ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί

Ενότητα **9**: Η έννοια και η χρήση των εσωτερικών δεσμεύσεων

Χριστόφορος Κωτσάκης
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Η έννοια και η χρήση των εσωτερικών δεσμεύσεων

Περιεχόμενα ενότητας (1/2)

- Η έννοια της συμβατότητας διαφορετικών σετ συντεταγμένων σε ένα δίκτυο.
- Το γραμμικοποιημένο μοντέλο του μετασχηματισμού ομοιότητας.
- Συνόρθωση δικτύου μέσω δεσμεύσεων για τις βασικές παραμέτρους του συστήματος αναφοράς. Γενική μορφή εσωτερικών δεσμεύσεων και ειδικές περιπτώσεις. Αλγόριθμος συνόρθωσης δικτύου μέσω εσωτερικών δεσμεύσεων.

Περιεχόμενα ενότητας (2/2)

- Γενική μορφή εσωτερικών δεσμεύσεων και ειδικές περιπτώσεις.
- Αλγόριθμος συνόρθωσης δικτύου μέσω εσωτερικών δεσμεύσεων.

Σκοποί ενότητας

- ***Η έννοια της συμβατότητας διαφορετικών σετ συντεταγμένων σε ένα δίκτυο. Το γραμμικοποιημένο μοντέλο του μετασχηματισμού ομοιότητας. Συνόρθωση δικτύου μέσω δεσμεύσεων για τις βασικές παραμέτρους του συστήματος αναφοράς. Γενική μορφή εσωτερικών δεσμεύσεων και ειδικές περιπτώσεις. Αλγόριθμος συνόρθωσης δικτύου μέσω εσωτερικών δεσμεύσεων.***

Τίτλος και Αρίθμηση (1/3)

1. Η λογική των εσωτερικών δεσμεύσεων
2. 2Δ μετασχηματισμός ομοιότητας
3. 3Δ μετασχηματισμός ομοιότητας
4. 1Δ μετασχηματισμός ομοιότητας
5. Να θυμόσαστε ότι
6. Γενικό μοντέλο σύγκρισης δύο σετ συντεταγμένων

Τίτλος και Αρίθμηση (2/3)

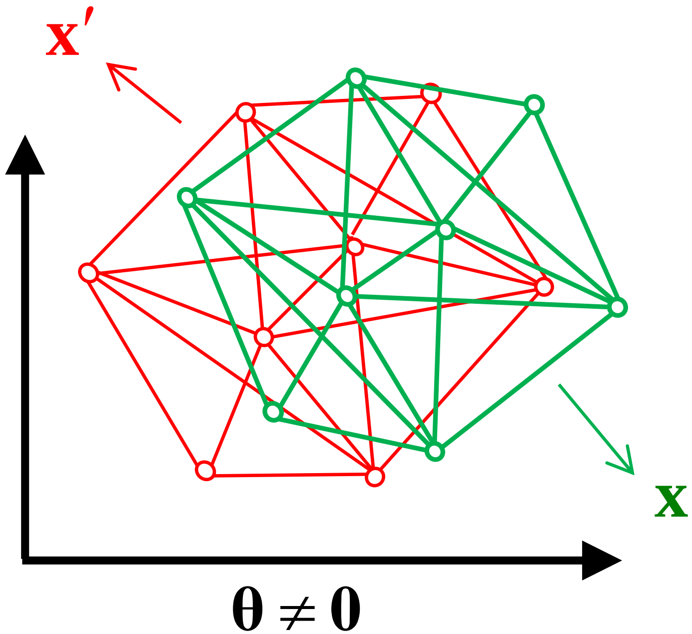
7. Παράμετροι μετασχ/μού ομοιότητας μεταξύ δύο σετ συντεταγμένων
8. Συμπέρασμα
9. Σε ποιες εξισώσεις δεσμεύσεων αντιστοιχεί η συνθήκη $\mathbf{G}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) = \mathbf{0}$;
10. Συνόρθωση δικτύου και μετασχηματισμός ομοιότητας
11. Δομή του πίνακα G

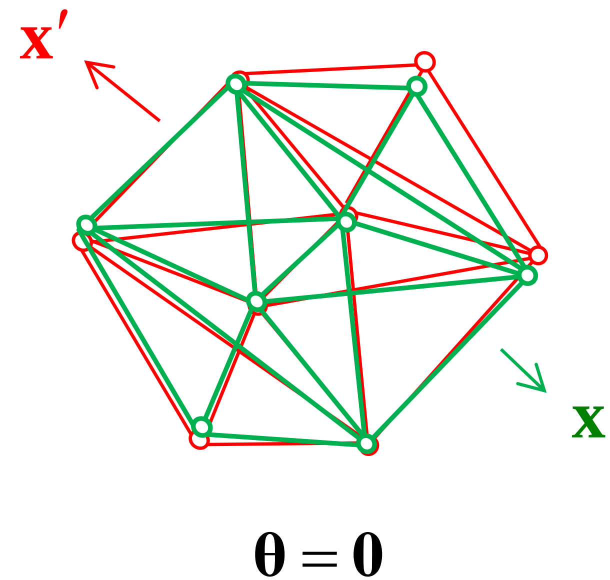
Τίτλος και Αρίθμηση (3/3)

12. Εποπτική αντίληψη
13. Σχόλια
14. Εσωτερικές δεσμεύσεις
15. Πίνακας των εσωτερικών δεσμεύσεων
16. Παράδειγμα
17. Συνόρθωση δικτύου με εσωτερικές δεσμεύσεις
18. Να θυμάστε ότι

Η λογική των εσωτερικών δεσμεύσεων

- Η συμβατότητα μεταξύ 2 σετ συντεταγμένων, **x** και **x**′, <u>ως προς το ΣΑ τους</u> εξασφαλίζεται όταν οι *παράμετροι μετασχηματισμού ομοιότητας* μεταξύ τους είναι μηδέν





2Δ μετασχηματισμός ομοιότητας
(γραμμικοποιημένο μοντέλο)

$$\boxed{\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1' \\ y_1' \\ \vdots \\ x_N' \\ y_N' \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}'} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \vdots \\ x_N \\ y_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & y_1 & x_1 \\ 0 & 1 & -x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & y_N & x_N \\ 0 & 1 & -x_N & y_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}^{\mathrm{T}}} \underbrace{\begin{bmatrix} t_{\mathrm{x}} \\ t_{\mathrm{y}} \\ \varepsilon \\ \delta s \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\theta}}$$

3Δ μετασχηματισμός ομοιότητας
(γραμμικοποιημένο μοντέλο)

$$\boxed{\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1' \\ y_1' \\ z_1' \\ \vdots \\ x_N' \\ y_N' \\ z_N' \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}'} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ \vdots \\ x_N \\ y_N \\ z_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_1 & y_1 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & z_1 & 0 & -x_1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -y_1 & x_1 & 0 & z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z_N & y_N & x_N \\ 0 & 1 & 0 & z_N & 0 & -x_N & y_N \\ 0 & 0 & 1 & -y_N & x_N & 0 & z_N \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}^{\mathrm{T}}} \underbrace{\begin{bmatrix} t_{\mathrm{x}} \\ t_{\mathrm{y}} \\ t_{\mathrm{z}} \\ \varepsilon_{\mathrm{x}} \\ \varepsilon_{\mathrm{y}} \\ \varepsilon_{\mathrm{z}} \\ \delta s \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\theta}}$$

1Δ μετασχηματισμός ομοιότητας
(γραμμικοποιημένο μοντέλο)

$$\boxed{\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} H_1' \\ \vdots \\ H_{\mathrm{N}}' \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}'} = \underbrace{\begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_{\mathrm{N}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & H_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & H_{\mathrm{N}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}^{\mathrm{T}}} \underbrace{\begin{bmatrix} t_{\mathrm{H}} \\ \delta s \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\theta}}$$

Να θυμόσαστε ότι

- Η χρήση του **γραμμικοποιημένου μοντέλου του μετασχηματισμού ομοιότητας** για ΓΕΩ-ΤΟΠΟ εφαρμογές

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}$$

- βασίζεται σε δύο προϋποθέσεις
  - η διαφορά κλίμακας μεταξύ των 2 σετ συντεταγμένων είναι σχετικά μικρή ($-10^{-4} < \delta s < 10^{-4}$)
  - η διαφορά προσανατολισμού μεταξύ των 2 σετ συντεταγμένων είναι σχετικά μικρή (γωνίες στροφής μικρότερες του ±1 arcmin)

Γενικό μοντέλο σύγκρισης δύο σετ συντεταγμένων (1/3)

- Γενικά, λόγω των σφαλμάτων που πάντα υπάρχουν στα σετ συντεταγμένων **x** και **x**′, θα έχουμε

$$\mathbf{x}' - \mathbf{x} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}$$

όπου:

$\mathbf{x}', \mathbf{x}$ Διαφορετικά σετ συντεταγμένων στο ίδιο δίκτυο

$\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}$ **Συστηματικό μέρος** των διαφορών συντεταγμένων

$\mathbf{v}$ **Τυχαίο μέρος** των διαφορών συντεταγμένων

Γενικό μοντέλο σύγκρισης δύο σετ συντεταγμένων (2/3)

- Γενικά, λόγω των σφαλμάτων που πάντα υπάρχουν στα σετ συντεταγμένων **x** και **x**′, θα έχουμε

$$\mathbf{x}' - \mathbf{x} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}$$

- Περιγράφει τη **συστηματική διαφορά** μεταξύ δύο σετ συντεταγμένων μέσω μεταθέσεων, στροφών και αλλαγής μετρητικής κλίμακας.
- Εκφράζει την ασυμβατότητα μεταξύ δύο σετ συντεταγμένων σε επίπεδο συστήματος αναφοράς.

Γενικό μοντέλο σύγκρισης δύο σετ συντεταγμένων (3/3)

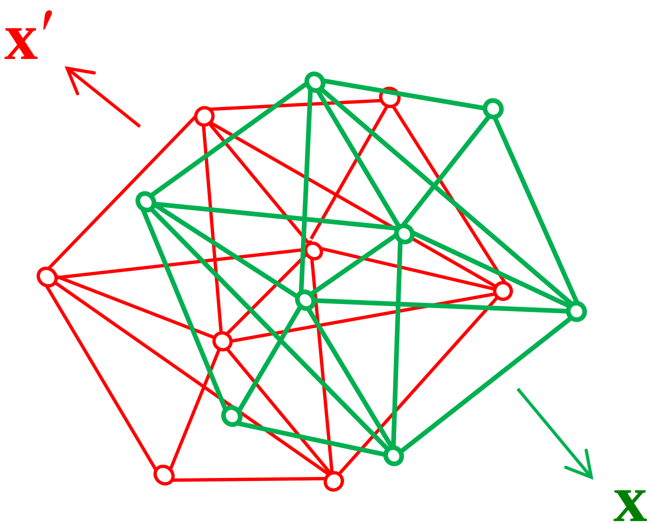
- Γενικά, λόγω των σφαλμάτων που πάντα υπάρχουν στα σετ συντεταγμένων **x** και **x**′, θα έχουμε

$$\mathbf{x}' - \mathbf{x} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}$$

- Αντανακλούν την **εσωτερική στατιστική ακρίβεια** των δύο σετ συντεταγμένων (τυχαία σφάλματα).
- Μπορεί να περιέχουν και συστηματικές επιδράσεις που τυχόν υπάρχουν στις συντεταγμένες **x** ή **x**′ .
(οι οποίες δεν μπορούν να περιγραφούν μέσω του μετασχ/μού ομοιότητας)

Παράμετροι μετασχ/μού ομοιότητας μεταξύ δύο σετ συντεταγμένων (1/3)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathbf{G}(\mathbf{x}' - \mathbf{x})$$

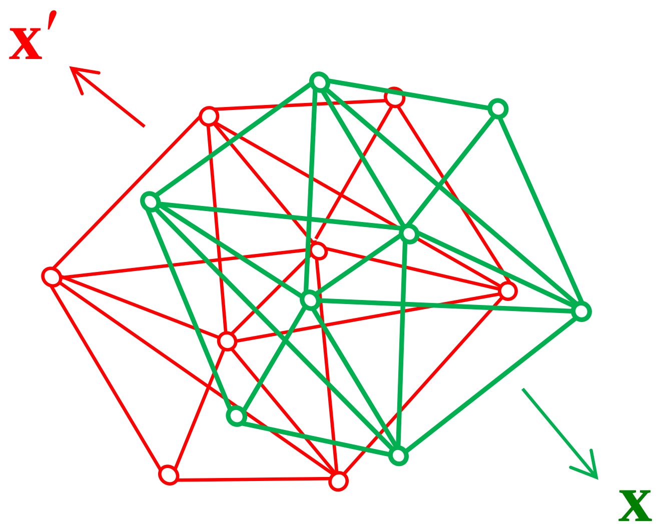


Εκτίμηση (μέσω ΜΕΤ) των παραμέτρων μετασχηματισμού ομοιότητας

Εκφράζουν το κατά πόσο τα δύο σετ συντεταγμένων υλοποιούν το ίδιο ΣΑ

Παράμετροι μετασχ/μού ομοιότητας μεταξύ δύο σετ συντεταγμένων (2/3)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathbf{G}(\mathbf{x}' - \mathbf{x})$$

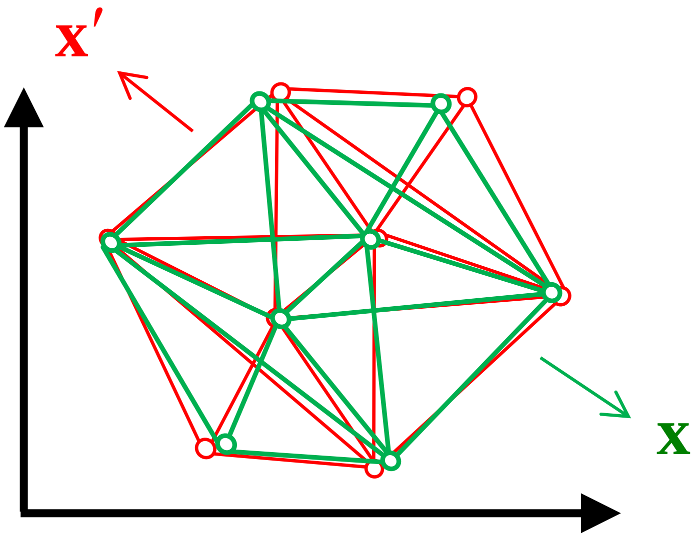


Εκτίμηση (μέσω ΜΕΤ) των παραμέτρων μετασχηματισμού ομοιότητας

Εκφράζουν το κατά πόσο τα δύο σετ συντεταγμένων υλοποιούν το ίδιο ΣΑ

Παράμετροι μετασχ/μού ομοιότητας μεταξύ δύο σετ συντεταγμένων (3/3)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{G}\mathbf{G}^{T})^{-1}\mathbf{G}(\mathbf{x}'-\mathbf{x})$$



$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$$

$$\downarrow$$

*Τα σετ συντεταγμένων **x** και **x**′ υλοποιούν το ίδιο ΣΑ !*

$$\downarrow$$

Αναγκαία συνθήκη

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

Συμπέρασμα

- Αν ισχύει η παρακάτω συνθήκη μεταξύ δύο διαφορετικών σετ συντεταγμένων **x** και **x**′,

$$\mathbf{G}\,(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \;=\; \mathbf{0}$$

τότε αυτά τα σετ συντεταγμένων αναφέρονται στο ίδιο σύστημα αναφοράς!

Σε ποιες εξισώσεις δεσμεύσεων αντιστοιχεί η συνθήκη $\mathbf{G}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) = \mathbf{0}$;

π.χ. για 2Δ σετ συντεταγμένων

$$\sum_{i=1}^{N} x_i' - x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_i' - y_i = 0$$

$\longrightarrow$ No-net translation

$$\sum_{i=1}^{N} y_i(x_i' - x_i) - x_i(y_i' - y_i) = 0$$

$\longrightarrow$ No-net rotation

$$\sum_{i=1}^{N} x_i(x_i' - x_i) + y_i(y_i' - y_i) = 0$$

$\longrightarrow$ No-net scale difference

Σε ποιες εξισώσεις δεσμεύσεων αντιστοιχεί η συνθήκη $\mathbf{G}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) = \mathbf{0}$;

$$\sum_{i=1}^{N} x_i' - x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_i' - y_i = 0$$

$$\longrightarrow$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i' = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i' = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i$$

$$\uparrow$$

Διατήρηση του κέντρου βάρους του δικτύου

$$\sum_{i=1}^{N} y_i(x_i' - x_i) - x_i(y_i' - y_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i(x_i' - x_i) + y_i(y_i' - y_i) = 0$$

Σε ποιες εξισώσεις δεσμεύσεων αντιστοιχεί η συνθήκη $\mathbf{G}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) = \mathbf{0}$;

π.χ. για 1Δ σετ συντεταγμένων

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} H_i' - H_i = 0} \longrightarrow \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} H_i' = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} H_i$$

No-net vertical shifting

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} H_i(H_i' - H_i) = 0} \longrightarrow$$

No-net scale difference

Συνόρθωση δικτύου και μετασχηματισμός ομοιότητας (1/2)

- Το ΣΑ για τη συνόρθωση ενός δικτύου μπορεί να οριστεί μέσω δεσμεύσεων που εξασφαλίζουν το μηδενισμό των παραμέτρων μετασχηματισμού μεταξύ:
  - των συνορθωμένων συντεταγμένων, και
  - κάποιων γνωστών συντεταγμένων αναφοράς για τις κορυφές του

$$\text{π.χ.} \quad \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}^{o}) = \mathbf{G}\boldsymbol{\delta}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$$

(*) το συνορθωμένο δίκτυο θα αναφέρεται στο ίδιο ΣΑ που υλοποιούν οι προσεγγιστικές συντεταγμένες σε όλες τις κορυφές του!

Συνόρθωση δικτύου και μετασχηματισμός ομοιότητας (2/2)

- Οι προηγούμενες δεσμεύσεις μπορούν επίσης να εφαρμοστούν **σε ορισμένα μόνο** από τα σημεία του δικτύου (π.χ. μόνο στους σταθμούς αναφοράς)

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 \\ \hat{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{σταθμοί αναφοράς} \\ \longrightarrow \text{νέα σημεία} \end{array}$$

$$\mathbf{G}_1(\hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1^o) = \mathbf{G}_1 \delta\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{0}$$

(*) το συνορθωμένο δίκτυο θα αναφέρεται στο ίδιο ΣΑ που υλοποιείται από τις προσεγγιστικές συντεταγμένες στους σταθμούς αναφοράς!

Δομή του πίνακα G (1/2)

$$\mathbf{G} = \Big[\, \overbrace{\mathbf{G}_1}^{\mathbf{x}_1} \quad \overbrace{\mathbf{G}_2}^{\mathbf{x}_2} \,\Big] \Big\} \, \theta$$

- Οι γραμμές του πίνακα G αναφέρονται στις βασικές παραμέτρους του ΣΑ (μεταθέσεις, στροφές, κλίμακα).
- Οι στήλες του πίνακα G αναφέρονται στις συντεταγμένες όλων των σημείων του δικτύου.
- Οι υποπίνακες G_1 και G_2 αντιστοιχούν σε διαφορετικές ομάδες σημείων (π.χ. σταθμοί αναφοράς και νέα σημεία).

Δομή του πίνακα G (2/2)

$$\mathbf{G} = \left[\begin{array}{cc} \overbrace{\mathbf{G}_1}^{\mathbf{x}_1} & \overbrace{\mathbf{G}_2}^{\mathbf{x}_2} \end{array} \right] \Big\} \, \theta$$

Δεσμεύσεις για το ΣΑ κατά τη συνόρθωση δικτύου

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1^o \\ \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2^o \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

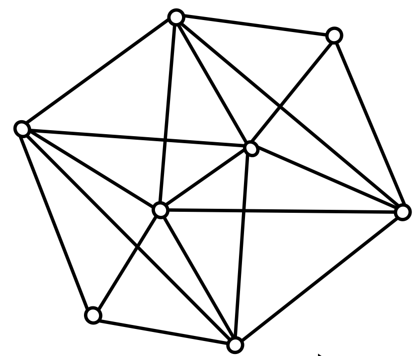
χρήση ΟΛΩΝ των σημείων του δικτύου

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1^o \\ \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2^o \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

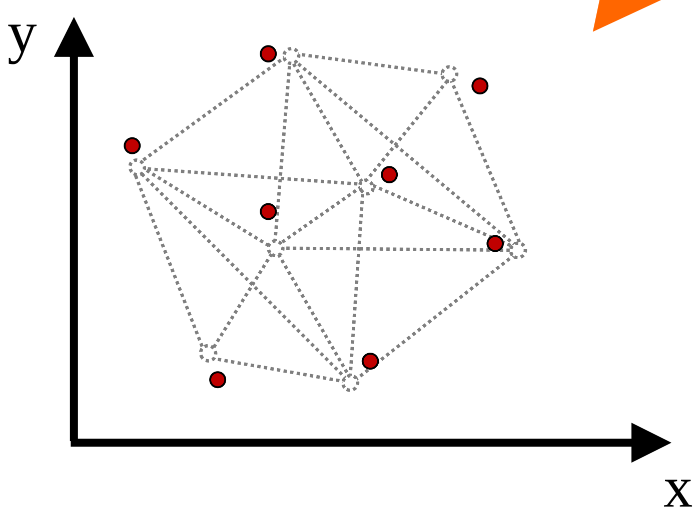
χρήση μόνο των σημείων της 1ης ομάδας

Εποπτική αντίληψη (1/2)

$$\mathbf{G}\,\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$$



Μορφή ελεύθερου δικτύου



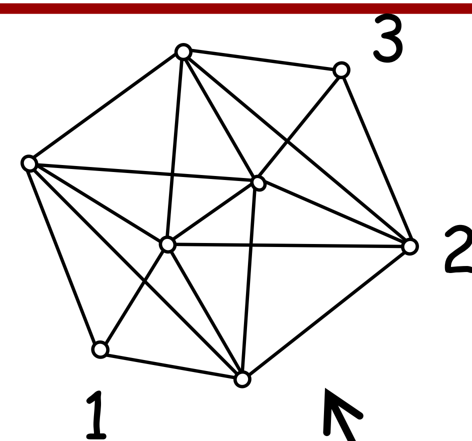
$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^o + \delta\hat{\mathbf{x}})$$

Οι παράμετροι μετασχηματισμού ομοιότητας μεταξύ $\hat{\mathbf{x}}$ και $\mathbf{x}^o$ είναι μηδέν

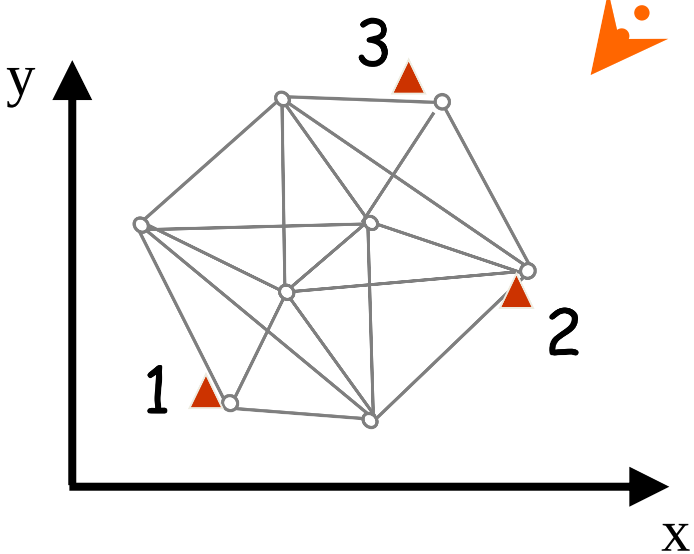
$$\boxed{\mathbf{N}\,\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}}$$

Εποπτική αντίληψη (2/2)

$$\mathbf{G}_1\,\delta\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{0}$$



Μορφή ελεύθερου δικτύου



$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^o + \delta\hat{\mathbf{x}})$$

Οι παράμετροι μετασχηματισμού ομοιότητας μεταξύ $\hat{\mathbf{x}}_1$ και $\mathbf{x}_1^o$ είναι μηδέν

$$\boxed{\mathbf{N}\,\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}}$$

Τι είδους δεσμεύσεις είναι αυτές ;

Ελάχιστες ή πλεονάζουσες ;

Παραμορφώνουν ή όχι το δίκτυο ;

(βλέπε επόμενη διαφάνεια)

Δεσμεύσεις για το ΣΑ κατά την συνόρθωση δικτύου

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1^o \\ \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2^o \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

Εξασφαλίζουν ότι οι παράμετροι μετασχηματισμού ομοιότητας μεταξύ $\hat{\mathbf{x}}$ και $\mathbf{x}^o$ είναι μηδέν

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1^o \\ \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2^o \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

Εξασφαλίζουν ότι οι παράμετροι μετασχηματισμού ομοιότητας μεταξύ $\hat{\mathbf{x}}_1$ και $\mathbf{x}_1^o$ είναι μηδέν

Σχόλια (1/2)

- Αν χρησιμοποιηθούν οι δεσμεύσεις $\mathbf{G}\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ ή $\mathbf{G}_1\delta\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{0}$ για τη συνόρθωση του δικτύου, τότε:
  - η απόλυτη θέση,
  - ο προσανατολισμός, και
  - η κλίμακα του δικτύου
- <u>καθορίζονται εξ΄ ολοκλήρου</u> από τις γνωστές (προσεγγιστικές) συντεταγμένες των σημείων που συμμετέχουν στις αντίστοιχες εξισώσεις δεσμεύσεων

Σχόλια (2/2)

- Σε περίπτωση που ορισμένα στοιχεία του ΣΑ του δικτύου καθορίζονται μέσω των παρατηρήσεων, π.χ.
  - κλίμακα και προσανατολισμός σε 3Δ δίκτυα GPS
  - κλίμακα σε 2Δ τοπογραφικά δίκτυα με μετρήσεις αποστάσεων
  - κλίμακα σε κατακόρυφα δίκτυα με μετρήσεις υψομετρικών διαφορών

– τότε **ενδέχεται να μη θέλουμε** να τα δεσμεύσουμε εκ νέου μέσω των προηγούμενων δεσμεύσεων.

Εσωτερικές δεσμεύσεις

- Είναι μια μικρή παραλλαγή των δεσμεύσεων $\mathbf{G}\boldsymbol{\delta}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ ή $\mathbf{G}_1\boldsymbol{\delta}\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{0}$

- Εξασφαλίζουν το μηδενισμό των παραμέτρων μετασχηματισμού μεταξύ του συνορθωμένου δικτύου και κάποιων γνωστών συντεταγμένων αναφοράς μόνο για τις παραμέτρους του ΣΑ που συμμετέχουν στην αδυναμία βαθμού του δικτύου.

- Είναι ελάχιστες δεσμεύσεις – δεν παραμορφώνουν το συνορθωμένο δίκτυο

Πίνακας των εσωτερικών δεσμεύσεων (1/2)

$$\mathbf{G} = \left.\begin{bmatrix} \overbrace{\mathbf{G}_1}^{\mathbf{x}_1} & \overbrace{\mathbf{G}_2}^{\mathbf{x}_2} \end{bmatrix}\right\}\boldsymbol{\theta}$$

$$\mathbf{E} = \left.\begin{bmatrix} \overbrace{\mathbf{E}_1}^{\mathbf{x}_1} & \overbrace{\mathbf{E}_2}^{\mathbf{x}_2} \end{bmatrix}\right\}\boldsymbol{\theta}^*$$

Οι παράμετροι **θ*** αντιστοιχούν στις παραμέτρους του ΣΑ του δικτύου που δεν ορίζονται μέσω των παρατηρήσεων

Πίνακας των εσωτερικών δεσμεύσεων (2/2)

$$\mathbf{G} = \left[\begin{array}{cc} \overbrace{\mathbf{G}_1}^{\mathbf{x}_1} & \overbrace{\mathbf{G}_2}^{\mathbf{x}_2} \end{array}\right] \Big\} \,\boldsymbol{\theta}$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\mathbf{E} = \left[\begin{array}{cc} \overbrace{\mathbf{E}_1}^{\mathbf{x}_1} & \overbrace{\mathbf{E}_2}^{\mathbf{x}_2} \end{array}\right] \Big\} \,\boldsymbol{\theta}^*$$

Ο πίνακας **E** δημιουργείται μέσω των γραμμών του πίνακα **G** που αντιστοιχούν στην αδυναμία βαθμού του δικτύου

Παράδειγμα (1/2)

- Οριζόντιο δίκτυο με μετρήσεις αποστάσεων (αδυναμία βαθμού = 3)

$$
\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ y_1 & -x_1 & \cdots & y_\mathrm{N} & -x_\mathrm{N} \\ \cancel{x_1} & \cancel{y_1} & \cancel{\cdots} & \cancel{x_\mathrm{N}} & \cancel{y_\mathrm{N}} \end{bmatrix} \begin{matrix} t_\mathrm{x} \\ t_\mathrm{y} \\ \varepsilon \\ \delta s \ \boxed{\checkmark} \end{matrix}
$$

$$
\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ y_1 & -x_1 & \cdots & y_\mathrm{N} & -x_\mathrm{N} \end{bmatrix}
$$

Πίνακας εσωτερικών δεσμεύσεων

Παράδειγμα (2/2)

- 3Δ δίκτυο GPS (αδυναμία βαθμού = 3)

$$
\mathbf{G} = \begin{array}{cc}
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\
\cancel{0} & \cancel{z_1} & \cancel{-y_1} & \cancel{\cdots} & \cancel{0} & \cancel{z_N} & \cancel{-y_N} \\
\cancel{-z_1} & \cancel{0} & \cancel{x_1} & \cancel{\cdots} & \cancel{-z_N} & \cancel{0} & \cancel{x_N} \\
\cancel{y_1} & \cancel{-x_1} & \cancel{0} & \cancel{\cdots} & \cancel{y_N} & \cancel{-x_N} & \cancel{0} \\
\cancel{x_1} & \cancel{y_1} & \cancel{z_1} & \cancel{\cdots} & \cancel{x_N} & \cancel{y_N} & \cancel{z_N}
\end{bmatrix}
&
\begin{array}{l}
t_{\mathrm{x}} \\
t_{\mathrm{y}} \\
t_{\mathrm{z}} \\
\varepsilon_{\mathrm{x}} \ ☑ \\
\varepsilon_{\mathrm{y}} \ ☑ \\
\varepsilon_{\mathrm{z}} \ ☑ \\
\delta s \ ☑
\end{array}
\end{array}
$$

$$
\mathbf{E} = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
$$

Πίνακας
εσωτερικών δεσμεύσεων

Παράδειγμα (2/)

- 1Δ υψομετρικό δίκτυο (αδυναμία βαθμού = 1)

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ \cancel{H_1} & \cancel{\cdots} & \cancel{\cdots} & \cancel{H_N} \end{bmatrix} \begin{array}{l} t_{\mathrm{H}} \\ \delta s \ \text{☑} \end{array}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Πίνακας εσωτερικών δεσμεύσεων

Συνόρθωση δικτύου με εσωτερικές δεσμεύσεις (1/3)

- Βασικές σχέσεις – ολικές εσωτερικές δεσμεύσεις

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1^o \\ \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2^o \end{bmatrix} = \mathbf{0} \qquad \mathbf{E}\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$$

$$\delta\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N}+\mathbf{E}^{\mathrm{T}}\mathbf{E})^{-1}\,\mathbf{u}$$

Θα ισχύει: $\mathbf{E}\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{o} + \delta\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{N}\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}$$

(*) Εξασφαλίζουν ότι το συνορθωμένο δίκτυο θα αναφέρεται στο ίδιο ΣΑ που υλοποιούν οι συντεταγμένες $\mathbf{x}^o$

Συνόρθωση δικτύου με εσωτερικές δεσμεύσεις (2/3)

- <u>Βασικές σχέσεις – μερικές εσωτερικές δεσμεύσεις</u>

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{x}_1^o \\ \hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{x}_2^o \end{bmatrix} = \mathbf{0} \qquad \mathbf{K}\,\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{E}_1\,\delta\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{0}$$

$$\delta\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N}+\mathbf{K}^{\mathrm{T}}\mathbf{K})^{-1}\,\mathbf{u}$$

Θα ισχύει: $\mathbf{K}\,\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{\mathrm{o}} + \delta\hat{\mathbf{x}} \qquad \mathbf{N}\,\delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}$$

(*) Εξασφαλίζουν ότι το συνορθωμένο δίκτυο θα αναφέρεται στο ίδιο ΣΑ που υλοποιούν οι συντεταγμένες $\mathbf{x}_1^{\mathrm{o}}$

Συνόρθωση δικτύου με εσωτερικές δεσμεύσεις (3/3)

- Πιο γενική μορφή

$$\mathbf{E}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}^{\text{ext}}) = \mathbf{0} \longrightarrow \mathbf{E}\,\boldsymbol{\delta}\hat{\mathbf{x}} = \underbrace{\mathbf{E}(\mathbf{x}^{\text{ext}} - \mathbf{x}^{\text{o}})}_{\mathbf{c}}$$

- όπου $\mathbf{x}^{\text{ext}}$ είναι κάποιες γνωστές συντεταγμένες αναφοράς για τις κορυφές του δικτύου

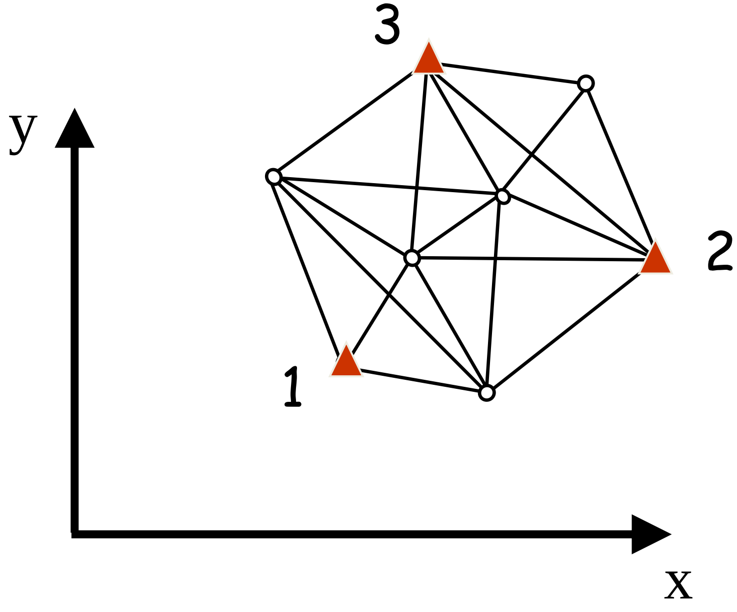
$$\boldsymbol{\delta}\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N} + \mathbf{E}^{\mathrm{T}}\mathbf{E})^{-1}(\mathbf{u} + \mathbf{E}^{\mathrm{T}}\mathbf{c})$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{\text{o}} + \boldsymbol{\delta}\hat{\mathbf{x}}$$

(*) Εξασφαλίζουν ότι το συνορθωμένο δίκτυο θα αναφέρεται στο ίδιο ΣΑ που υλοποιούν οι συντεταγμένες $\mathbf{x}^{\text{ext}}$

Να θυμάστε ότι

- Αν σε ένα δίκτυο υπάρχουν διαθέσιμοι πλεονάζοντες σταθμοί αναφοράς (βλέπε, π.χ., στο παρακάτω σχήμα) τότε έχουμε διάφορες εναλλακτικές επιλογές δεσμεύσεων για να πάρουμε μια λύση συνόρθωσης που να αναφέρεται στο ίδιο ΣΑ με αυτό των σταθμών αναφοράς..



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνα 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 4: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 5: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 6: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 7: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος>< πηγή><κ.τ.λ>

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Πίνακες
- Πίνακας 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χριστόφορος Κωτσάκης, «Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί, Η έννοια και η χρήση των εσωτερικών δεσμεύσεων». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευστάθιος Μπουχουράς

Θεσσαλονίκη,

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.