



Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί

Ενότητα **11**: Ανάλυση αξιοπιστίας δικτύου

Χριστόφορος Κωτσάκης
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

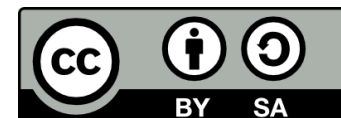


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

**ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ**



Ανάλυση αξιοπιστίας δικτύου

Περιεχόμενα ενότητας (1/2)

- Η έννοια της αξιοπιστίας για την αξιολόγηση της ποιότητας δικτύων.
- Τι επηρεάζει την αξιοπιστία του δικτύου και με ποιο τρόπο μπορεί να αξιολογηθεί;
- Στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων στα αποτελέσματα συνόρθωσης δικτύων.
- Ο ολικός έλεγχος ή έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς.
- Ο έλεγχος της γενικής υπόθεσης.



Περιεχόμενα ενότητας (2/2)

- Ο έλεγχος για την ανίχνευση χονδροειδών σφαλμάτων στις μετρήσεις δικτύου (σάρωση δεδομένων).
- Ο έλεγχος ένταξης δικτύου σε προυπάρχον σύστημα αναφοράς συντεταγμένων.



Σκοποί ενότητας

- **Η έννοια της αξιοπιστίας για την αξιολόγηση της ποιότητας δικτύων. Τι επηρεάζει την αξιοπιστία του δικτύου και με ποιο τρόπο μπορεί να αξιολογηθεί; Στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων στα αποτελέσματα συνόρθωσης δικτύων. Ο ολικός έλεγχος ή έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς. Ο έλεγχος της γενικής υπόθεσης. Ο έλεγχος για την ανίχνευση χονδροειδών σφαλμάτων στις μετρήσεις δικτύου (σάρωση δεδομένων). Ο έλεγχος ένταξης δικτύου σε προυπάρχον σύστημα αναφοράς συντεταγμένων.**



Τίτλος και Αρίθμηση (1/3)

1. Τι εννοούμε όταν λέμε “σφάλματα μοντέλου” σε ένα δίκτυο ;
2. Η έννοια της αξιοπιστίας στη συνόρθωση δικτύων
3. Είδη αξιοπιστίας δικτύου
4. Που πάνε τα σφάλματα των παρατηρήσεων ;
5. Άλλες πρακτικές εφαρμογές της ανάλυσης αξιοπιστίας δικτύου
6. Στατιστικοί έλεγχοι



Τίτλος και Αρίθμηση (2/3)

7. Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων
8. Παράδειγμα
9. Στατιστικοί έλεγχοι
10. Τρία βασικά εργαλεία
11. Ολικός έλεγχος
12. Εκτέλεση ολικού ελέγχου



Τίτλος και Αρίθμηση (3/3)

13.Χρήσιμες σχέσεις

14.Ολικός έλεγχος

15.Παράδειγμα

16.Έλεγχος της γενικής υπόθεσης

17.Παράδειγμα

18.Σάρωση δεδομένων

19.Επίλογος



Τι εννοούμε όταν λέμε “σφάλματα μοντέλου” σε ένα δίκτυο ;

- Γενικά, η αξιοπιστία ενός δικτύου σχετίζεται με την πιθανή ύπαρξη **σφαλμάτων μοντέλου** και τη μελέτη επίδρασης τους στα αποτελέσματα της συνόρθωσης.
- Δεν υπάρχει ένας και μοναδικός τρόπος αξιολόγησης της αξιοπιστίας ενός δικτύου.
- Οι διάφορες μέθοδοι αξιολόγησης της αξιοπιστίας σε ένα δίκτυο βασίζονται κυρίως στην εκτέλεση κατάλληλων στατιστικών ελέγχων πάνω στα τελικά αποτελέσματα της συνόρθωσης.



Η έννοια της αξιοπιστίας στη συνόρθωση δικτύων (1/)

- Ύπαρξη χονδροειδών σφαλμάτων στις παρατηρήσεις.
- Ύπαρξη συστηματικών εξωτερικών επιδράσεων στις παρατηρήσεις.
- Λανθασμένη επιλογή του πίνακα βάρους των παρατηρήσεων.
- Λανθασμένη επιλογή δεσμεύσεων για τον ορισμό του ΣΑ του δικτύου.



Να θυμάστε ότι..

- Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων συνόρθωσης ενός δικτύου συνδέεται άμεσα με το ακόλουθο βασικό ερώτημα:

“κατά πόσο τα αποτελέσματα της συνόρθωσης είναι ρεαλιστικά αν λάβουμε υπόψη τη στατιστική ακρίβεια των μετρήσεων που καθορίστηκε μέσω του πίνακα βάρους P ;”

() για τον έλεγχο της αξιοπιστίας ενός δικτύου είναι απαραίτητη γνώση της **συνάρτησης κατανομής πιθανότητας των τυχαίων σφαλμάτων των μετρήσεων του δικτύου***



Η έννοια της αξιοπιστίας στη συνόρθωση δικτύων (2/)

- Η ανίχνευση χονδροειδών σφαλμάτων στις μετρήσεις που συμμετέχουν στη συνόρθωση ενός δικτύου αποτελεί ένα βασικό κομμάτι για την ανάλυση της αξιοπιστίας του.
- Συχνά στη βιβλιογραφία η έννοια της αξιοπιστίας ενός δικτύου σχετίζεται εξ' ολοκλήρου με την επίδραση χονδροειδών σφαλμάτων στα τελικά αποτελέσματα της συνόρθωσης.
- Υπό αυτή την θεώρηση, η αξιοπιστία ενός δικτύου διακρίνεται σε δύο τύπους.



Είδη αξιοπιστίας δικτύου

- Εσωτερική
 - Αναφέρεται στην ικανότητα ενός δικτύου να ανιχνεύει χονδροειδή σφάλματα στις διαθέσιμες παρατηρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τη συνόρθωσή του
- Εξωτερική
 - Αναφέρεται στην επίδραση μη-ανιχνεύσιμων χονδροειδών σφαλμάτων (τα οποία δηλαδή **δεν** εντοπίστηκαν κατά τον έλεγχο της εσωτερικής αξιοπιστίας) στις τελικές εκτιμήσεις των συντεταγμένων του δικτύου.



Που πάνε τα σφάλματα των παρατηρήσεων ; (1/)

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \delta \mathbf{x} + \mathbf{v}$$

$$\xrightarrow[\mathbf{b} = \mathbf{A} \delta \hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{v}}]{\text{Συνόρθωση..}}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} (\delta \hat{\mathbf{x}} - \delta \mathbf{x}) + \hat{\mathbf{v}}$$

$$\begin{aligned} \delta \hat{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \\ &= \delta \mathbf{x} + \underbrace{(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{v}} \end{aligned}$$

Εξωτερική
αξιοπιστία

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}} &= \mathbf{b} - \mathbf{A} \delta \hat{\mathbf{x}} \\ &= \underbrace{(\mathbf{I} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P})}_{\text{Εσωτερική}} \mathbf{v} \end{aligned}$$

Εσωτερική
αξιοπιστία



Που πάνε τα σφάλματα των παρατηρήσεων ; (2/)

- Με βάση τις προηγούμενες σχέσεις, η ενδεχόμενη ύπαρξη μη-τυχαίου σφάλματος σε κάποια παρατήρηση μπορεί να έχει γενικά τις εξής συνέπειες:
 - ένα μέρος αυτού του σφάλματος θα απορροφηθεί στην τιμή του συνορθωμένου σφάλματος της παρατήρησης.
 - ένα μέρος αυτού του σφάλματος θα απορροφηθεί στις τιμές των συνορθωμένων σφαλμάτων άλλων παρατηρήσεων.
 - ένα μέρος αυτού του σφάλματος θα επηρεάσει τις τελικές εκτιμήσεις των αγνώστων παραμέτρων (συντ/νες σημείων).



Άλλες πρακτικές εφαρμογές της ανάλυσης αξιοπιστίας δικτύου

- Η μελέτη αξιοπιστίας ενός δικτύου εμπεριέχει και τον **έλεγχο διαφόρων υποθέσεων** σχετικά με την ορθότητα της “εξωτερικής πληροφορίας” που εισάγεται στον αλγόριθμο συνόρθωσης των παρατηρήσεων, π.χ.
 - Έλεγχος ένταξης δικτύων (έλεγχος σταθερών συντεταγμένων).
 - Έλεγχος σταθερότητας σημείων ενός δικτύου με βάση τη συνόρθωση διαχρονικών μετρήσεων.
 - Έλεγχος γεωμετρικών συνθηκών μεταξύ σημείων του δικτύου.
 - Έλεγχος σημαντικότητας διαφόρων συστηματικών επιδράσεων.
 - Έλεγχος κατασκευαστικής ακρίβειας οργάνων.



Στατιστικοί έλεγχοι

- Η ανάλυση αξιοπιστίας σε ένα δίκτυο ανάγεται συνήθως στην εκτέλεση κάποιου στατιστικού ελέγχου μίας μηδενικής υπόθεσης (statistical hypothesis testing).
 - Δηλαδή, ελέγχεται με βάση ένα συντελεστή εμπιστοσύνης $(1-\alpha)\%$ η στατιστική ισχύς μίας βασικής υπόθεσης H_0 σε σχέση με μία άλλη εναλλακτική υπόθεση H_α .
 - H_0 (μηδενική υπόθεση)
 - H_α (εναλλακτική υπόθεση)
- (*) Για τον στατιστικό έλεγχο της αξιοπιστίας ενός δικτύου είναι απαραίτητη η γνώση των **συνάρτησεων κατανομής** για διάφορες ποσότητες που εξαρτώνται από τα άγνωστα τυχαία σφάλματα (\mathbf{v}) των παρατηρήσεων.



Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων

Απόφαση με βάση το αποτέλεσμα
του στατιστικού ελέγχου

	H_0 δεκτή	H_0 απορρίπτεται
Πραγματικότητα H_0 σωστή	Σωστή απόφαση $(1-\alpha)\%$	Σφάλμα τύπου I $\alpha\%$
H_0 λάθος	Σφάλμα τύπου II $\beta\%$	Σωστή απόφαση $(1-\beta)\%$

Τα επίπεδα σημαντικότητας α και β δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους !



Παράδειγμα (1/)

- $H_0: E\{v_i\} = 0$ (η i^{th} παρατήρηση είναι επηρεασμένη μόνο από τυχαία σφάλματα)
- $H_a: E\{v_i\} \neq 0$ (η i^{th} παρατήρηση είναι επηρεασμένη από χονδροειδή ή/και συστηματικά σφάλματα)



Παράδειγμα (2/)

- $H_0: Hx = z$ (οι συγκεκριμένες δεσμεύσεις μεταξύ των αγνώστων παραμέτρων ισχύουν)
- $H_a: Hx \neq z$ (οι συγκεκριμένες δεσμεύσεις μεταξύ των αγνώστων παραμέτρων δεν ισχύουν)



Στατιστικοί έλεγχοι

- Για περισσότερες λεπτομέρειες, βλέπε:
- Δερμάνης Α. (1986): *Συνορθώσεις παρατηρήσεων και θεωρία εκτίμησης* (Τόμος 1). Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη (κεφ. 6)
- Δερμάνης Α. (1987): *Συνορθώσεις παρατηρήσεων και θεωρία εκτίμησης* (Τόμος 2). Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη (κεφ. 14)
- Δερμάνης Α. & Φωτίου Α. (1992): *Μέθοδοι και εφαρμογές συνόρθωσης παρατηρήσεων*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη (κεφ. 2, σελ. 39 - 49)



Τρία βασικά εργαλεία

- **Ολικός έλεγχος αξιοπιστίας**
 - Ελέγχεται η συνολική αξιοπιστία του γενικού μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για τη συνόρθωση των παρατηρήσεων.
- **Έλεγχος της “γενικής υπόθεσης”**
 - Ελέγχονται διάφορες επιμέρους δεσμεύσεις ή υποθέσεις σχετικά με την καταλληλότητα του μοντέλου συνόρθωσης (π.χ. σημαντικότητα πρόσθετων παραμέτρων, συμβατότητα πλεοναζουσών δεσμεύσεων, έλεγχοι ένταξης δικτύων, κ.ά.).
- **Σάρωση δεδομένων (ειδική περίπτωση της “γενικής υπόθεσης”)**
 - Ελέγχεται η ύπαρξη χονδροειδών σφαλμάτων στις διαθέσιμες παρατηρήσεις που χρησιμοποιούνται στη συνόρθωση του δικτύου.



Ολικός έλεγχος (1/)

- **Ολικός έλεγχος αξιοπιστίας**
(έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς, F-test, χ^2 -test)
- Ελέγχεται η ορθότητα (πιο σωστά, η καταλληλότητα) του συνολικού μοντέλου και της διαδικασίας που χρησιμοποιήθηκε για τη συνόρθωση του δικτύου

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}_0^2\} = \sigma_0^2$$

$$H_a : E\{\hat{\sigma}_0^2\} \neq \sigma_0^2$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

$$\sigma_0^2 \text{ α-priori γνωστή τιμή}$$



Ολικός έλεγχος (2/)

- Η συνόρθωση ενός δικτύου βασίζεται σε ένα σύνολο επιμέρους «μηδενικών υποθέσεων» που αποτελούν, από κοινού, τη μηδενική υπόθεση (H_0) που ελέγχεται κατά τον ολικό έλεγχο αξιοπιστίας.
- Οι αρχικές μη-γραμμικές εξισώσεις του μαθηματικού μοντέλου έχουν επιλεγεί σωστά.
- Οι αρχικές προσεγγιστικές συντεταγμένες είναι κοντά στις αληθινές τιμές και τα σφάλματα γραμμικοποίησης είναι αμελητέα.
- Οι αναγωγές και οι διορθώσεις των παρατηρήσεων έχουν γίνει σωστά.
- Τα σφάλματα των παρατηρήσεων έχουν τυχαίο χαρακτήρα.
- Το στοχαστικό μοντέλο που περιγράφει τη συμπεριφορά και το μέγεθος των τυχαίων σφαλμάτων είναι γνωστό και η επιλογή του πίνακα βάρους γίνεται σύμφωνα με αυτό το μοντέλο.



Ολικός έλεγχος (3/)

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}^2\} = \sigma_0^2$$

$$H_a : E\{\hat{\sigma}^2\} \neq \sigma_0^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

σ_0^2 α-priori γνωστή τιμή

- Συνήθως η α-priori τιμή της μεταβλητότητας αναφοράς λαμβάνεται ίση με τη μονάδα.

$$\sigma_0^2 = 1 \quad \longrightarrow$$

αυτό σημαίνει ότι ο πίνακας βάρους \mathbf{P} περιέχει όλη τη διαθέσιμη πληροφορία για την ακρίβεια των παρατηρήσεων



Εκτέλεση ολικού ελέγχου (1/)

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}^2\} = \sigma_0^2$$

$$H_a : E\{\hat{\sigma}^2\} \neq \sigma_0^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

σ_0^2 α-priori γνωστή τιμή

- Υπολογισμός της ποσότητας $F = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2}$
- Επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας α
- Έλεγχος της δίπλευρης ανισότητας

$$F_{f, \infty}^{1-\alpha/2} \leq F \leq F_{f, \infty}^{\alpha/2}$$

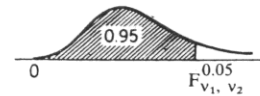


Εκτέλεση ολικού ελέγχου (2/)

Πίνακας Γ5: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής F

$$P(F \leq F_{v_1, v_2}^{\alpha}) = 1 - \alpha$$

$$1 - \alpha = 0.95 \quad \alpha = 0.05$$



		v_1																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
v_2	1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
	2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
	13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
	14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
	15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
	16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
	17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
	18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
	19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71	
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69	
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67	
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65	
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25	
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00	



Εκτέλεση ολικού ελέγχου (3/)

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}^2\} = \sigma_0^2$$

$$H_a : E\{\hat{\sigma}^2\} \neq \sigma_0^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

σ_0^2 α-priori γνωστή τιμή

- Υπολογισμός της ποσότητας $F = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2}$
- Επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας α
- Έλεγχος της δίπλευρης ανισότητας

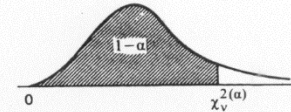
$$\chi_f^{2(1-\alpha/2)} \leq f \cdot F \leq \chi_f^{2(\alpha/2)}$$



Εκτέλεση ολικού ελέγχου (4/)

Πίνακας Γ4: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής χ^2

$$\int_{-\infty}^{\chi_v^{2(\alpha)}} f_{\chi_v}(u) du = P(u \leq \chi_v^{2(\alpha)}) = 1 - \alpha$$



$1-\alpha$ α	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.250	0.500	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999
$v = 1$	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.1015	0.4549	1.323	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.83
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	0.5754	1.386	2.773	4.605	5.991	7.378	9.210	10.60	13.82
3	0.0717	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	1.213	2.366	4.108	6.251	7.815	9.348	11.34	12.84	16.27
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.064	1.923	3.357	5.385	7.779	9.488	11.14	13.28	14.86	18.47
5	0.4117	0.5543	0.8312	1.145	1.610	2.675	4.351	6.626	9.236	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52
6	0.6757	0.8721	1.2373	1.635	2.204	3.455	5.348	7.841	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46
7	0.9893	1.239	1.690	2.167	2.833	4.255	6.346	9.037	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	5.071	7.344	10.22	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96	26.12
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	5.899	8.343	11.39	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	6.737	9.342	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	7.584	10.34	13.70	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	8.438	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	9.299	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	10.17	13.34	17.12	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31
19	6.844	7.633	8.907	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82
20	7.434	8.260	9.591	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.32
21	8.034	8.897	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80
22	8.643	9.542	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27
23	9.260	10.20	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73
24	9.886	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.84	25.34	30.43	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	21.75	26.34	31.53	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.66	27.34	32.62	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.57	28.34	33.71	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	33.66	39.34	45.62	51.80	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	42.94	49.33	56.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	52.29	59.33	66.98	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	61.70	69.33	77.58	85.53	90.53	95.02	100.4	104.2	112.3
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	71.14	79.33	88.13	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3	124.8
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	80.62	89.33	98.65	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3	137.2
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	90.13	99.33	109.1	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2	149.4

Τιμές του $\chi_v^{2(\alpha)}$ για διάφορες τιμές του συντελεστή εμπιστοσύνης $1-\alpha$ και των βαθμών ελευθερίας v .



Χρήσιμες σχέσεις

$$F_{f, \infty}^a = \frac{1}{F_{\infty, f}^{1-a}}$$

$$\chi_f^{2(a)} = f \cdot F_{f, \infty}^a$$

$$F_{f, \infty}^{a/2} = \frac{1}{F_{\infty, f}^{1-a/2}}$$

$$\chi_f^{2(a/2)} = f \cdot F_{f, \infty}^{a/2}$$



Εκτέλεση ολικού ελέγχου (5/)

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}^2\} = \sigma_0^2$$

$$H_a : E\{\hat{\sigma}^2\} \neq \sigma_0^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

$$\sigma_0^2 \text{ α-priori γνωστή τιμή}$$

- Αντί του δίπλευρου ελέγχου, μπορεί να εφαρμοστεί και ο (αυστηρότερος) μονόπλευρος έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς που γίνεται δεκτός όταν:

$$F \leq F_{f, \infty}^a \quad \text{ή} \quad f \cdot F \leq \chi_f^{2(a)}$$

(*) Στην περίπτωση αυτή, η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης οφείλεται συνήθως στην ύπαρξη χονδροειδών ή συστηματικών σφαλμάτων στις παρατηρήσεις



Εκτέλεση ολικού ελέγχου (6/)

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}^2\} = \sigma_0^2$$

$$H_a : E\{\hat{\sigma}^2\} \neq \sigma_0^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

$$\sigma_0^2 \text{ α-priori γνωστή τιμή}$$

- Αντί του δίπλευρου ελέγχου, μπορεί να εφαρμοστεί και ο (αυστηρότερος) μονόπλευρος έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς που γίνεται δεκτός όταν:

$$F \geq F_{f, \infty}^{1-a} \quad \text{ή} \quad f \cdot F \geq \chi_f^{2(1-a)}$$

(*) Στην περίπτωση αυτή, η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης οφείλεται συνήθως στη μη-σωστή επιλογή του πίνακα βάρους των παρατηρήσεων



Ολικός έλεγχος

- Αν όλες οι παρατηρήσεις στο δίκτυο έχουν εκτελεστεί με το ίδιο όργανο, τότε ο ολικός έλεγχος αξιοπιστίας αποτελεί και ένα **χρήσιμο εργαλείο** για το στατιστικό έλεγχο της κατασκευαστικής ακρίβειας του συγκεκριμένου οργάνου.
- Σε δίκτυα με ετερογενείς παρατηρήσεις → έλεγχος συνιστωσών μεταβλητότητας αναφοράς.

$$H_0 : E\{\hat{\sigma}_0^2\} = \sigma_0^2$$

$$H_a : E\{\hat{\sigma}_0^2\} \neq \sigma_0^2$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f}$$

σ_0^2 → Σχετίζεται με την κατασκευαστική ακρίβεια του οργάνου



Παράδειγμα (1/)

- Η ακρίβεια των παρατηρήσεων των υψομετρικών διαφορών για τις πλευρές ενός χωροσταθμικού δικτύου λαμβάνεται συνήθως ως εξής:

$$\sigma^2(\Delta H_{ik}) = \sigma_0^2 L_{ik}$$

- Όπου
 σ_0^2 ακρίβεια μέτρησης του χωροβάτη σε διπλή χωροσταθμική όδευση μήκους 1km

L_{ik} μήκος χωροσταθμικής όδευσης σε km



Παράδειγμα (2/)

- Σχηματισμός του πίνακα βάρους (επιλογή 1)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_{ik} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

- Σε αυτή την περίπτωση ο ολικός έλεγχος πρέπει να εκτελεστεί χρησιμοποιώντας ως a-priori μεταβλητότητα αναφοράς τη γνωστή κατασκευαστική ακρίβεια του χωροβάτη ανά km χωροσταθμικής όδευσης, π.χ. $\sigma_0^2 = 4 \text{ mm}^2 / \text{km}$



Παράδειγμα (3/)

- Σχηματισμός του πίνακα βάρους (επιλογή 1)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_{ik} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

- Σε αυτή την περίπτωση η τελική εκτίμηση της κατασκευαστικής ακρίβειας του οργάνου θα είναι ίση με $\hat{\sigma}_o^2$



Παράδειγμα (4/)

- Σχηματισμός του πίνακα βάρους (επιλογή 2)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cdot & & 0 & 0 \\ 0 & 1/(\sigma_o^2 L_{ik}) & & 0 \\ 0 & & 0 & \cdot \\ & & & \cdot \end{bmatrix}$$

- Σε αυτή την περίπτωση ο ολικός έλεγχος πρέπει να εκτελεστεί χρησιμοποιώντας ως a-priori μεταβλητότητα αναφοράς την τιμή 1.
- Η τελική εκτίμηση της κατασκευαστικής ακρίβειας του οργάνου θα είναι ίση με $\hat{\sigma}_o^2 \times \sigma_o^2$.



Έλεγχος της γενικής υπόθεσης (1/)

- Με βάση τα αποτελέσματα της συνόρθωσης ελέγχεται αν κάποια μεγέθη του δικτύου (π.χ. οι συντ/νες ορισμένων σημείων) έχουν ταυτόχρονα κάποιες δεδομένες αριθμητικές τιμές ή ικανοποιούν κάποιες συγκεκριμένες συνθήκες.
- Χρησιμοποιείται σε πλήθος εφαρμογών δικτύων (π.χ. έλεγχοι ένταξης, έλεγχοι γεωμετρικών συνθηκών, έλεγχοι συστηματικών επιδράσεων στις μετρήσεις, κ.ά.).

$$H_0: \tilde{H}\delta\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{z}}$$

$$H_a: \tilde{H}\delta\mathbf{x} \neq \tilde{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{q} = \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) \xrightarrow{\text{Γραμμικοποίηση}} \tilde{H}\delta\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{z}}$$

Οι σχέσεις αυτές αντιστοιχούν σε αυστηρά ουσιαστικές δεσμεύσεις και δεν πρέπει να συγχέονται με τις αρχικές ελάχιστες δεσμεύσεις για τον ορισμό του ΣΑ στο δίκτυο!



Έλεγχος της γενικής υπόθεσης (2/)

$$H_0: \tilde{H}\delta\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{z}}$$

$$H_a: \tilde{H}\delta\mathbf{x} \neq \tilde{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

Συνόρθωση χωρίς
τις “ελεγχόμενες” δεσμεύσεις

$$\longrightarrow \hat{\sigma}_0^2 f$$

Συνόρθωση με
τις “ελεγχόμενες” δεσμεύσεις

$$\longrightarrow \hat{\sigma}_{0(H)}^2$$

- Υπολογίζεται η ποσότητα $F = \frac{(f + k)\hat{\sigma}_{0(H)}^2 - f\hat{\sigma}_0^2}{k\hat{\sigma}_0^2}$

- Επιλέγεται το επίπεδο σημαντικότητας α

- Ελέγχεται η ανισότητα $F \leq F_{k, f}^{\alpha}$

k: είναι ο αριθμός
των ελεγχόμενων
δεσμεύσεων



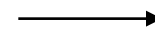
Έλεγχος της γενικής υπόθεσης (3/)

$$H_0: \tilde{\mathbf{H}}\delta\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{z}}$$

$$H_a: \tilde{\mathbf{H}}\delta\mathbf{x} \neq \tilde{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

Συνόρθωση χωρίς
τις “ελεγχόμενες” δεσμεύσεις



$$\delta\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{C}_{\delta\hat{\mathbf{x}}}$$

- Υπολογίζονται τα “σφάλματα κλεισίματος” της μηδενικής υπόθεσης H_0 $\hat{\mathbf{e}} = \tilde{\mathbf{H}}\delta\hat{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{z}}$

- Υπολογίζεται ο πίνακας $\mathbf{S} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{C}_{\delta\hat{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{H}}^T$
- Επιλέγεται το επίπεδο σημαντικότητας α
- Ελέγχεται η ανισότητα $\frac{\hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{S}^{-1} \hat{\mathbf{e}}}{k} \leq F_{k,f}^{\alpha}$

k: είναι ο αριθμός των ελεγχόμενων δεσμεύσεων



Παράδειγμα (1/)

- Έλεγχος σημαντικότητας των παραμέτρων περιγραφής διαφόρων συστηματικών επιδράσεων σε μετρήσεις γεωδαιτικών-τοπογραφικών δικτύων.

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{Z}\boldsymbol{\psi} + \mathbf{v}$$

↓ Συνόρθωση του "διευρυμένου" μοντέλου

$$\delta\hat{\mathbf{x}} \quad \mathbf{C}_{\delta\hat{\mathbf{x}}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\psi}} \quad \mathbf{C}_{\hat{\boldsymbol{\psi}}}$$

$$H_0 : \boldsymbol{\psi} = \mathbf{0}$$

$$H_a : \boldsymbol{\psi} \neq \mathbf{0}$$

$$\frac{\hat{\boldsymbol{\psi}}^T \mathbf{C}_{\hat{\boldsymbol{\psi}}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\psi}}}{k} \leq F_{k, f}^a$$

k : είναι ο αριθμός των πρόσθετων παραμέτρων $\boldsymbol{\psi}$



Παράδειγμα (2/)

- Έλεγχος ένταξης δικτύων (στατιστικός έλεγχος γνωστών συντεταγμένων).

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x}_1 \\ \delta \mathbf{x}_2 \\ \delta \mathbf{x}_3 \end{bmatrix} + \mathbf{v}$$

$$H_0: \delta \mathbf{x}_2 = \tilde{\mathbf{z}}_2$$

$$H_a: \delta \mathbf{x}_2 \neq \tilde{\mathbf{z}}_2$$

$$\frac{(\delta \hat{\mathbf{x}}_2 - \tilde{\mathbf{z}}_2)^T (\mathbf{C}_{\delta \hat{\mathbf{x}}_2})^{-1} (\delta \hat{\mathbf{x}}_2 - \tilde{\mathbf{z}}_2)}{k} \leq F_{k,f}^a$$

Σημεία που αντιστοιχούν στις ελάχιστες δεσμεύσεις για τον ορισμό του ΣΑ του δικτύου

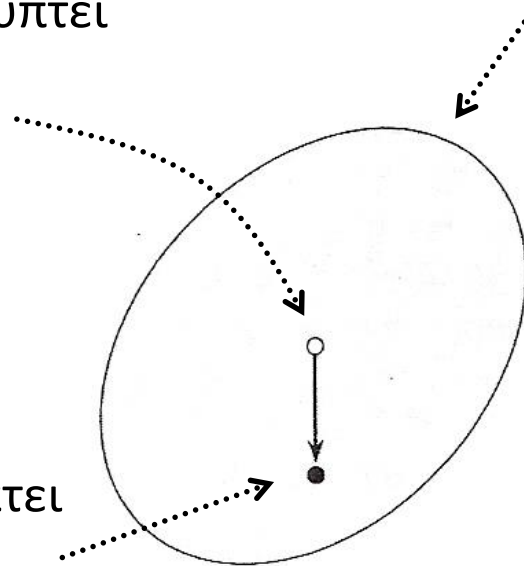


Παράδειγμα (3/)

- **Εποπτικός έλεγχος γνωστών συντεταγμένων**

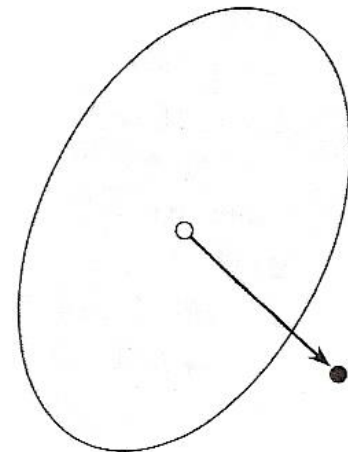
Έλλειψη εμπιστοσύνης $(1-\alpha)\%$ από τη συνόρθωση με ελάχιστες δεσμεύσεις

Θέση σημείου όπως προκύπτει από τη λύση ελαχίστων δεσμεύσεων



Αποδοχή

Θέση σημείου όπως προκύπτει από τη λύση πλεοναζουσών δεσμεύσεων



Απόρριψη



Σάρωση δεδομένων (1/)

- Ελέγχεται η ύπαρξη χονδροειδών σφαλμάτων στις παρατηρήσεις του δικτύου (data snooping).
- Είναι ειδική περίπτωση του ελέγχου της “γενικής υπόθεσης” όπου εξετάζεται η αναγκαιότητα διεύρυνσης του μαθηματικού μοντέλου λόγω της ύπαρξης μίας μη-τυχαίας επίδρασης σε κάποια μεμονωμένη παρατήρηση.

$$H_0 : \psi = 0$$

$$H_a : \psi \neq 0$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \psi + \mathbf{v}$$

ψ : χονδροειδές σφάλμα στην i^{th}
παρατήρηση

$$\mathbf{e}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$



Σάρωση δεδομένων (2/)

$$H_o : \psi = 0 \quad \mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

$$H_a : \psi \neq 0 \quad \mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \psi + \mathbf{v}$$

* Θεωρείται ότι ο πίνακας βάρους \mathbf{P} που χρησιμοποιήθηκε στη συνόρθωση είναι διαγώνιος

Για κάθε παρατήρηση, εκτελούμε την εξής διαδικασία (με βάση τη συνόρθωση του βασικού μοντέλου με ελάχιστες δεσμεύσεις!)

■ Υπολογισμός της ποσότητας $r_i = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_{\hat{v}_i}} \longrightarrow \hat{v}$
Εσωτερικά ομαλοποιημένο σφάλμα $\longrightarrow \mathbf{C}_{\hat{v}} = \hat{\sigma}_o^2 \mathbf{Q}_{\hat{v}}$

■ Υπολογισμός της ποσότητας $t_i = r_i \sqrt{\frac{f-1}{f-r_i^2}}$
Εξωτερικά ομαλοποιημένο σφάλμα



Σάρωση δεδομένων (3/)

$$H_0 : \psi = 0 \quad \mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

$$H_a : \psi \neq 0 \quad \mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \psi + \mathbf{v}$$

* Θεωρείται ότι ο πίνακας βάρους \mathbf{P} που χρησιμοποιήθηκε στη συνόρθωση είναι διαγώνιος

- *Για κάθε παρατήρηση, εκτελούμε την εξής διαδικασία (συνέχ.)*
- *Επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας α (συνήθως λαμβάνεται ίσο με 0.001)*
- *Η υπόθεση H_0 γίνεται αποδεκτή όταν $|t_i| \leq t_{f-1}^{\alpha/2}$*



Σάρωση δεδομένων (4/)

$$H_o : \psi = 0 \quad \mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

$$H_a : \psi \neq 0 \quad \mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \psi + \mathbf{v}$$

- Η προηγούμενη διαδικασία εφαρμόζεται για κάθε μία παρατήρηση που συμμετέχει στη συνόρθωση του δικτύου.
- Αν η H_o απορρίπτεται για περισσότερες από μία παρατηρήσεις, τότε αφαιρούμε την παρατήρηση με το μεγαλύτερο t_i και συνορθώνουμε πάλι το δίκτυο ώσπου η σάρωση δεδομένων να μην εμφανίζει προβληματικές παρατηρήσεις.
- Η σάρωση δεδομένων πρέπει να εφαρμόζεται **πάντα** κατά τη συνόρθωση ενός δικτύου (δηλ. ακόμα και στην περίπτωση όπου ο αρχικός ολικός έλεγχος αξιοπιστίας είναι επιτυχής).



Επίλογος

Για πρακτικά παραδείγματα σχετικά με την ανάλυση αξιοπιστίας κατά την συνόρθωση τοπογραφικών δικτύων, βλέπε τη σχετική παρουσίαση στην ιστοσελίδα του μαθήματος.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνα 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 4: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 5: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 6: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 7: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος>< πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Πίνακες
- Πίνακας 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χριστόφορος Κωτσάκης, «Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί, Ανάλυση αξιοπιστίας δικτύου». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευστάθιος Μπουχουράς
Θεσσαλονίκη,



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

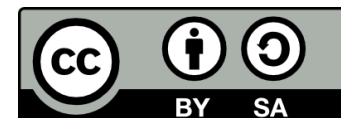


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

