



Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί

Ενότητα 5: Προ – επεξεργασία και έλεγχος μετρήσεων δικτύου

Χριστόφορος Κωτσάκης
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

**ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ**



Προ- επεξεργασία και έλεγχος μετρήσεων δικτύου

Περιεχόμενα ενότητας

- Τα σφάλματα στις μετρήσεις δικτύου.
- Ανίχνευση και απαλοιφή μη-τυχαίων σφαλμάτων από τις μετρήσεις δικτύου.
- Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος βασικών γεωμετρικών συνθηκών.
- Έλεγχος δείγματος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων.
- Βασικές αναγωγές και διορθώσεις στις μετρήσεις τοπογραφικών και γεωδαιτικών δικτύων.
- Δημιουργία συνθετικών παρατηρήσεων (Συνόρθωση Σταθμού).
- Σχηματισμός πίνακα βάρους μετρήσεων δικτύου.



Σκοποί ενότητας

- **Τα σφάλματα στις μετρήσεις δικτύου. Ανίχνευση και απαλοιφή μη-τυχαίων σφαλμάτων από τις μετρήσεις δικτύου. Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος βασικών γεωμετρικών συνθηκών. Έλεγχος δείγματος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων. Βασικές αναγωγές και διορθώσεις στις μετρήσεις τοπογραφικών και γεωδαιτικών δικτύων. Δημιουργία συνθετικών παρατηρήσεων (συνόρθωση σταθμού). Σχηματισμός πίνακα βάρους μετρήσεων δικτύου.**



Τίτλος και Αρίθμηση (1/5)

1. Στάδια προ-επεξεργασίας μετρήσεων δικτύου
2. Σφάλματα παρατηρήσεων
3. Σχετικά με τα χονδροειδή σφάλματα
4. Εντοπισμός χονδροειδών σφαλμάτων κατά την προ-επεξεργασία (data screening)
5. Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος (loop closure testing)



Τίτλος και Αρίθμηση (2/5)

6. Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος
7. Πρακτικός έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος
8. Έλεγχος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων
9. Σχόλια για την ανάλυση επαναλαμβανόμενων μετρήσεων
10. Απλοποιημένος έλεγχος δείγματος (έλεγχος 3-σ)
11. Χρήση συνθετικών παρατηρήσεων



Τίτλος και Αρίθμηση (3/5)

11. Επίδραση χονδροειδών σφαλμάτων στα αποτελέσματα συνόρθωσης
12. Πως διαχέονται τα χονδροειδή σφάλματα στα αποτελέσματα συνόρθωσης;
13. Αναγωγές και διορθώσεις παρατηρήσεων δικτύου
14. Γιατί “συνθετικές” παρατηρήσεις;
15. Τυπικά παραδείγματα συνθετικών παρατηρήσεων



Τίτλος και Αρίθμηση (4/5)

16. Χρήσιμες σχέσεις

17. Συνόρθωση σταθμού

18. Μοντέλο συνόρθωσης σταθμού (για κάθε σημείο στάσης του δικτύου)

19. Συνόρθωση σταθμού (για ζενίθειες γωνίες)

20. Μοντέλο συνόρθωσης σταθμού ζενιθειών γωνιών (για κάθε σημείο στάσης του δικτύου)

21. Επίλυση βάσεων GPS



Τίτλος και Αρίθμηση (5/5)

22. Ακρίβεια παρατηρήσεων και δημιουργία πίνακα βάρους
23. Πίνακας βάρους υψομετρικών δικτύων (γεωμετρικής χωροστάθμησης)
24. Ακρίβεια πλευρομετρήσεων
25. Ακρίβεια γωνιομετρήσεων
26. Πίνακας βάρους σε δίκτυα GPS
27. Πίνακας βάρους σε δίκτυα GPS (η πιο απλή περίπτωση)
28. Πίνακας βάρους σε δίκτυα GPS (σχόλια)



Στάδια προ-επεξεργασίας μετρήσεων δικτύου

- Ανίχνευση και απαλοιφή μη-τυχαίων σφαλμάτων
- Εφαρμογή απαραίτητων αναγωγών & διορθώσεων (π.χ. ατμοσφαιρικών, γεωμετρικών, πεδίου βαρύτητας)
- Υπολογισμός “συνθετικών” παρατηρήσεων (αν χρειάζεται, π.χ. συνόρθωση σταθμού, επίλυση βάσεων GPS)
- Προσδιορισμός τελικών ακριβειών παρατηρήσεων και σχηματισμός πίνακα βάρους **P**



Σφάλματα παρατηρήσεων (1/4)

$$y = y^{true} + e$$

y τιμή παρατήρησης

y^{true} αληθινή τιμή παρατηρούμενου μεγέθους

e συνολικό σφάλμα παρατήρησης

$$e = b + s(y^{true}) + v$$

b σταθερό σφάλμα (outlier, blunder, gross error)

$s(y^{true})$ συστηματικό σφάλμα

v τυχαίο σφάλμα (θόρυβος δεδομένων)



Σφάλματα παρατηρήσεων (2/4)

$$y = y^{true} + e$$

y τιμή παρατήρησης

y^{true} αληθινή τιμή παρατηρη

e συνολικό σφάλμα παρατήρησης

Μοντελοποιείται με
στοχαστικό τρόπο κατά
τη συνόρθωση δικτύου

$$e = b + s(y^{true}) + v$$

b σταθερό σφάλμα (outlier, blunder, gross error)

$s(y^{true})$ συστηματικό σφάλμα

v

τυχαίο σφάλμα (θόρυβος δεδομένων)



Σφάλματα παρατηρήσεων (3/4)

$$y = y^{true} + e$$

y τιμή παρατήρησης

y^{true} αληθινή τιμή

e συνολικό σφάλμα

Περιγράφονται με αναλυτικές σχέσεις και είτε συμμετέχουν στη συνόρθωση του δικτύου είτε απαλείφονται μέσω αναγωγών ή άλλων τεχνικών (π.χ. σχηματισμός απλών/διπλών διαφορών μετρήσεων GPS)

$$e = b + s(y^{true}) + v$$

b σταθερό σφάλμα (outlier, blunder, gross error)

$s(y^{true})$ συστηματικό σφάλμα

v τυχαίο σφάλμα (θόρυβος δεδομένων)



Σφάλματα παρατηρήσεων (4/4)

$$y = y^{true} + e$$

y τιμή παρατήρησης
 y^{true} αληθινή τιμή
 e συνολικό σφάλμα

Ανιχνεύονται με κατάλληλες μεθόδους και απομακρύνονται οι “κακές” παρατηρήσεις από τη συνόρθωση του δικτύου (βλέπε επόμενες διαφάνειες)

$$e = b + s(y^{true}) + v$$

b σταθερό σφάλμα (outlier, blunder, gross error)

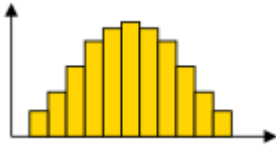
$s(y^{true})$ συστηματικό σφάλμα

v τυχαίο σφάλμα (θόρυβος δεδομένων)

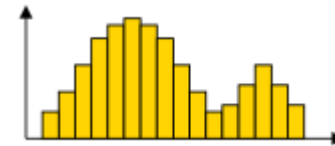


Σχετικά με τα χονδροειδή σφάλματα

- Οφείλονται συνήθως σε ανθρώπινα λάθη
- Η επίδρασή τους στα αποτελέσματα της συνόρθωσης μπορεί να είναι ιδιαίτερα σημαντική



Σχήμα 1: Κατανομή συνορθ. σφαλμάτων παρατηρήσεων χωρίς χονδροειδή σφάλματα



Σχήμα 2: Κατανομή συνορθ. σφαλμάτων παρατηρήσεων με χονδροειδή σφάλματα

- Η ανίχνευσή τους γίνεται συνήθως σε δύο στάδια
 - κατά την προ-επεξεργασία: για “μεγάλα” χονδρ. σφάλματα
 - μετά τη συνόρθωση δικτύου: για “μικρά” (δηλαδή οριακά εντοπίσιμα) χονδροειδή σφάλματα



Εντοπισμός χονδροειδών σφαλμάτων κατά την προ-επεξεργασία (data screening)

- Απαραίτητη διαδικασία – η συνόρθωση απαιτεί την ύπαρξη **μόνο τυχαίων σφαλμάτων** στις παρατηρήσεις (προκειμένου τα αποτελέσματα να έχουν βέλτιστη ακρίβεια).
- Χρησιμοποιούνται 2 βασικά εργαλεία
 - Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος σε γνωστές θεωρητικές δεσμεύσεις μεταξύ των παρατηρήσεων
 - Έλεγχος δείγματος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων του ίδιου μεγέθους



Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος (loop closure testing)

Θεωρητική δέσμευση μεταξύ k παρατηρήσεων στο δίκτυο

$$f(y_1, y_2, \dots, y_k) = 0$$

Π.χ. $\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = 0$ $\Delta H_{1,2} + \Delta H_{2,3} + \dots + \Delta H_{k,1} = 0$

Λόγω σφαλμάτων στις μετρήσεις, θα έχουμε ότι

$$w = f(y_1, y_2, \dots, y_k) \neq 0$$



Το ερώτημα είναι αν μπορούμε να ανιχνεύσουμε την ύπαρξη πιθανού χονδροειδούς σφάλματος με βάση την τιμή του w



Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος (1/2)

$$w = f(y_1, y_2, \dots, y_k) \neq 0$$

Αν οι παρατηρήσεις περιέχουν μόνο τυχαία σφάλματα

$$w \square N(0, \sigma_w)$$

σ_w : υπολογίζεται μέσω ΝΜΣ με βάση την στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων

Υπολογισμός “ομαλοποιημένου” σφάλματος $\frac{w}{\sigma_w} \square N(0, 1)$

Στατιστικός έλεγχος

(για επίπεδο σημαντικότητας α)

$$\left| \frac{w}{\sigma_w} \right| \leq z^{\alpha/2}$$

Αν δεν ισχύει η παραπάνω ανισότητα, τότε έχουμε ένδειξη πιθανού χονδροειδούς σφάλματος στις μετρήσεις



Έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος (2/2)

$$w = f(y_1, y_2, \dots, y_k) \neq 0$$

$$\left| \frac{w}{\sigma_w} \right| \leq z^{a/2}$$

- Μειονεκτήματα
 - Δυσκολία στην εύρεση όλων των ανεξάρτητων θεωρητικών δεσμεύσεων $f(\cdot)$ σε μεγάλα δίκτυα
 - Δυσκολία στον εντοπισμό της συγκεκριμένης παρατήρησης που μπορεί να είναι επηρεασμένη από πιθανό χονδροειδές σφάλμα

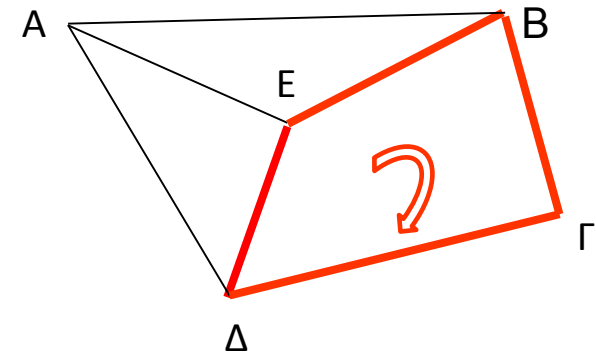


Πρακτικός έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος (1/2)

Ένας χρήσιμος έλεγχος μπορεί να γίνει και μέσω **οριακών ανεκτών τιμών** οι οποίες απορρέουν από συγκεκριμένες προδιαγραφές ποιότητας

Π.χ. έλεγχος κλεισίματος βρόχου σε δίκτυο GPS

$$\frac{\sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2}}{S_{B\Gamma} + S_{\Gamma\Delta} + S_{\Delta E} + S_{EB}} \leq \varepsilon \xrightarrow{\text{π.χ.}} 5 \text{ ppm}$$



$$c_x = \Delta X_{B\Gamma} + \Delta X_{\Gamma\Delta} + \Delta X_{\Delta E} + \Delta X_{EB}$$

$$c_y = \Delta Y_{B\Gamma} + \Delta Y_{\Gamma\Delta} + \Delta Y_{\Delta E} + \Delta Y_{EB}$$

$$c_z = \Delta Z_{B\Gamma} + \Delta Z_{\Gamma\Delta} + \Delta Z_{\Delta E} + \Delta Z_{EB}$$

Σφάλματα κλεισίματος συνιστωσών βάσης



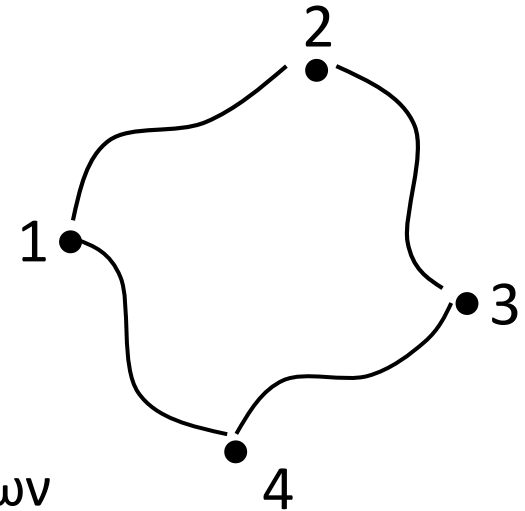
Πρακτικός έλεγχος σφαλμάτων κλεισίματος (2/2)

Ένας χρήσιμος έλεγχος μπορεί να γίνει και μέσω **οριακών ανεκτών τιμών** οι οποίες απορρέουν από συγκεκριμένες προδιαγραφές ποιότητας.

Π.χ. έλεγχος κλεισίματος βρόχου σε χωροσταθμικό δίκτυο

$$\frac{\Delta H_{12} + \Delta H_{23} + \Delta H_{34} + \Delta H_{41}}{\sqrt{L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}}} \leq \varepsilon$$

↓ π.χ.
3 mm/√km



$L_{12}, L_{23}, L_{34}, L_{41}$ μήκη χωροσταθμικών οδεύσεων



Έλεγχος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων (1/3)

Αν υπάρχει διαθέσιμο δείγμα επαναλαμβανόμενων μετρήσεων για το ίδιο μέγεθος σε ένα δίκτυο

παρατηρούμενο μέγεθος
(π.χ. απόσταση d_{ij})
 y

δείγμα k μετρήσεων
 $\{y_1, y_2, \dots, y_k\}$



τότε μπορούμε να διαγνώσουμε πιθανή ύπαρξη μη-τυχαίων σφαλμάτων στις μετρήσεις με βάση τη στατιστική συμπεριφορά του δείγματος



Έλεγχος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων (2/3)

Περίπτωση I

(η στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων θεωρείται γνωστή)

$$\bar{y} - z^{a/2} \sqrt{\frac{k-1}{k}} \sigma \leq y_i \leq \bar{y} + z^{a/2} \sqrt{\frac{k-1}{k}} \sigma$$

Περίπτωση II

(η στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων θεωρείται άγνωστη)

$$\bar{y} - t_{k-1}^{a/2} \sqrt{\frac{k-1}{k}} \hat{\sigma} \leq y_i \leq \bar{y} + t_{k-1}^{a/2} \sqrt{\frac{k-1}{k}} \hat{\sigma}$$

βλέπε ισοδύναμες εκφράσεις στην επόμενη διαφάνεια

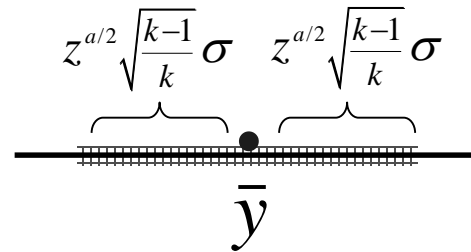


Έλεγχος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων (3/3)

Περίπτωση I

(η στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων θεωρείται γνωστή)

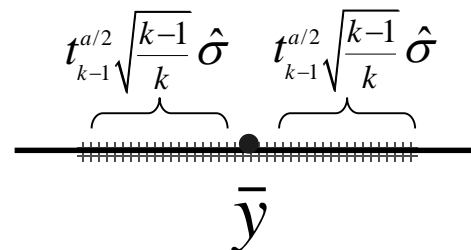
$$\left| \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma} \right| \leq z^{a/2} \sqrt{\frac{k-1}{k}}$$



Περίπτωση II

(η στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων θεωρείται άγνωστη)

$$\left| \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right| \leq t_{k-1}^{a/2} \sqrt{\frac{k-1}{k}}$$



Σχόλια για την ανάλυση επαναλαμβανόμενων μετρήσεων

- Η μέση τιμή του δείγματος που εμφανίζεται στους προηγούμενους ελέγχους υπολογίζεται ως εξής

$$\bar{y} = \frac{1}{k-1} \sum_j y_j$$

← Δεν συμπεριλαμβάνει την ελεγχόμενη τιμή y_i

- Εκτίμηση ακρίβειας των μετρήσεων του δείγματος (για την Περίπτωση II)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_i (y_i - \bar{y})^2$$

← Περιλαμβάνει όλες τις τιμές του δείγματος

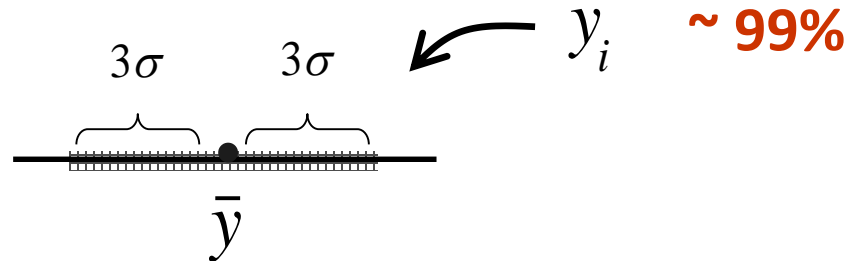


Απλοποιημένος έλεγχος δείγματος (έλεγχος 3-σ)

Περίπτωση I

(η στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων θεωρείται γνωστή)

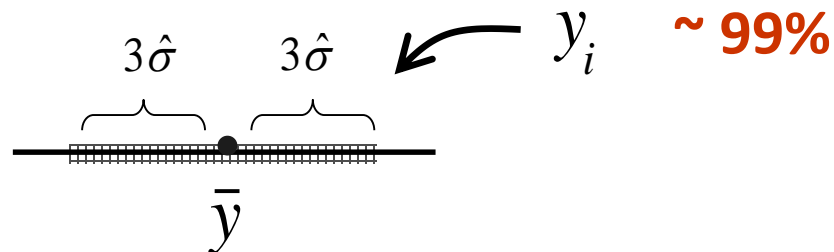
$$\left| \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma} \right| \leq 3$$



Περίπτωση II

(η στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων θεωρείται άγνωστη)

$$\left| \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right| \leq 3$$



Επίδραση χονδροειδών σφαλμάτων στα αποτελέσματα συνόρθωσης

- Οι προηγούμενοι προκαταρκτικοί έλεγχοι δεν εξασφαλίζουν τον εντοπισμό όλων των χονδροειδών σφαλμάτων στις διαθέσιμες μετρήσεις.
- Πιο ισχυροί στατιστικοί έλεγχοι για την ανίχνευση χονδροειδών σφαλμάτων εφαρμόζονται απευθείας στα αποτελέσματα της συνόρθωσης δικτύου (βλέπε επόμενα μαθήματα).



Πως διαχέονται τα χονδροειδή σφάλματα στα αποτελέσματα συνόρθωσης; (1/3)

Παρατηρήσεις (με χονδροειδή σφάλματα)

Συνόρθωση

Εκτιμήσεις
παραμέτρων

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}$$

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = \delta \mathbf{x} + (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{v}$$

Συνορθωμένα σφάλματα
παρατηρήσεων

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{b} - \mathbf{A} \delta \hat{\mathbf{x}}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}) \mathbf{v}$$



Πως διαχέονται τα χονδροειδή σφάλματα στα αποτελέσματα συνόρθωσης; (2/3)

Παρατηρήσεις (με χονδροειδή σφάλματα)

Συνόρθωση

Μη-επιθυμητή διάχυση !

Εκτιμήσεις
παραμέτρων

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}$$

$$\underline{\delta \hat{\mathbf{x}}} = \delta \mathbf{x} + (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \underline{\mathbf{v}}$$

Επιθυμητή διάχυση !

Συνορθωμένα σφάλματα
παρατηρήσεων

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{b} - \mathbf{A} \delta \hat{\mathbf{x}}$$

$$\underline{\hat{\mathbf{v}}} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}) \underline{\mathbf{v}}$$



Πως διαχέονται τα χονδροειδή σφάλματα στα αποτελέσματα συνόρθωσης; (3/3)

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{Q} \mathbf{v}$$

ο πίνακας \mathbf{Q} δεν είναι διαγώνιος !

Πραγματικά σφάλματα παρατηρήσεων
(τυχαία + τυχόν χονδροειδή σφάλματα)

Εκτιμήσεις των σφαλμάτων των παρατηρήσεων που υπολογίζει ο χρήστης

Εκτιμήσεις
παραμέτρων

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}$$

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = \delta \mathbf{x} + (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{v}$$

Συνορθωμένα σφάλματα παρατηρήσεων

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{b} - \mathbf{A} \delta \hat{\mathbf{x}}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}) \mathbf{v}$$



Αναγωγές και διορθώσεις παρατηρήσεων δικτύου (1/6)

- Οι παρατηρήσεις **εκτελούνται** στην επιφάνεια της Γης, κάτω από (μη-επιθυμητές) εξωτερικές επιδράσεις και με αναφορά σε ένα βασικό “σύστημα οργάνου”
- Τα μοντέλα συνόρθωσης δικτύων **απαιτούν** την χρήση παρατηρήσεων οι οποίες
 - αναφέρονται σε κάποιο συμβατικό ΣΑ ή άλλη ιδεατή επιφάνεια αναφοράς
 - δεν περιέχουν εξωτερικές συστηματικές επιδράσεις στο πλαίσιο του γενικού μοντέλου του προβλήματος (π.χ. ατμοσφαιρικές επιδράσεις, παλιρροιακές επιδράσεις, κ.λπ.)



Αναγωγές και διορθώσεις παρατηρήσεων δικτύου (2/6)

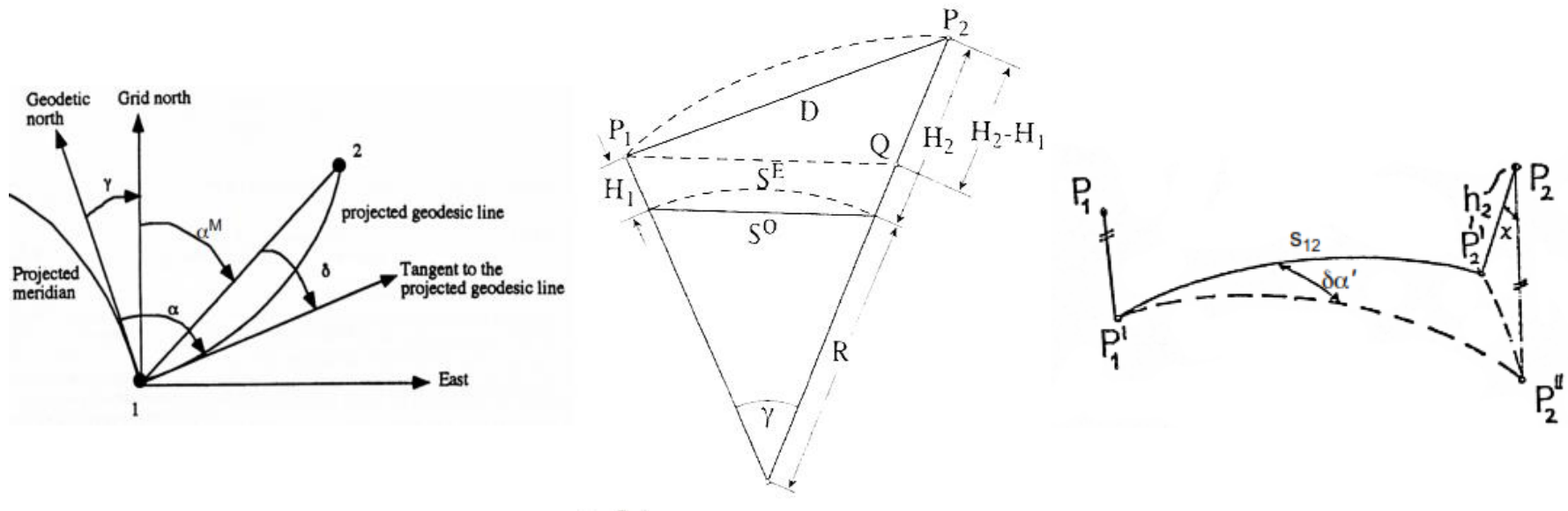
- Τρεις βασικές κατηγορίες αναγωγών και διορθώσεων:
 - **Γεωμετρικές** (π.χ. αναγωγή μετρήσεων στο ΕΕΠ αναφοράς ή στο προβολικό επίπεδο)
 - **Ατμοσφαιρικές** (π.χ. διόρθωση μετρήσεων λόγω διάθλασης)
 - **Βαρυτικού πεδίου & άλλες** (π.χ. αναγωγή μετρήσεων εξαιτίας της επίδρασης της απόκλισης της κατακορύφου, παλιρροιακές διορθώσεις, κ.λπ.)



Αναγωγές και διορθώσεις παρατηρήσεων δικτύου (3/6)

- Γεωμετρικές

- Δεν είναι αντικείμενο του μαθήματος και αναλύονται διεξοδικά σε άλλα μαθήματα (βλέπε, π.χ., Γεωμετρική Γεωδαισία)



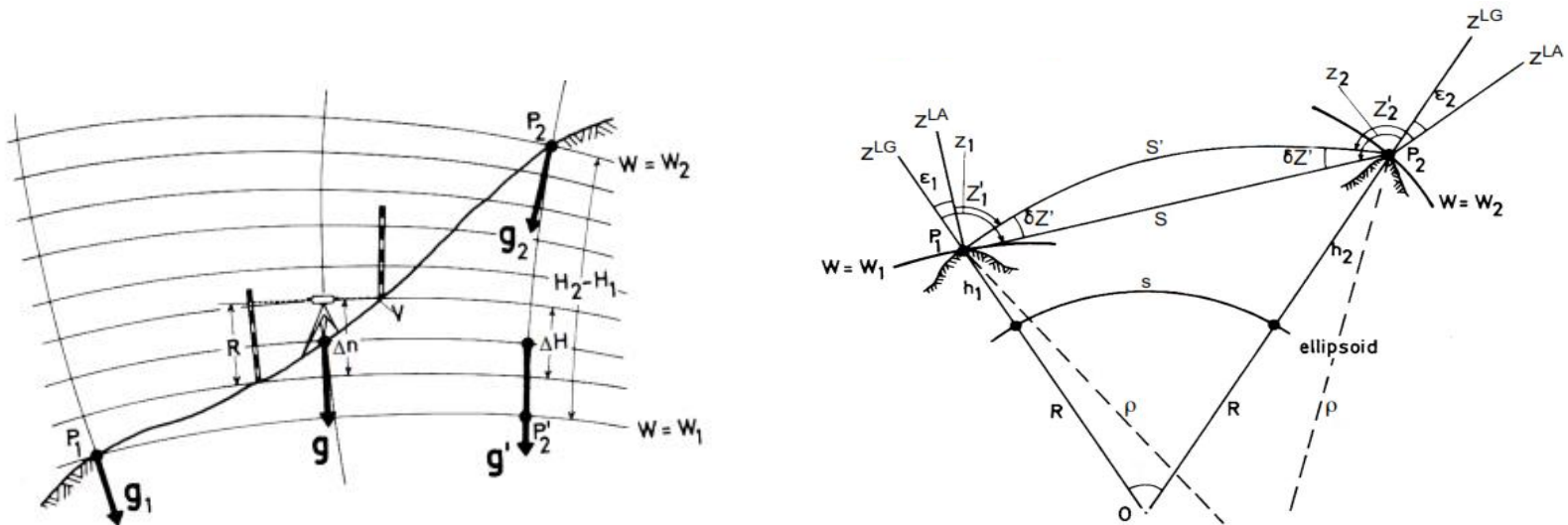
Σχήμα 3: Παραδείγματα Γεωμετρικών Αναγωγών και Διορθώσεων



Αναγωγές και διορθώσεις παρατηρήσεων δικτύου (4/6)

- Βαρυτικού πεδίου

- Δεν είναι αντικείμενο του μαθήματος και αναλύονται διεξοδικά σε άλλα μαθήματα (βλέπε, π.χ., Γεωμετρική Γεωδαισία)



Σχήμα 4: Παραδείγματα Αναγωγών και Διορθώσεων Βαρυτικού Πεδίου



Αναγωγές και διορθώσεις παρατηρήσεων δικτύου (5/6)

- **Ατμοσφαιρικές**

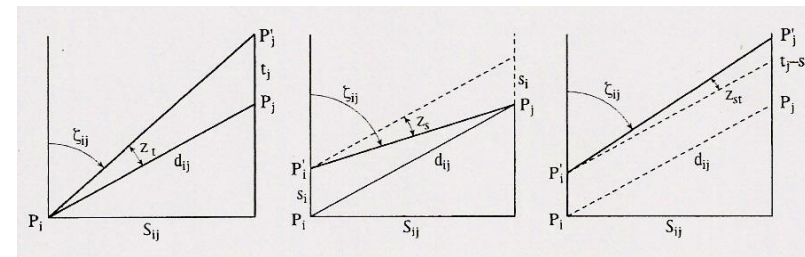
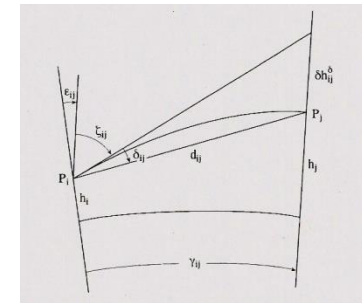
- Για τα κλασικά δίκτυα αφορούν κυρίως την διόρθωση αποστάσεων και ζενίθειων γωνιών εξαιτίας **της επίδρασης της διάθλασης** (βλέπε βιβλίο Δ. Ρωσσικόπουλου, κεφ. 6 και κεφ. 8)
- Στα δίκτυα GPS έχουμε κυρίως **την τροποσφαιρική και ιονοσφαιρική επίδραση** στις μετρήσεις, οι οποίες είτε απαλείφονται μέσω κατάλληλων “συνθετικών” παρατηρήσεων είτε συμμετέχουν ως πρόσθετες παράμετροι στη συνόρθωση του δικτύου (βλέπε μάθημα GPS)



Αναγωγές και διορθώσεις παρατηρήσεων δικτύου (6/6)

- Ιδιαίτερη προσοχή και επιμέλεια χρειάζεται επίσης σε απλές, αλλά πολύ βασικές, αναγωγές όπως:

- Ύψος οργάνου
- Ύψος στόχου
- GPS antenna phase center
- Έκκεντρες στάσεις



Χρήση συνθετικών παρατηρήσεων

- Συχνά στη συνόρθωση δικτύων δεν χρησιμοποιούνται οι πρωτογενείς μετρήσεις πεδίου.
- Αντίθετα, χρησιμοποιούνται συνθετικές παρατηρήσεις οι οποίες υπολογίζονται από τις πρωτογενείς μετρήσεις μέσα από μια κατάλληλη διαδικασία προ-επεξεργασίας.

Για ποιο λόγο γίνεται αυτό;

(βλέπε επόμενη διαφάνεια)



Γιατί “συνθετικές” παρατηρήσεις;

- για να περιορίσουμε την επίδραση των εσωτερικών σφαλμάτων οργάνου
- για την απαλοιφή διαφόρων συστηματικών επιδράσεων (π.χ. ατμοσφαιρικές)
- για να αυξήσουμε την εσωτερική ακρίβεια των παρατηρήσεων και να προσδιορίσουμε μέτρα ακρίβειας τους (βάρη) για τη συνόρθωση δικτύου
- για να συνδυάσουμε εξωτερική πληροφορία με μετρήσεις πεδίου (π.χ. $\Delta H = \Delta h - \Delta N$)
- επειδή οι πρωτογενείς μετρήσεις είναι αρκετά πολύπλοκες (π.χ. GPS)



Τυπικά παραδείγματα συνθετικών παρατηρήσεων

- Υπολογισμός μέσου όρου (Μ.Ο) δείγματος επαναλαμβανόμενων μετρήσεων.
- Συνόρθωση σταθμού
(για οριζόντιες διευθύνσεις & ζενίθειες γωνίες).
- Απλές, διπλές, τριπλές διαφορές μετρήσεων φάσης GPS.
- Επίλυση βάσεων GPS
(single-baseline mode ή multi-baseline mode).
- Δημιουργία υψομετρικών διαφορών μέσω μετρήσεων GPS και μοντέλου γεωειδούς.



Χρήσιμες σχέσεις (1/3)

$\{y_1, y_2, \dots, y_k\} \longrightarrow$ Επαναλαμβανόμενες μετρήσεις
του ίδιου μεγέθους του δικτύου
(ασυσχέτιστες & της ίδιας ακρίβειας)

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_i y_i$$

Συνθετική παρατήρηση (αριθμητικός Μ.Ο.)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_i (y_i - \bar{y})^2$$

$$\hat{\sigma}_{\frac{2}{y}} = \frac{\hat{\sigma}^2}{k}$$

Εκτίμηση της ακρίβειας του Μ.Ο των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων



Χρήσιμες σχέσεις (2/3)

$\{y_1, y_2, \dots, y_k\} \rightarrow$

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_i y_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_i (y_i - \bar{y})^2$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{y}}^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{k}$$

Προσδιορισμός της (εσωτερικής) ακρίβειας ασυσχέτιστων επαναλαμβανόμενων μετρήσεων σε ένα δίκτυο

(*) χρήσιμο όταν δεν γνωρίζουμε εξαρχής τη μετρητική ακρίβεια του οργάνου



Εκτίμηση της ακρίβειας του Μ.Ο των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων



Χρήσιμες σχέσεις (3/3)

$$\{y_1, y_2, \dots, y_k\} \longrightarrow$$

Επαναλαμβανόμενες μετρήσεις
του ίδιου μεγέθους του δικτύου
(ασυσχέτιστες & της ίδιας ακρίβειας)

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i$$

Βελτίωση της (εσωτερικής)
ακρίβειας για τη συνθετική
παρατήρηση

$$\hat{\sigma}^2 =$$

σε περίπτωση
επαναλαμβανόμενων μετρήσεων



$$\hat{\sigma}_{\frac{2}{y}} = \frac{\hat{\sigma}^2}{k}$$

Εκτίμηση της ακρίβειας του Μ.Ο των
επαναλαμβανόμενων μετρήσεων



Συνόρθωση σταθμού (1/4)

- Τι είναι ;

— Στάδιο προ-επεξεργασίας για όλες τις μετρήσεις **οριζόντιων διευθύνσεων** που εκτελούνται από κάποιο σημείο στάσης του δικτύου με τη μέθοδο των περιόδων (I & II θέση).

	I θέση τηλεσκ.	II θέση τηλεσκ.	
4,	0.4370,	200.4405	} 1η περίοδος
6,	23.2770,	223.2815	
8,	71.3361,	271.3427	
5,	397.6561,	197.6605	
0			
4,	33.4064,	233.4102	} 2η περίοδος
6,	56.2468,	256.2520	
8,	104.3047,	304.3111	
5,	30.6250,	230.6306	



Συνόρθωση σταθμού (2/4)

- Γιατί την κάνουμε;
 - Υπολογισμός αντιπροσωπευτικής τιμής για κάθε σκοπευόμενη διεύθυνση στο δίκτυο μέσω συνόρθωσης των πρωτογενών μετρήσεων σε διαφορετικές περιόδους και σε I/II θέση τηλεσκοπίου.
 - Υπολογισμός της (εσωτερικής) ακρίβειας για την αντιπροσωπευτική τιμή κάθε σκοπευόμενης διεύθυνσης στο δίκτυο.
 - Εκτίμηση της ακρίβειας του οργάνου που χρησιμοποιήθηκε στις παρατηρήσεις διευθύνσεων.



Μοντέλο συνόρθωσης σταθμού (για κάθε σημείο στάσης του δικτύου)

I θέση τηλεσκοπίου

$$\delta_{i, (1)}^{(I)} = \delta_i - \theta_{(1)} + v_{i, (1)}^{(I)}$$

$$\delta_{j, (1)}^{(I)} = \delta_j - \theta_{(1)} + v_{j, (1)}^{(I)}$$

...

II θέση τηλεσκοπίου

$$\delta_{i, (1)}^{(II)} = \delta_i + 200^g - \theta_{(1)} + v_{i, (1)}^{(II)}$$

$$\delta_{j, (1)}^{(II)} = \delta_j + 200^g - \theta_{(1)} + v_{j, (1)}^{(II)}$$

...

$$\delta_{i, (2)}^{(I)} = \delta_i - \theta_{(2)} + v_{i, (2)}^{(I)}$$

$$\delta_{j, (2)}^{(I)} = \delta_j - \theta_{(2)} + v_{j, (2)}^{(I)}$$

...

$$\delta_{i, (2)}^{(II)} = \delta_i + 200^g - \theta_{(2)} + v_{i, (2)}^{(II)}$$

$$\delta_{j, (2)}^{(II)} = \delta_j + 200^g - \theta_{(2)} + v_{j, (2)}^{(II)}$$

...

1η περίοδος
2η περίοδος

(*) κοινή συνόρθωση των παραπάνω μετρήσεων με μοναδιαίο πίνακα βάρους (αδυναμία βαθμού = 1)

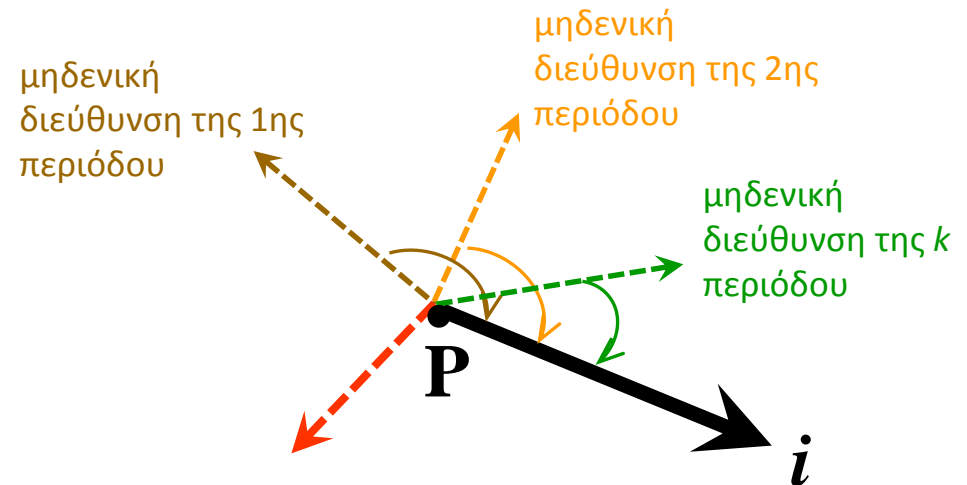
K.O.K

.



Συνόρθωση σταθμού (3/4)

- Από κάθε σημείο στάσης του δικτύου μετράμε ένα πλήθος οριζόντιων διευθύνσεων προς άλλα σημεία, σε διαφορετικές περιόδους.



μηδενική διεύθυνση αναφοράς των αποτελεσμάτων της συνόρθωσης σταθμού (ως προς την οποία αναφέρεται η τιμή δ_i) – ΕΠΙΛΕΓΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟΝ ΧΡΗΣΤΗ ή ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ



1. a-posteriori μεταβλητότητα = 8.6592

βαθμοί ελευθερίας = 20

κριτήριο βελτιστοποίησης = 173.1833

ΑΡΧΕΙΟ ΛΥΣΗΣ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗΣ ΣΤΑΘΜΟΥ

2. ΟΙ ΣΥΝΟΡΘΩΜΕΝΕΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

σκοπευόμενο σημείο	συνορθωμένη διεύθυνση (grad)	τυπική απόκλιση (cc)
4	0.00000	1.20
6	22.84084	1.20
15	32.38065	1.20
8	70.90007	1.20
5	397.21981	1.20

Εισάγονται στην τελική
συνόρθωση του δικτύου

3. ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

σημείο	θέση τηλεσκοπίου		παρατήρηση (I+II) / 2	σφάλμα παρατήρησης (cc)	τυπική απόκλιση σφάλματος (cc)	εξωτερικά ομαλοποιημένο σφάλμα
	I (grad)	II (grad)				
4	0.4370	200.4405	0.4387	-0.37	2.63	-0.14
6	23.2770	223.2815	23.2793	-3.78	2.63	-1.48
15	32.8170	232.8222	32.8196	1.63	2.63	0.61
8	71.3361	271.3427	71.3394	5.47	2.63	2.29
5	397.6561	197.6605	397.6583	-2.95	2.63	-1.13
4	33.4064	233.4102	33.4083	1.93	2.63	0.73
6	56.2468	256.2520	56.2494	4.52	2.63	1.81
15	65.7852	265.7918	65.7885	-2.57	2.63	-0.97

Συνόρθωση σταθμού (για ζενίθειες γωνίες)

(1/2)

- Τι είναι;
 - Στάδιο προ-επεξεργασίας για τις επαναλαμβανόμενες μετρήσεις ζενίθειων γωνιών που εκτελούνται από κάποιο σημείο στάσης του δικτύου σε I και II θέση τηλεσκοπίου (οι ζενίθειες γωνίες δεν μετρούνται σε περιόδους).

	I θέση τηλεσκ.	II θέση τηλεσκ.
4,	43.4370,	356.5690
4,	43.4310,	356.5620
4,	43.4300,	356.5660
0		
5,	61.2420,	338.7530
5,	61.2500,	338.7580
5,	61.2480,	338.7620
	:	:



Συνόρθωση σταθμού (για ζενίθειες γωνίες)

(2/2)

- Γιατί την κάνουμε;
 - Υπολογισμός αντιπροσωπευτικής τιμής για κάθε μετρούμενη ζενίθεια γωνία στο δίκτυο μέσω συνόρθωσης των πρωτογενών μετρήσεων σε I/II θέση τηλεσκοπίου.
 - Για την απαλοιφή του σφάλματος δείκτου.
 - Υπολογισμός της (εσωτερικής) ακρίβειας για τις αντιπροσωπευτικές τιμές των ζενίθειων γωνιών.
 - Εκτίμηση της ακρίβειας του οργάνου που χρησιμοποιήθηκε στις παρατηρήσεις.



Μοντέλο συνόρθωσης σταθμού ζενιθίων γωνιών

(για κάθε σημείο στάσης του δικτύου)

I θέση τηλεσκοπίου

$$\zeta_i^{(I)} = \zeta_i - z + v_i^{(I)}$$

$$\zeta_i^{(I)} = \zeta_i - z + v_i^{(I)}$$

...

II θέση τηλεσκοπίου

$$400^g - \zeta_i^{(II)} = \zeta_i + z + v_i^{(II)}$$

$$400^g - \zeta_i^{(II)} = \zeta_i + z + v_i^{(II)}$$

...

$$\zeta_k^{(I)} = \zeta_k - z + v_k^{(I)}$$

$$\zeta_k^{(I)} = \zeta_k - z + v_k^{(I)}$$

...

$$400^g - \zeta_k^{(II)} = \zeta_k + z + v_k^{(II)}$$

$$400^g - \zeta_k^{(II)} = \zeta_k + z + v_k^{(II)}$$

...

επαναλαμβ. μετρήσεις
προς το σημείο k

K.O.K.

(*) κοινή συνόρθωση των παραπάνω μετρήσεων
με μοναδιαίο πίνακα βάρους



Συνόρθωση σταθμού (4/4)

Για περισσότερες λεπτομέρειες βλέπε
βιβλίο Δ. Ρωσικόπουλου
(κεφ. 5 και κεφ. 8)



Επίλυση βάσεων GPS

**Βλέπε στο υποχρεωτικό μάθημα GPS του 5^{ου}
εξαμήνου καθώς και σε άλλα σχετικά
επιλεγόμενα μαθήματα
του Τομέα ΓΤΟ**



Ακρίβεια παρατηρήσεων και δημιουργία πίνακα βάρους (1/2)

- Κάθε συνόρθωση δικτύου απαιτεί έναν πίνακα βάρους για τις παρατηρήσεις
- Θεωρητικά, η επιλογή του καθορίζεται από το στοχαστικό μοντέλο των (τυχαίων σφαλμάτων των) μετρήσεων
- Εμπειρικού-τύπου επιλογές για τον πίνακα βάρους είναι συχνές σε πρακτικές εφαρμογές

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad \mathbf{v} \sim (\mathbf{0}, \underbrace{\sigma_o^2 \mathbf{P}^{-1}}_{\mathbf{C}_v})$$



Ακρίβεια παρατηρήσεων και δημιουργία πίνακα βάρους (2/2)

- Συχνά, αλλά όχι πάντα, ο πίνακας βάρους είναι διαγώνιος και βασίζεται στις τυπικές ακρίβειες των μετρήσεων (είτε την κατασκευαστική ακρίβεια του οργάνου είτε την υπολογισμένη ακρίβεια από το στάδιο της προ-επεξεργασίας).
- Στα δίκτυα GPS ο πίνακας βάρους είναι μη-διαγώνιος και προκύπτει από τις επιμέρους επιλύσεις βάσεων που θα χρησιμοποιηθούν στη συνόρθωση.

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mathbf{q} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad \mathbf{v} \sim \left(\mathbf{0}, \underbrace{\sigma_o^2 \mathbf{P}^{-1}}_{\mathbf{C}_v} \right)$$



Πίνακας βάρους υψομετρικών δικτύων (γεωμετρικής χωροστάθμησης) (1/3)

- Οι παρατηρήσεις υψομετρικών διαφορών συνήθως θεωρούνται **ασυσχέτιστες** μεταξύ τους
- Γενικά, η ακρίβεια των παρατηρήσεων υψομετρικών διαφορών σε ένα χωροσταθμικό δίκτυο λαμβάνεται ως εξής:

$$\sigma_{\Delta H_{ik}}^2 = \sigma_o^2 L_{ik}$$

σ_o^2 Ακρίβεια χωροβάτη σε διπλή χωροσταθμική όδευση (μετάβαση + επιστροφή) μήκους 1km

L_{ik} μήκος χωροσταθμικής όδευσης σε km



Πίνακας βάρους υψομετρικών δικτύων (γεωμετρικής χωροστάθμησης) (2/3)

- Αν η ακρίβεια του χωροβάτη είναι άγνωστη:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_{ik} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}$$



- Αν η ακρίβεια του χωροβάτη είναι γνωστή

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_{ik} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \mathbf{P} = \frac{1}{\sigma_o^2} \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_{ik} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}$$

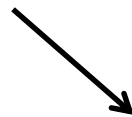


Πίνακας βάρους υψομετρικών δικτύων (γεωμετρικής χωροστάθμησης) (3/3)

- Η υψομετρική διαφορά προκύπτει ως συνθετική παρατήρηση σύμφωνα με την σχέση: $\Delta H_{ik} = S_{ik} \cos \zeta_{ik} - (Y_{\Sigma} - Y_{\Omega})$

- Εφαρμόζοντας το Νόμο Μετάδοσης Συμμεταβλητοτήτων θα έχουμε:

$$\sigma_{\Delta H_{ik}}^2 = \cos^2 \zeta_{ik} \sigma_{S_{ik}}^2 + S_{ik}^2 \sin^2 \zeta_{ik} \sigma_{\zeta_{ik}}^2$$



Δημιουργία πίνακα βάρους



Ακρίβεια πλευρομετρήσεων

- Γενικό μοντέλο μετρητικής ακρίβειας οριζόντιας απόστασης με total station

$$\sigma^2 = \underbrace{a^2 + b^2 S^2}_{\text{Ακρίβεια μέτρησης κεκλιμένης απόστασης } S} + \left(\frac{\Delta H^2}{S^2} \sigma_{\Delta H}^2 \right) \text{ Επίδραση γεωμετρικών αναγωγών}$$

*Ακρίβεια μέτρησης
κεκλιμένης απόστασης S*

- Οι σταθερές **a** (σε mm ή cm) και **b** (σε ppm) χαρακτηρίζουν την ακρίβεια του οργάνου και παρέχονται από τον κατασκευαστή.



Ακρίβεια γωνιομετρήσεων

- Για μεμονωμένες μετρήσεις: μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε η ακρίβεια οργάνου είτε κάποια άλλη τιμή που θεωρούμε ότι προσεγγίζει την ακρίβεια της μέτρησης (με το δεδομένο όργανο στις δεδομένες συνθήκες από τον συγκεκριμένο παρατηρητή).
- Για συνθετικές παρατηρήσεις: πρέπει να χρησιμοποιηθεί η ακρίβεια των συνθετικών παρατηρήσεων όπως προέκυψε από το στάδιο της προ-επεξεργασίας (π.χ. συνόρθωση σταθμού, υπολογισμός γωνιών από οριζόντιες διευθύνσεις).



Πίνακας βάρους σε δίκτυα GPS

- Προκύπτει από τους πίνακες συμ-μεταβλητοτήτων των συνιστωσών βάσεων GPS που επιλύονται στο στάδιο της προεπεξεργασίας των αρχικών μετρήσεων.

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{ik} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{C}_{ik} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta x_{ik}}^2 & \sigma_{\Delta x_{ik}, \Delta y_{ik}} & \sigma_{\Delta x_{ik}, \Delta z_{ik}} \\ \text{Symmetric} & \sigma_{\Delta y_{ik}}^2 & \sigma_{\Delta y_{ik}, \Delta z_{ik}} \\ & & \sigma_{\Delta z_{ik}}^2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta x_{ik} = x_k - x_i$$

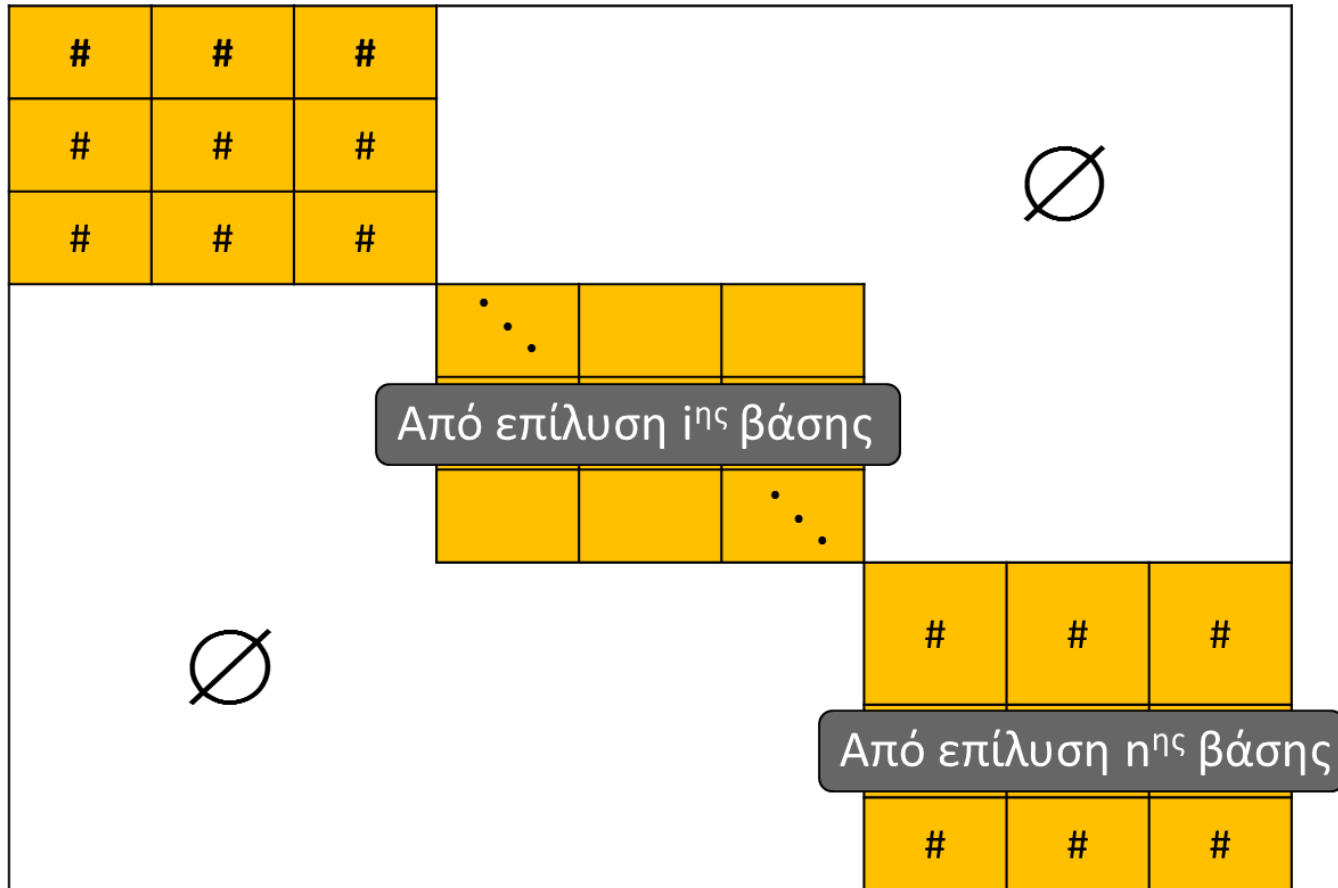
$$\Delta y_{ik} = y_k - y_i$$

$$\Delta z_{ik} = z_k - z_i$$

(*) οι βάσεις θεωρούνται ασυσχέτιστες μεταξύ τους
(απλουστευτική παραδοχή που δεν ισχύει πάντα)



Πίνακας βάρους σε δίκτυα GPS (η πιο απλή περίπτωση)



Πίνακας βάρους σε δίκτυα GPS (σχόλια)

- Πόσες και ποιές βάσεις GPS πρέπει να συμμετάσχουν στην τελική συνόρθωση του δικτύου;
- Οι επιμέρους πίνακες συμ-μεταβλητοτήτων των βάσεων GPS από την προεπεξεργασία των μετρήσεων δεν είναι ρεαλιστικοί.



Πίνακας βάρους σε δίκτυα GPS

(σχόλια) (2/2)

- Η “διόρθωση” των πινάκων αυτών μέσω κατάλληλου re-scaling μπορεί να γίνει είτε με αυστηρά στατιστικά κριτήρια είτε με εμπειρικές τεχνικές.
- Τα περισσότερα εμπορικά λογισμικά GPS χρησιμοποιούν λογικές “black-box” για τέτοιου είδους διαδικασίες και συνήθως δίνουν **υπερεκτιμημένες ακρίβειες** για τα τελικά αποτελέσματα της συνόρθωσης δικτύου.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνα 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 4: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 5: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 6: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 7: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος>< πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Πίνακες
- Πίνακας 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Αναφοράς

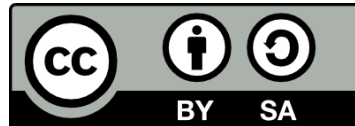
Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χριστόφορος Κωτσάκης, «Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί, Προ – επεξεργασία και έλεγχος μετρήσεων δικτύου». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευστάθιος Μπουχουράς
Θεσσαλονίκη,



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

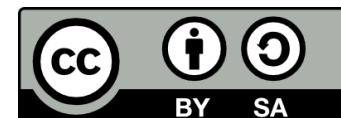


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

