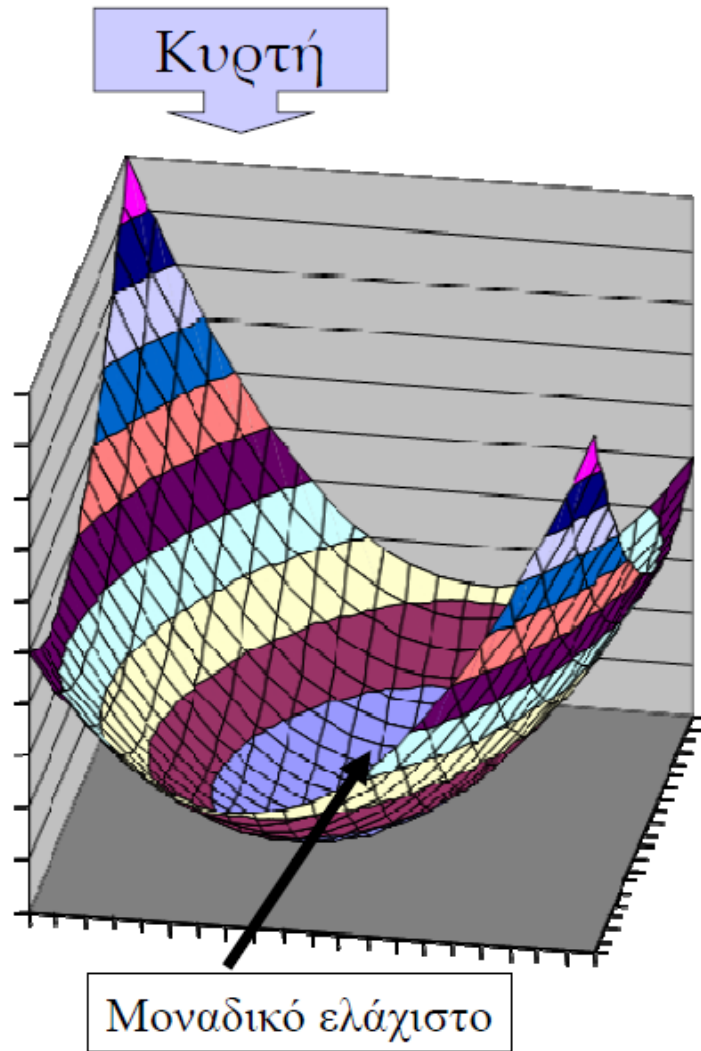
τα γραμμικά προβλήματα χρησιμοποιούν πολλές παραδοχές ώστε να αποφύγουν τις μη γραμμικότητες, με αποτέλεσμα να αποκλίνουν από την πραγματικότητα. Η απόκλιση αυτή σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να οδηγήσει σε παραπλανητικά αποτελέσματα.



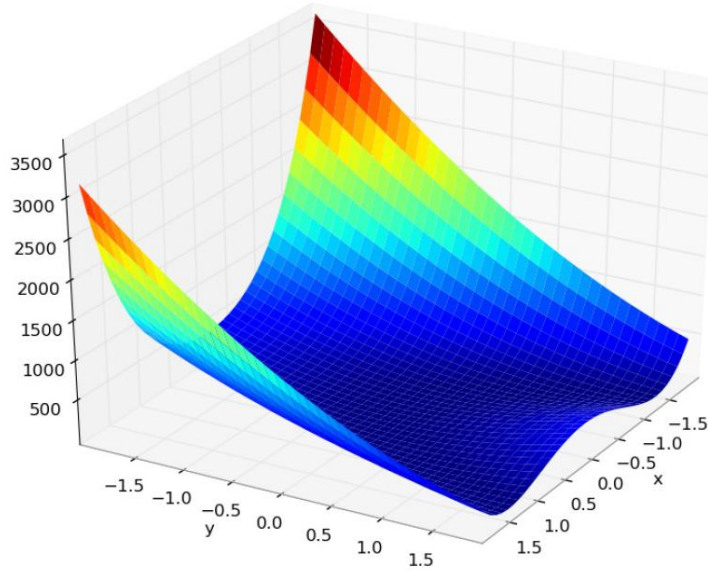
Η βελτιστοποίηση για απλή πραγματική στοχική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής



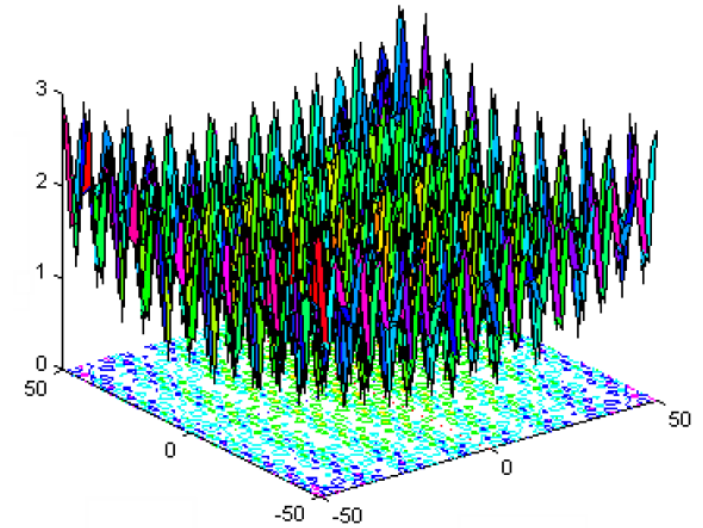
Κυρτές και μη κυρτές διανυσματικές συναρτήσεις



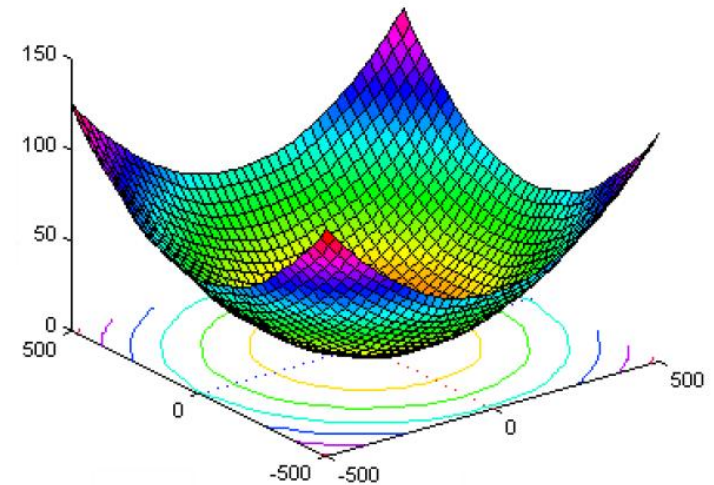
Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης



Συνάρτηση Rosenbrock

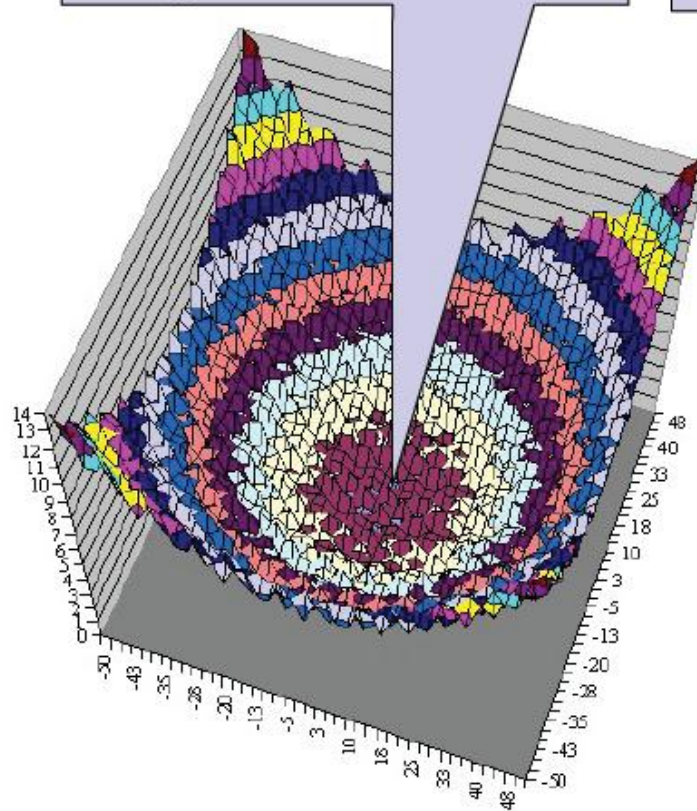


Συναρτήσεις Griewangk

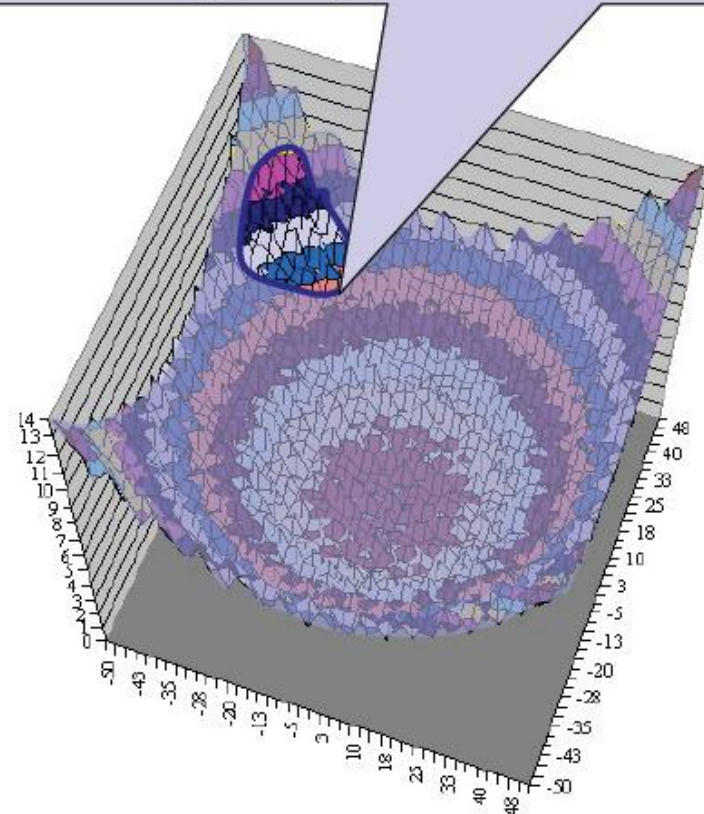


Η έννοια των περιορισμών και της εφικτής περιοχής

Ελαχιστοποίηση χωρίς περιορισμούς: το ολικό ελάχιστο είναι εδώ



Εισαγωγή περιορισμού με εφικτή περιοχή τη μη γραμμοσκιασμένη: το ολικό ελάχιστο μετατίθεται εδώ



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης.

Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Για παράδειγμα η ελαχιστοποίηση του κόστους άντλησης από ένα σύστημα πηγαδιών μπορεί να εκφραστεί με πολλούς τρόπους δυο από τους οποίους είναι :

(α) Γραμμική έκφραση

minimize $\sum q_i$

(όπου q_i η παροχή άντλησης από το πηγάδι i)

με τη λογική ότι όσο μικρότερη είναι η συνολική παροχή που αντλείται τόσο μικρότερο θα είναι και το κόστος άντλησης.

(β) Μη γραμμική έκφραση

minimize $\sum C_p \Delta h_i q_i$

(όπου C_p είναι το κόστος άντλησης ανα μονάδα παροχής και ανα μονάδα πτώσης στάθμης, και Δh_i είναι η πτώση στάθμης στο πηγάδι i)

με τη λογική ότι το κόστος άντλησης δεν είναι συνάρτηση μόνο της παροχής αλλά και του βάθους άντλησης.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης.

Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Ένα άλλο στοιχείο που πρέπει να έχει υπόψη του ο μελετητής στη φάση του σχεδιασμού του προβλήματος και της επιλογής των εξισώσεων είναι και το γεγονός ότι τα προγράμματα επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων είναι σχεδιασμένα με τέτοιο τρόπο ώστε να αντιμετωπίζουν καλύτερα τις μη γραμμικότητες στην αντικειμενική συνάρτηση παρά στους περιορισμούς.

Έτσι είναι προτιμότερο, όπου αυτό είναι δυνατό, να διαμορφώνεται το πρόβλημα με τέτοιο τρόπο ώστε μη γραμμικότητες στους περιορισμούς να μεταφέρονται στην αντικειμενική συνάρτηση. Για παράδειγμα το πρόβλημα :

minimize z

με περιορισμό : $F(x) - z = 0$

(όπου $F(x)$ μη γραμμική συνάρτηση)

να αντικατασταθεί με το πρόβλημα :

minimize $F(x)$

απαλείφοντας ταυτόχρονα τον μη γραμμικό περιορισμό.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Από την εξίσωση ροής σε φρεάτιο υδροφορέα φαίνεται ότι η παροχή δεν βρίσκεται σε γραμμική συνάρτηση με το υδραυλικό φορτίο. Βρίσκεται όμως σε γραμμική συνάρτηση με το τετράγωνο του υδραυλικού φορτίου. Έτσι εάν στο διαχειριστικό πρόβλημα χρησιμοποιηθεί το τετράγωνο του υδραυλικού φορτίου τότε η μέθοδος του μητρώου μοναδιαίας απόκρισης μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς κανένα πρόβλημα.

$$H^2 = h_0^2 \pm \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{R_0}$$

$$H = h_0 \pm \frac{Q}{2\pi K\alpha} \ln \frac{r}{R_0}$$

Τέτοιες περιπτώσεις είναι όταν το ζητούμενο δεν είναι η τιμή του υδραυλικού φορτίου αλλά η διαφορά μεταξύ τιμών υδραυλικού φορτίου.

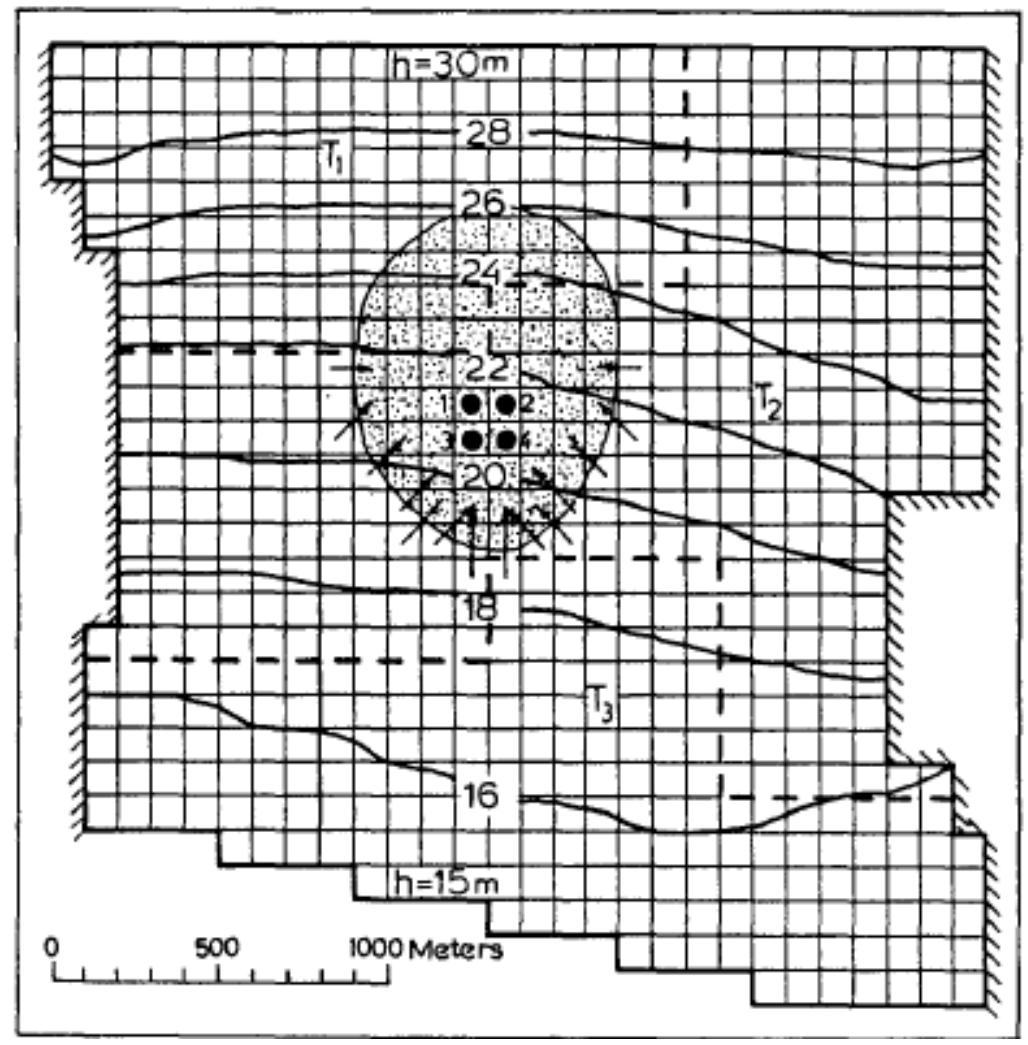
Για παράδειγμα για την σταθεροποίηση μιας κηλίδας ρύπανσης ελέγχεται η διαφορά φορτίου μέσα και έξω από την κηλίδα να είναι τέτοια που να εξασφαλίζει τη μη εξάπλωση της κηλίδας.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

- Constant-Head Boundary
- ▨ No-Flow Boundary
- - - Constant Transmissivities Boundary
- Pumping Well
- gradient control locations
- Piezometric head

Fig. 1. The hypothetical aquifer used in the study.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης.

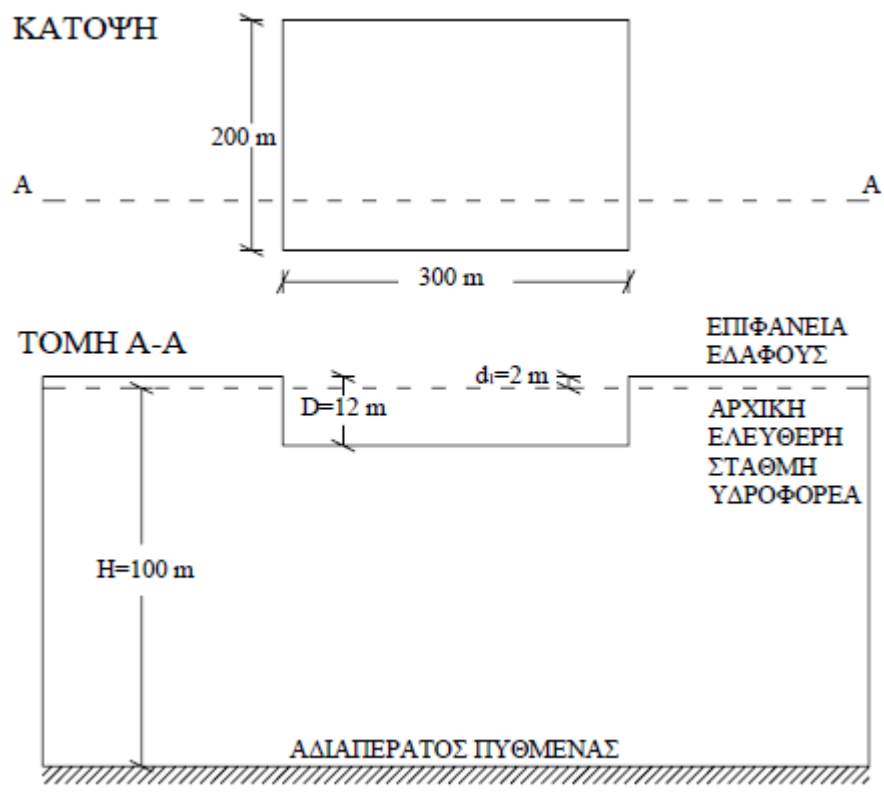
Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Ένα άλλο κλασικό παράδειγμα είναι η στεγανοποίηση εκσκαφής στην οποία ο έλεγχος γίνεται μεταξύ της τιμής του υδραυλικού φορτίου και του βάθους της εκσκαφής. Οι εφαρμογές αυτές βασίζονται στην παρατήρηση ότι εάν ένα μέγεθος είναι μεγαλύτερο (ή μικρότερο) από ένα άλλο, τότε και το τετράγωνο του μεγέθους αυτού θα είναι μεγαλύτερο από το τετράγωνο του άλλου. Άρα στην προκειμένη περίπτωση εάν ο έλεγχος αφορά σε συγκρίσεις τιμών υδραυλικού φορτίου μπορεί να γίνει εξ' ίσου αποδοτικά χρησιμοποιώντας τα τετράγωνα των τιμών του υδραυλικού φορτίου με τα οποίο η παροχή βρίσκεται σε γραμμική σχέση.

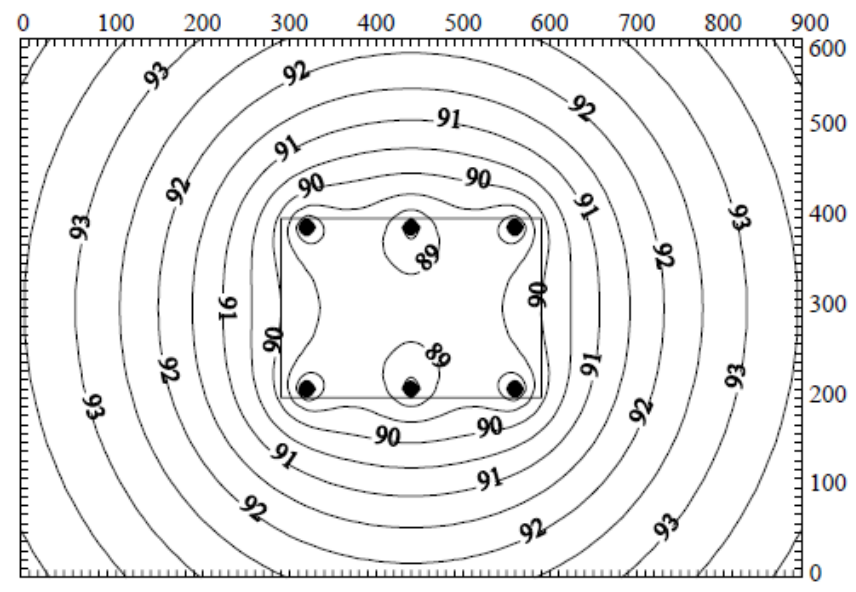
Στις περιπτώσεις αυτές πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στον ορισμό του επιπέδου αναφοράς ($H = 0$). Συνήθως ως επίπεδο αναφοράς ορίζεται το επίπεδο της θάλασσας. Εάν όμως ο υδροφόρος ορίζοντας βρίσκεται σε κάποια τμήματα του κάτω από το επίπεδο αυτό ($H < 0$) τότε χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην χρήση των τετραγώνων. Καλό είναι σε τέτοιες περιπτώσεις να ορίζεται ένα επίπεδο αναφοράς κάτω από τη χαμηλότερη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα έτσι ώστε όλες οι τιμές να είναι πάντα θετικές.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης



$$h_i^2 \leq (H + d - D)^2$$



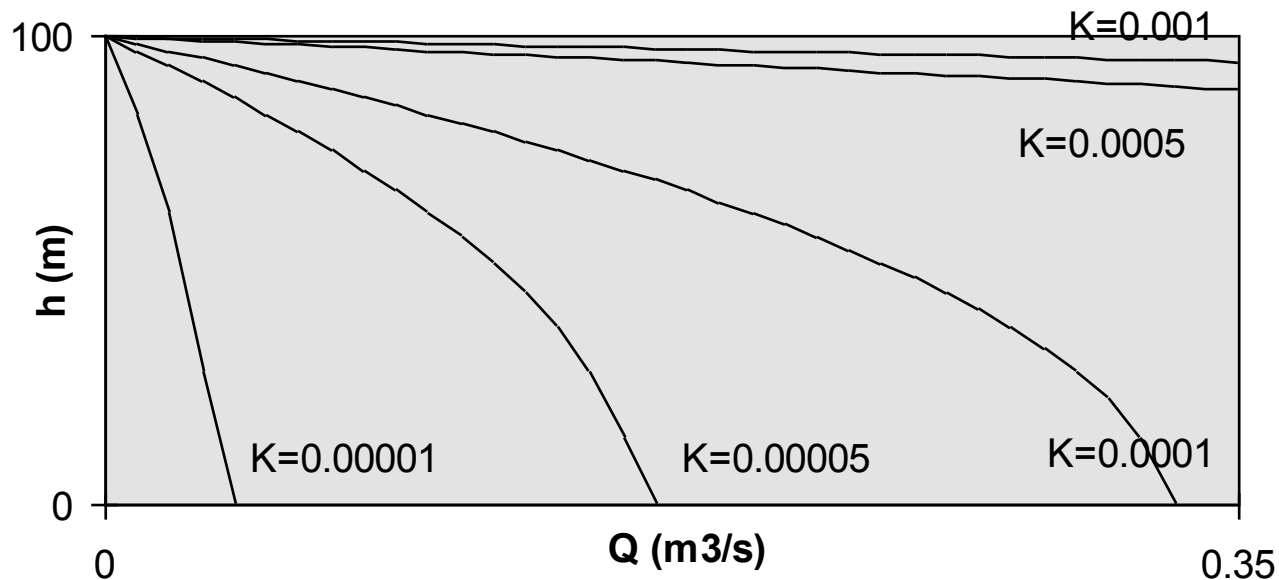
Υποθετικό πρόβλημα υποβίβασης της στάθμης του νερού σε εκσκαφή

Κατανομή υδραυλικού φορτίου για τη βέλτιστη λύση



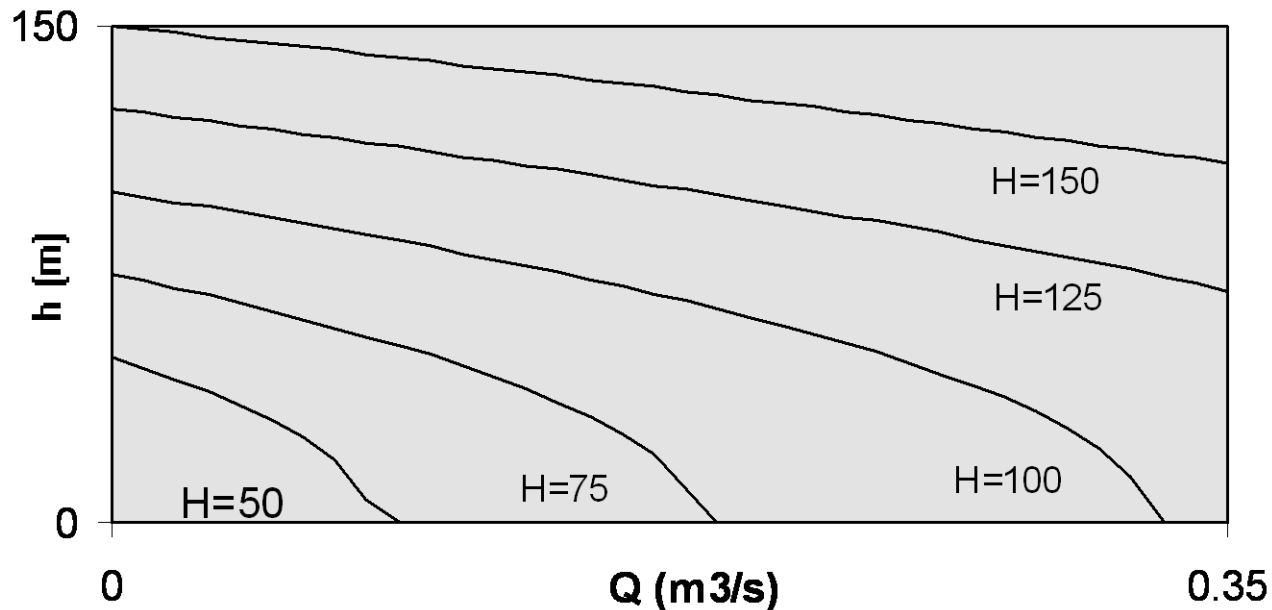
Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι για μεγάλες τιμές του συντελεστή διαπερατότητας υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ παροχής και υδραυλικού φορτίου. Γραμμική σχέση υπάρχει ακόμα και σε μικρότερες τιμές του K για ορισμένα όμως διαστήματα μεταβολής της παροχής.



Μαθηματικά μοντέλα διαχείρισης. Διαμόρφωση προβλήματος διαχείρισης

Παρατηρείται ότι όσο πιο μεγάλη είναι αρχική τιμή του υδραυλικού φορτίου τόσο πιο μικρή είναι η επίδραση της μη γραμμικότητας. Αλλά ακόμα και για μικρότερες αρχικές τιμές του υδραυλικού φορτίου υπάρχουν γραμμικά διαστήματα.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αλέξανδρος Π. Τσαούσογλου

Θεσσαλονίκη, 1.09.2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

