



Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί

Ενότητα 4: Μοντέλα Ανάλυσης και Εξισώσεις Παρατηρήσεων
Δικτύων

Χριστόφορος Κωτσάκης
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

**ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ**



Μοντέλα Ανάλυσης και Εξισώσεις Παρατηρήσεων Δικτύων

Περιεχόμενα ενότητας

- Γενική δομή του συστήματος εξισώσεων παρατηρήσεων σε τοπογραφικά και γεωδαιτικά δίκτυα.
- Παραμετροποίηση και τύποι συντεταγμένων δικτύου.
- Βασικά παρατηρούμενα μεγέθη δικτύων.
- Αναλυτικές μορφές μη γραμμικών και γραμμικοποιημένων εξισώσεων παρατηρήσεων.



Σκοποί ενότητας

- **Γενική δομή του συστήματος εξισώσεων παρατηρήσεων σε τοπογραφικά και γεωδαιτικά δίκτυα. Παραμετροποίηση και τύποι συντεταγμένων δικτύου. Βασικά παρατηρούμενα μεγέθη δικτύων. Αναλυτικές μορφές των μη-γραμμικών και γραμμικοποιημένων εξισώσεων παρατηρήσεων.**



Τίτλος και Αρίθμηση (1/4)

1. Γενική μορφή εξισώσεων παρατήρησης δικτύου
2. Βασικοί τύποι δικτύων
3. Είδη συντενταγμένων δικτύου
4. Σε αυτό το μάθημα:
5. Εξισώσεις μαθηματικού μοντέλου
6. Αζιμούθιο πλευράς
7. Οριζόντια διεύθυνση πλευράς



Τίτλος και Αρίθμηση (2/4)

8. Σταθερά προσανατολισμού
9. Οριζόντια γωνία μεταξύ δύο πλευρών
10. Πληροφορία παρατηρήσεων δικτύου
11. Παράμετροι καθορισμού ΣΑ
12. Πληροφορία παρατηρήσεων δικτύου
13. «Ανατομία» παρατηρήσεων δικτύου
14. Παραμετρικοί βαθμοί δικτύου



Τίτλος και Αρίθμηση (3/4)

15.Γραμμικοποίηση μαθηματικού μοντέλου

16.Προσεγγιστικές τιμές

17.Γενική μορφή πίνακα σχεδιασμού

18.Μερικές παράγωγοι αζιμουθίου

19.Μερικές παράγωγοι οριζόντιας διεύθυνσης

20.Μερικές παράγωγοι οριζόντιας απόστασης

21.Μερικές παράγωγοι συνιστωσών βάσης



Τίτλος και Αρίθμηση (4/4)

22. Πίνακας σχεδιασμού οριζόντιου δικτύου με παρατηρήσεις οριζόντιων διευθύνσεων και αποστάσεων

23. Πίνακας κατακόρυφου δικτύου με παρατηρήσεις υψομετρικών διαφορών



Γενική μορφή εξισώσεων παρατήρησης δικτύου (1/2)

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{q}) + \mathbf{v}$$

- \mathbf{y} διάνυσμα παρατηρήσεων του δικτύου
- \mathbf{v} διάνυσμα τυχαίων σφαλμάτων των παρατηρήσεων
- \mathbf{x} διάνυσμα συντεταγμένων για όλα τα σημεία του δικτύου
- \mathbf{q} διάνυσμα πρόσθετων (“αδιάφορων”) παραμέτρων



Γενική μορφή εξισώσεων παρατήρησης δικτύου (2/2)

$$y = f(\mathbf{x}, \mathbf{q}) + \mathbf{v}$$

Ο τύπος του δικτύου καθορίζει:

- το είδος των παρατηρήσεων
- το σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο γίνεται η παραμετροποίηση των παρατηρούμενων μεγεθών
- την αναλυτική δομή του μαθηματικού μοντέλου



Βασικοί τύποι δικτύων (1/2)

Ανάλογα με τη διάστασή τους

1Δ (υψομετρικά ή κατακόρυφα δίκτυα)

- Περιορισμένης εμβέλειας (< 5-10 km)
- Εκτεταμένης εμβέλειας (> 10 km)

2Δ (οριζόντια δίκτυα)

- σε κάποιο επίπεδο
- στο ΕΕΠ αναφοράς

3Δ (τριδιάστατα δίκτυα)

- Δίκτυα δορυφορικής γεωδαισίας
- Δίκτυα μικρής εμβέλειας – ειδικών εφαρμογών



Βασικοί τύποι δικτύων (2/2)

Ανάλογα με την αντιμετώπιση των διαχρονικών μεταβολών για τις θέσεις των κορυφών τους

Στατικά δίκτυα

Οι συντεταγμένες θεωρούνται σταθερές ως προς τον χρόνο και διατηρούνται αμετάβλητες (π.χ. ΕΓΣΑ87)

Δυναμικά δίκτυα

Οι συντεταγμένες μεταβάλλονται χρονικά και μπορούν να διορθώνονται με τη βοήθεια κατάλληλων “ταχυτήτων” (π.χ. ITRF, ETRF)



Είδη συντεταγμένων δικτύου (1/5)

| | Στατικό δίκτυο | Δυναμικό δίκτυο |
|------------|----------------------|--|
| 1Δ | H | $H(t_0), v_H$ |
| 2Δ | x, y φ, λ E, N | $x(t_0), y(t_0)$ v_x, v_y |
| 3Δ | X, Y, Z φ, λ, h | $X(t_0), Y(t_0), Z(t_0)$ v_x, v_y, v_z |
| “ψευδο-3Δ” | x, y φ, λ E, N | και H (*) από ξεχωριστές διαδικασίες |



Είδη συντεταγμένων δικτύου (2/5)

| | Στατικό δίκτυο | Δυναμικό δίκτυο |
|------------|----------------------|---|
| 1Δ | H | $H(t_0), v_H$ |
| 2Δ | x, y φ, λ E, N | $x(t_0), y(t_0)$ v_x, v_y |
| 3Δ | X, Y, Z φ, λ, h | $X(t_0), Y(t_0), Z(t_0)$ v_x, v_y, v_z |
| ‘ψευτο’-3Δ | x, y φ, λ E, N | και H |



Είδη συντεταγμένων δικτύου (3/5)

| | Στατικό δίκτυο | Δυναμικό δίκτυο |
|----|---|--|
| 1Δ | Υψομετρικές διαφορές | <p>Σετ μετρήσεων σε διάφορες χρονικές εποχές</p> <p>ή</p> <p>Λύσεις δικτύου (συντεταγμένες σταθμών) από διάφορες χρονικές εποχές</p> |
| 2Δ | (αζιμούθια), οριζόντιες γωνίες και διευθύνσεις, οριζόντιες αποστάσεις, 'ανηγμένες' κλασσικές μετρήσεις ή μετρήσεις GPS σε τοπικό/προβολικό επίπεδο ή στο ΕΕΠ αναφοράς | |
| 3Δ | (αζιμούθια), οριζόντιες γωνίες και διευθύνσεις, ζενίθειες γωνίες, χωρικές αποστάσεις Συνιστώσες βάσεων GPS (ΔX , ΔY , ΔZ) | |



Είδη συντεταγμένων δικτύου (4/5)

| | Στατικό δίκτυο | Δυναμικό δίκτυο |
|----|--|--|
| 1Δ | Υψομετρικές διαφορές | |
| 2Δ | Σε ορισμένες περιπτώσεις ένα 2Δ δίκτυο προκύπτει έπειτα από την συνόρθωση ενός 3Δ δικτύου και τον μετασχηματισμό του σε κάποιο 'οριζοντιογραφικό' γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς | Σετ μετρήσεων σε διάφορες χρονικές εποχές |
| 3Δ | (π.χ. ένταξη δικτύου GPS στο ΕΓΣΑ87) | ή Λύσεις δικτύου (συντεταγμένες σταθμών) από διάφορες χρονικές εποχές |



Είδη συντεταγμένων δικτύου (5/5)

| | Στατικό δίκτυο | Δυναμικό δίκτυο |
|----|--|--|
| 1Δ | Υψομετρικές διαφορές | <p>Σετ μετρήσεων σε διάφορες χρονικές εποχές</p> <p>ή</p> <p>Λύσεις δικτύου (συντεταγμένες σταθμών) από διάφορες χρονικές εποχές</p> |
| 2Δ | Αζιμούθια, οριζόντιες γωνίες και διευθύνσεις, οριζόντιες αποστάσεις, 'ανηγμένες' μετρήσεις GPS σε τοπικό/προβολικό επίπεδο ή στο ΕΕΠ αναφοράς | |
| 3Δ | Αζιμούθια, οριζόντιες γωνίες και διευθύνσεις, ζενίθειες γωνίες, χωρικές αποστάσεις Συνιστώσες βάσεων GPS (ΔX , ΔY , ΔZ) | |



Σε αυτό το μάθημα:

- Θα ασχοληθούμε με παρατηρούμενα μεγέθη (και τα αντίστοιχα παραμετροποιημένα μοντέλα τους) που χρησιμοποιούνται σε συνήθη τοπογραφικά δίκτυα.
- Εντούτοις, οι τεχνικές & αλγόριθμοι συνόρθωσης που θα μελετήσουμε καθώς και η γενικότερη ανάλυση των αποτελεσμάτων συνόρθωσης δικτύου που θα παρουσιάσουμε σε επόμενα μαθήματα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις περισσότερες περιπτώσεις δικτύων που εμφανίζονται σε γεωδαιτικές εφαρμογές.



Εξισώσεις μαθηματικού μοντέλου (1/4)

Αξιμούθιο πλευράς δικτύου

$$a_{ij} = \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

Οριζόντια διεύθυνση πλευράς δικτύου

$$\delta_{ij} = \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i} - \theta_i$$

Οριζόντια γωνία μεταξύ δύο πλευρών δικτύου

$$\omega_{ijk} = \arctan \frac{x_k - x_i}{y_k - y_i} - \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$



Εξισώσεις μαθηματικού μοντέλου (2/4)

Μήκος οριζόντιας πλευράς δικτύου

$$d_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

Συνιστώσες οριζόντιας βάσης δικτύου

(από αναγωγή 3Δ βάσεων GPS σε τοπικό οριζόντιο επίπεδο)

$$\Delta x_{ij} = x_j - x_i \quad \Delta y_{ij} = y_j - y_i$$

Υψομετρική διαφορά πλευράς δικτύου

$$\Delta H_{ij} = H_j - H_i$$



Εξισώσεις μαθηματικού μοντέλου (3/4)

Μήκος χωρικής πλευράς δικτύου

$$S_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

Συνιστώσες 3Δ βάσης δικτύου GPS (ως προς γεωκεντρικό ΣΑ)

$$\Delta x_{ij} = x_j - x_i \quad \Delta y_{ij} = y_j - y_i \quad \Delta z_{ij} = z_j - z_i$$

Ζενίθεια γωνία πλευράς δικτύου (ως προς τοποκεντρικό 3Δ ΣΑ)

$$\zeta_{ij} = \arctan \frac{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}{z_j - z_i} = \arccos \frac{z_j - z_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}}$$



Εξισώσεις μαθηματικού μοντέλου (4/4)

“Συνθετικές” μετρήσεις οριζόντιας απόστασης και αζιμουθίου μέσω **κατάλληλης αναγωγής 3Δ** βάσης GPS

$$d_{ij} = f(\Delta x_{ij}, \Delta y_{ij}, \Delta z_{ij}) \quad a_{ij} = f(\Delta x_{ij}, \Delta y_{ij}, \Delta z_{ij})$$

“Συνθετική” μέτρηση υψομετρικής διαφοράς μέσω τριγωνομετρικής υψομετρίας

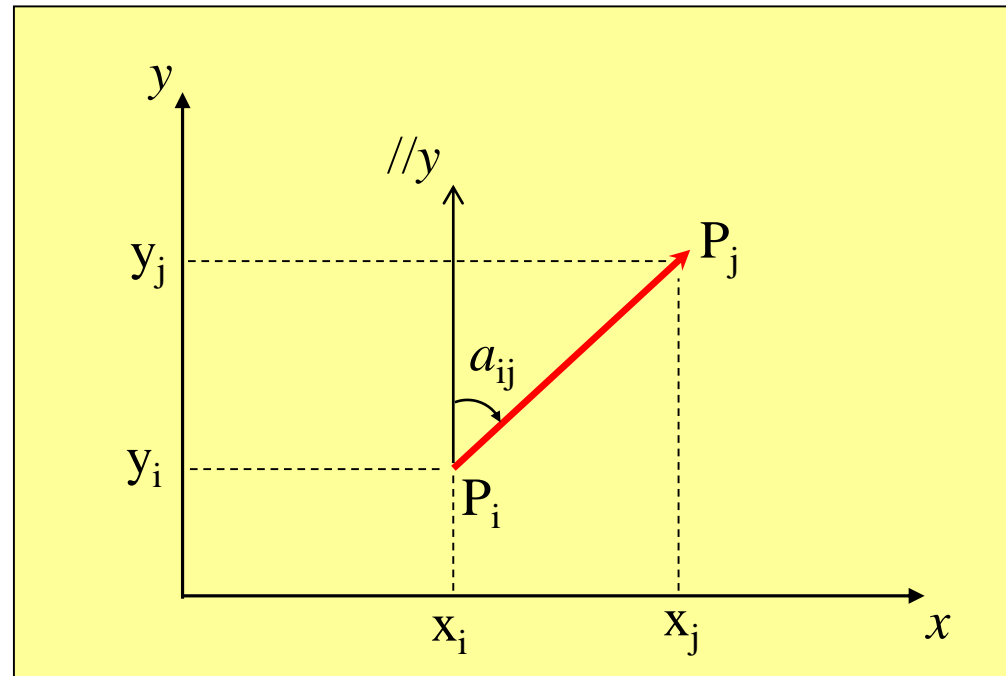
$$\Delta H_{ij} = S_{ij} \cos \zeta_{ij} - Y\Sigma + Y\Theta$$



Αζιμούθιο πλευράς

$$a_{ij} = \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

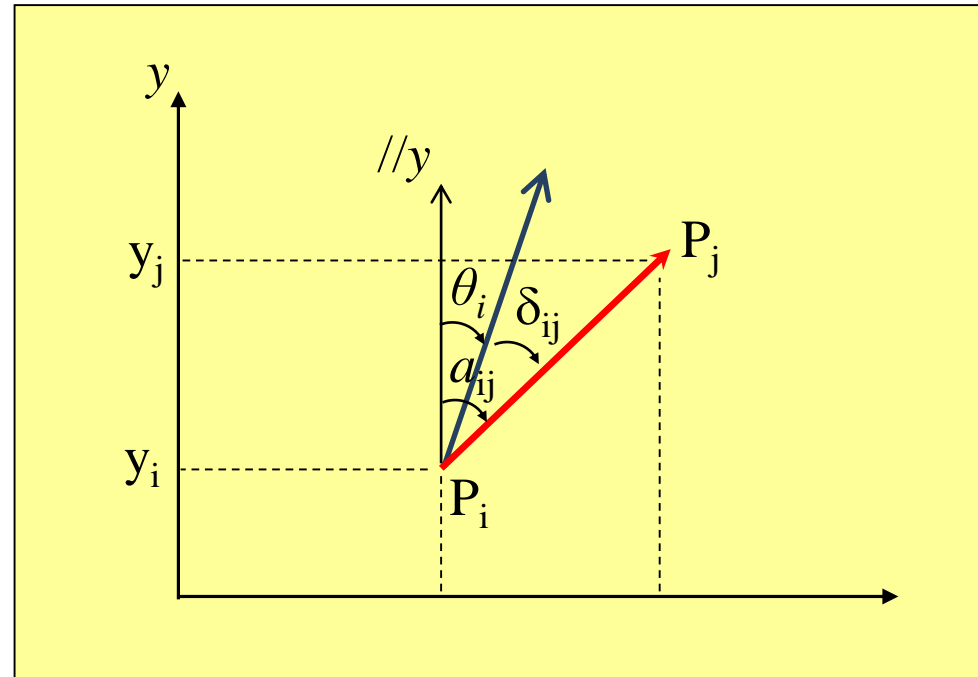
- Καθορίζει τον προσανατολισμό του ΣΑ !
- Δεν περιλαμβάνεται στις κλασικές τοπογραφικές παρατηρήσεις



Οριζόντια διεύθυνση πλευράς

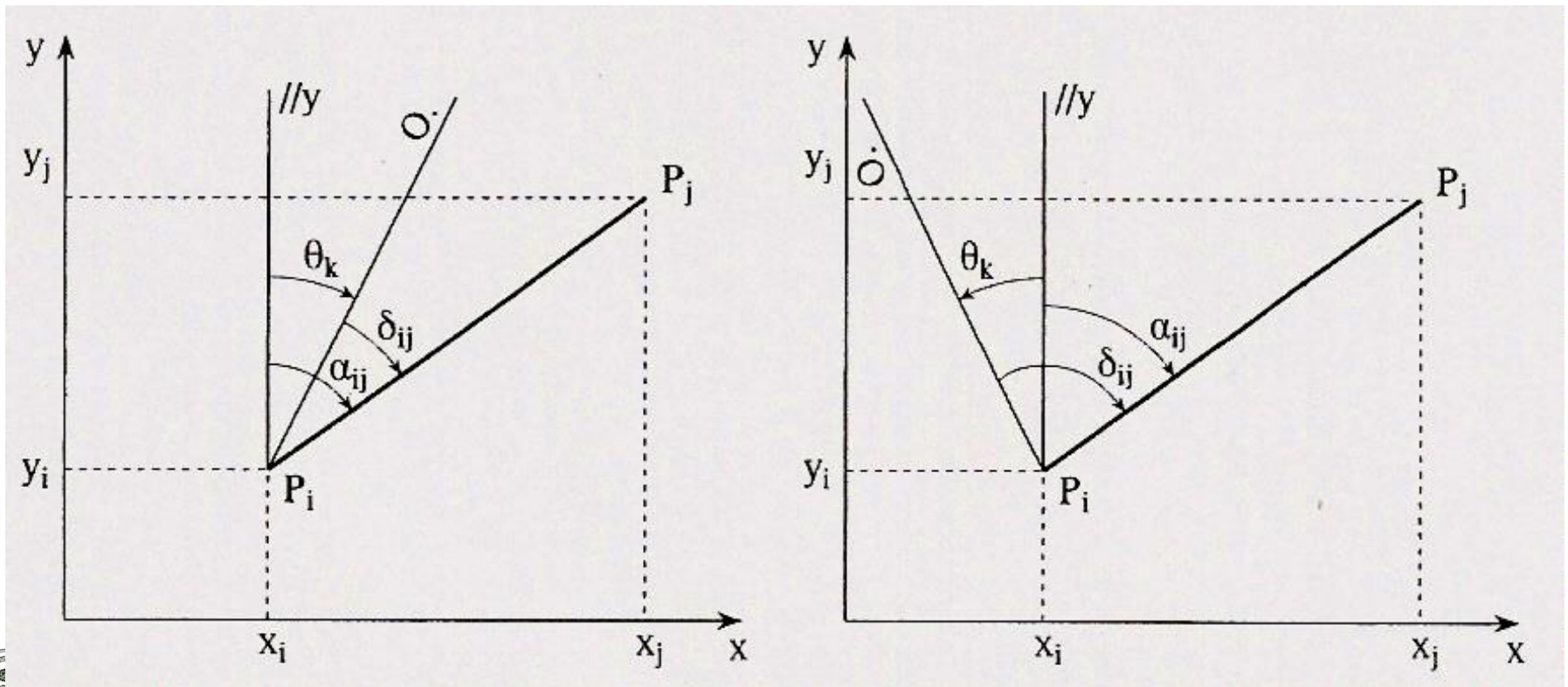
$$\delta_{ij} = \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i} - \theta_i$$

- Δεν καθορίζει τον προσανατολισμό του ΣΑ !
- Ύπαρξη άγνωστης σταθεράς προσανατολισμού (θ_i)



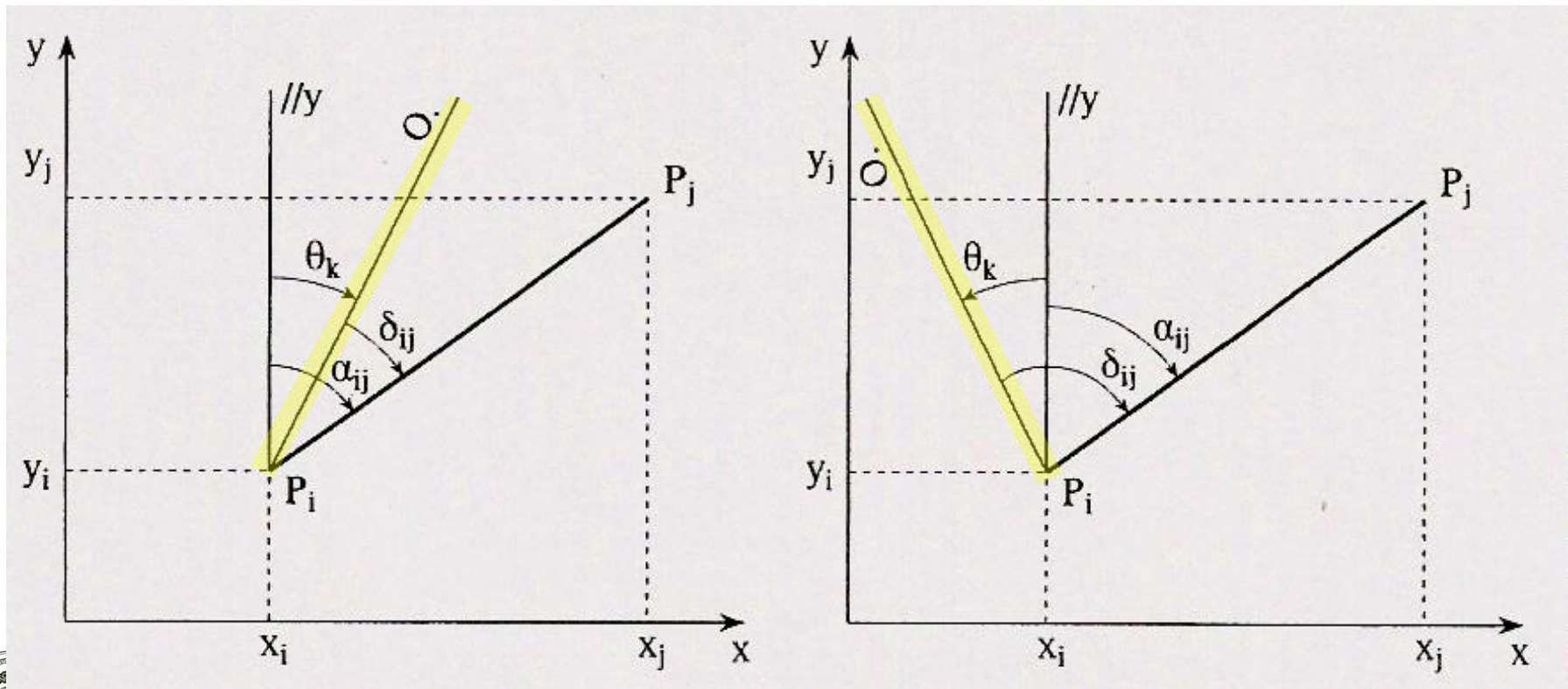
Σταθερά προσανατολισμού (1/2)

- Είναι η γωνία προσανατολισμού της “μηδενικής διεύθυνσης” του οργάνου και συμμετέχει ως πρόσθετη άγνωστη παράμετρος στη συνόρθωση του δικτύου



Σταθερά προσανατολισμού (2/2)

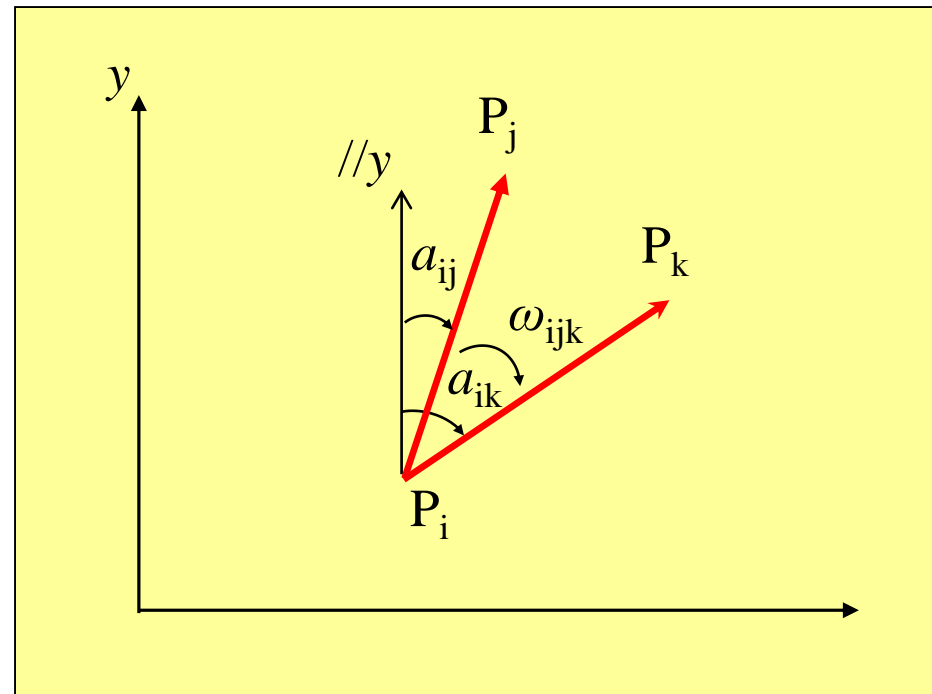
- Ο αριθμός των αγνώστων σταθερών προσανατολισμού είναι ίσος με τον αριθμό των **σειρών μετρήσεων** οριζοντίων διευθύνσεων που έγιναν από τα διάφορα σημεία στάσης.



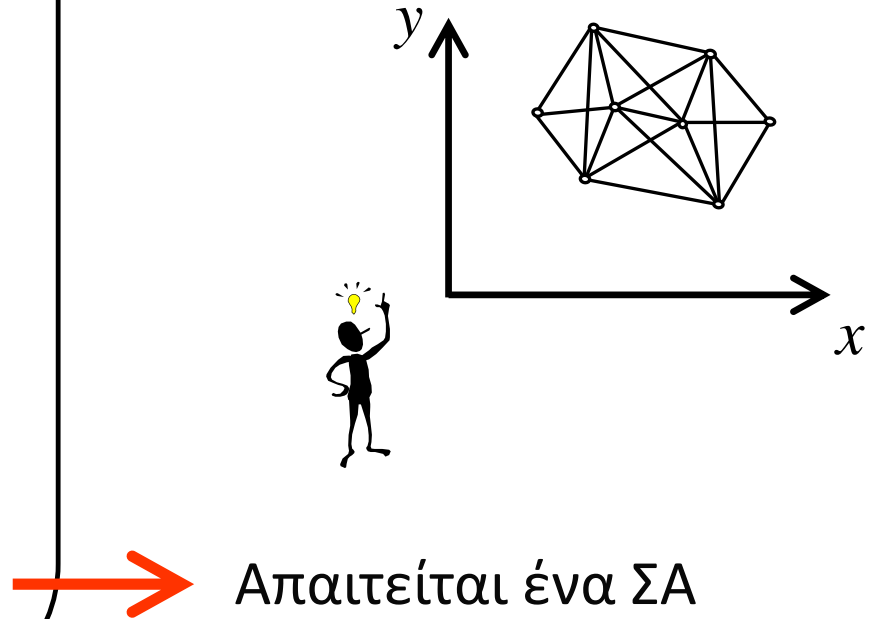
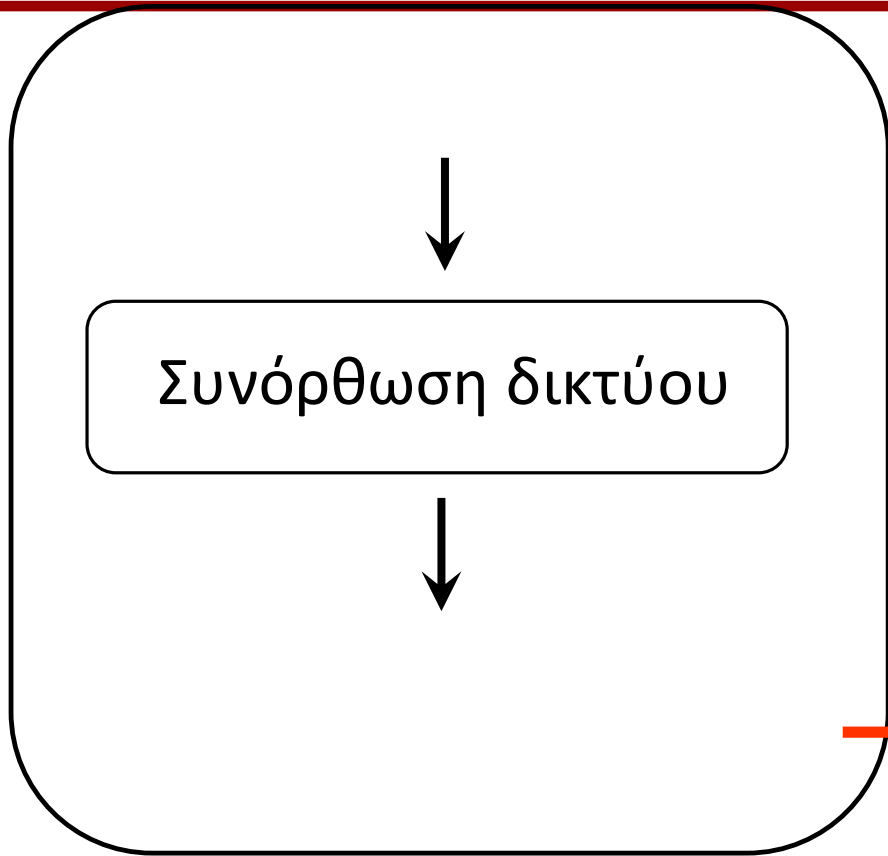
Οριζόντια γωνία μεταξύ δύο πλευρών

$$\omega_{ijk} = \arctan \frac{x_k - x_i}{y_k - y_i} - \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

- Προσοχή στο διαχωρισμό μεταξύ αριστερού και δεξιού σημείου σκόπευσης



Πληροφορία παρατηρήσεων δικτύου



Περιέχεται πληροφορία σχετικά με το ΣΑ στους διάφορους τύπους παρατηρήσεων δικτύου;

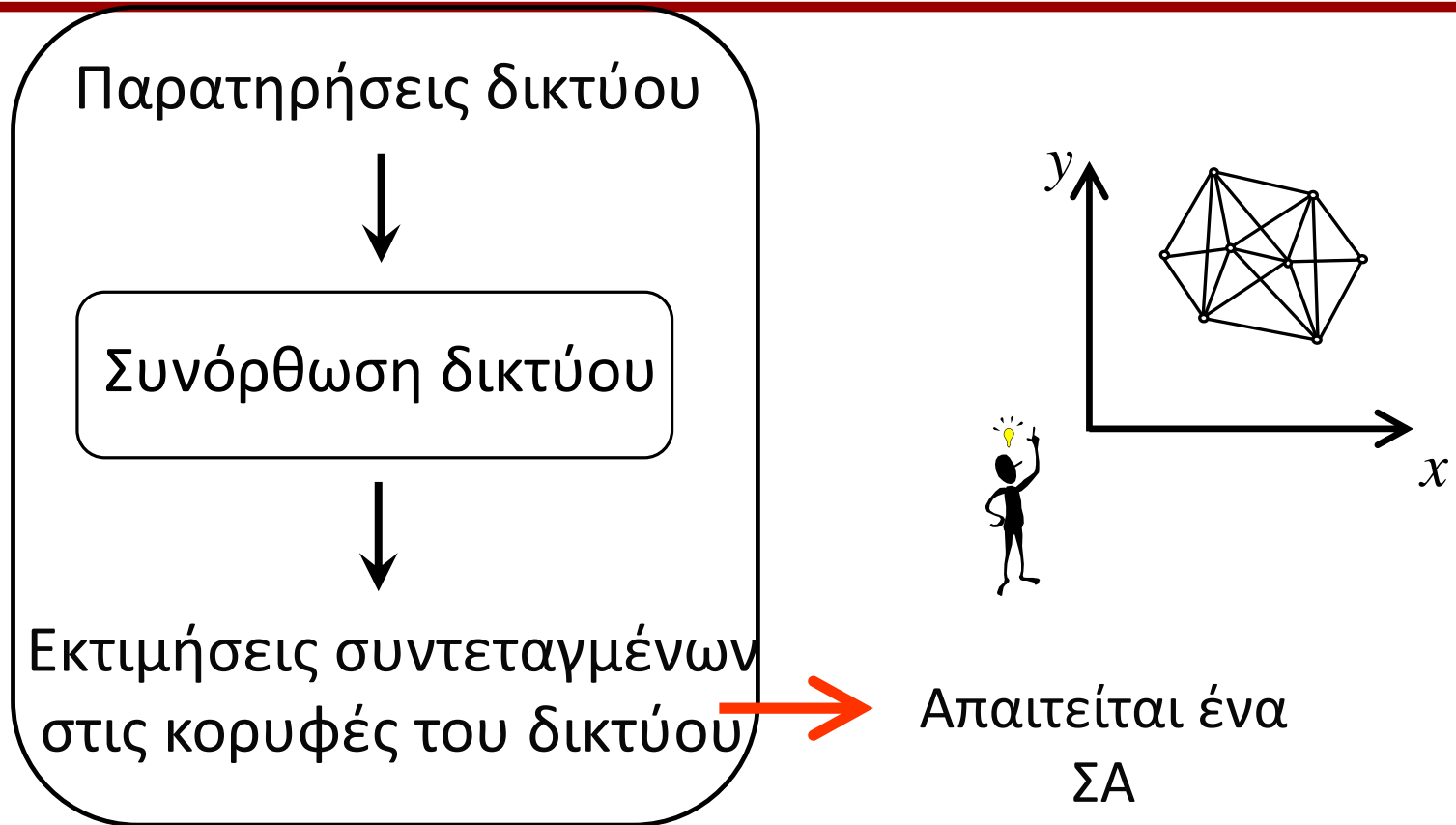


Παράμετροι καθορισμού ΣΑ

- Βασικές “παράμετροι” ενός συστήματος αναφοράς
 - *Αρχή των αξόνων*
 - *Προσανατολισμός των αξόνων*
 - *Κλίμακα (ενιαία στο χώρο)*
- Ανάλογα με τον τύπο (στατικού) δικτύου που μας ενδιαφέρει
 - 1Δ – απαιτούνται 2 “παράμετροι” για τον ορισμό του ΣΑ
 - 2Δ – απαιτούνται 4 “παράμετροι” για τον ορισμό του ΣΑ
 - 3Δ – απαιτούνται 7 “παράμετροι” για τον ορισμό του ΣΑ



Πληροφορία παρατηρήσεων δικτύου



Οι παρατηρήσεις περιέχουν πληροφορία για κάποιες από τις “παραμέτρους” καθορισμού του ΣΑ;



“Ανατομία” παρατηρήσεων δικτύου

| Τύπος παρατήρησης | Περιέχεται πληροφορία σχετικά με κάποια/ες από τις παραμέτρους του ΣΑ; |
|--------------------|--|
| 2Δ ΔΙΚΤΥΑ | |
| Αζιμούθιο | Ναι (προσανατολισμός) |
| Οριζ. Διεύθυνση | Όχι |
| Οριζ. Γωνία | Όχι |
| Οριζ. Απόσταση | Ναι (κλίμακα) |
| 1Δ ΔΙΚΤΥΑ | |
| Υψομετρ. διαφορές | Ναι (κλίμακα) |
| 3Δ ΔΙΚΤΥΑ | |
| Ζενίθειες γωνίες | Ναι (προσανατολισμός ως προς τον κατακόρυφο άξονα) |
| Χωρικές αποστάσεις | Ναι (κλίμακα) |
| Συνιστώσες βάσης | Ναι (κλίμακα + προσανατολισμός) |



Παραμετρικοί βαθμοί δικτύου

- Τριγωνομετρικό οριζόντιο δίκτυο: $2N - 4$
- Τριπλευρικό ή μικτό οριζόντιο δίκτυο: $2N - 3$
- Τριπλευρικό 3Δ δίκτυο: $3N - 6$
- 3Δ δίκτυο GPS: $3N - 3$
- Υψομετρικό δίκτυο: $N - 1$

(*) N είναι ο συνολικός αριθμός των κορυφών του δικτύου



Γραμμικοποίηση μαθηματικού μοντέλου (1/2)

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{q}) + \mathbf{v}$$

Προσεγγιστικές τιμές συντεταγμένων και πρόσθετων παραμέτρων $\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0$

Προσεγγιστικές τιμές παρατηρήσεων $\mathbf{y}^0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0)$

Γραμμικοποιημένες εξισώσεις παρατηρήσεων

$$\mathbf{y} - \mathbf{y}^0 = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \mathbf{x}^0 \\ \mathbf{q} - \mathbf{q}^0 \end{bmatrix} + \mathbf{v}$$



Προσεγγιστικές τιμές (1/3)

- Ο υπολογισμός των προσεγγιστικών συντεταγμένων \mathbf{x}^0 για τις κορυφές του δικτύου βασίζεται στη συνδυασμένη χρήση:
 - (i) γνωστών συντεταγμένων σε σταθμούς αναφοράς του δικτύου και
 - (ii) διαθέσιμων παρατηρήσεων του δικτύου.
- Ο υπολογισμός των προσεγγιστικών τιμών \mathbf{q}^0 των πρόσθετων παραμέτρων γίνεται μέσω εμπειρικής επίλυσης των εξισώσεων του μαθηματικού μοντέλου με χρήση των προσεγγιστικών συντεταγμένων και των παρατηρήσεων.

$$\mathbf{y} \square \mathbf{f}(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0) \longrightarrow \mathbf{q}^0 \square \mathbf{g}(\mathbf{x}^0, \mathbf{y})$$

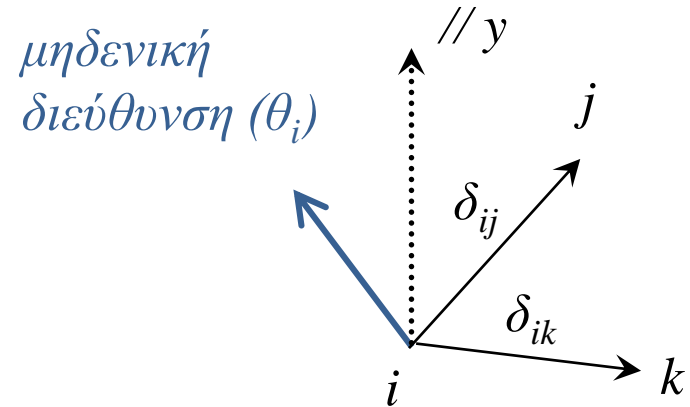


Προσεγγιστικές τιμές - Παράδειγμα

Προσεγγιστική τιμή αζιμουθίου

$$a_{ij}^o = \arctan \frac{x_j^o - x_i^o}{y_j^o - y_i^o}$$

με διερεύνηση τεταρτημορίου



Προσεγγιστικές τιμές οριζοντίων διευθύνσεων και της αντίστοιχης σταθεράς προσανατολισμού

$$\theta_i^o = a_{ij}^o - \delta_{ij}$$

$$\delta_{ik}^o = a_{ik}^o - \theta_i^o$$

$$(*) \text{ προφανώς } \delta_{ij}^o = \delta_{ij}$$



Προσεγγιστικές τιμές (2/3)

- Αν το μαθηματικό μοντέλο του δικτύου είναι εξαρχής γραμμικό, π.χ. κατακόρυφο δίκτυο, τότε η επιλογή των προσεγγιστικών συντ/νων δεν έχει ιδιαίτερη σημασία
- Οι παρακάτω μορφές των εξισώσεων παρατήρησης είναι ισοδύναμες:

$$\Delta H_{ij} = H_j - H_i + v_{\Delta H_{ij}}$$

$$b_{\Delta H_{ij}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_i - H_i^0 \\ H_j - H_j^0 \end{bmatrix} + v_{\Delta H_{ij}}$$

$$\Delta H_{ij} - \underbrace{(H_j^0 - H_i^0)}_{\Delta H_{ij}^0} = H_j - H_j^0 - H_i + H_i^0 + v_{\Delta H_{ij}}$$



Προσεγγιστικές τιμές (3/3)

- Η χρήση προσεγγιστικών συντεταγμένων για όλες τις κορυφές του δικτύου **δεν συνιστά εισαγωγή πληροφορίας για το ΣΑ του τελικού συνορθωμένου δικτύου**.
- Η χρήση προσεγγιστικών συντεταγμένων για όλες τις κορυφές του δικτύου **συνιστά απλά ένα απαραίτητο βήμα προκειμένου να έχουμε μια αρχική (προσεγγιστική) πληροφορία για την εσωτερική γεωμετρία του δικτύου** ώστε να εκτιμήσουμε με βέλτιστο τρόπο τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά μέσω ενός γραμμικοποιημένου (επαναληπτικού) αλγορίθμου.



Γενική μορφή πίνακα σχεδιασμού

συντεταγμένες σημείων

πρόσθετες παράμετροι

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial x_N} & \frac{\partial y_1}{\partial y_N} & \frac{\partial y_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial \theta_k} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial y_n}{\partial \theta_k} \end{array} \right]$$



Μερικές παράγωγοι αζιμουθίου

$$a_{ij} = \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}$$

$$\frac{\partial a_{ij}}{\partial x_i} = - \frac{y_j - y_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Big|_o$$

$$\frac{\partial a_{ij}}{\partial x_j} = - \frac{\partial a_{ij}}{\partial x_i}$$

$$\frac{\partial a_{ij}}{\partial y_i} = \frac{x_j - x_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Big|_o$$

$$\frac{\partial a_{ij}}{\partial y_j} = - \frac{\partial a_{ij}}{\partial y_i}$$



Μερικές παράγωγοι οριζόντιας διεύθυνσης

$$\delta_{ij} = \arctan \frac{x_j - x_i}{y_j - y_i} - \theta_i$$

$$\frac{\partial \delta_{ij}}{\partial x_i} = - \frac{y_j - y_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Big|_0$$

$$\frac{\partial \delta_{ij}}{\partial y_i} = \frac{x_j - x_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Big|_0$$

$$\frac{\partial \delta_{ij}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial x_i}$$

$$\frac{\partial \delta_{ij}}{\partial y_j} = - \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial y_i}$$

$$\frac{\partial \delta_{ij}}{\partial \theta_i} = -1$$



Μερικές παράγωγοι οριζόντιας απόστασης

$$S_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_i} = - \frac{x_j - x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \Big|_0$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} = - \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_i}$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial y_i} = - \frac{y_j - y_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \Big|_0$$

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial y_j} = - \frac{\partial S_{ij}}{\partial y_i}$$



Μερικές παράγωγοι συνιστωσών βάσης

$$\Delta x_{ij} = x_j - x_i$$

$$\Delta y_{ij} = y_j - y_i$$

$$\Delta z_{ij} = z_j - z_i$$

$$\frac{\partial \Delta x_{ij}}{\partial x_i} = -1$$

$$\frac{\partial \Delta x_{ij}}{\partial y_i} = 0$$

$$\frac{\partial \Delta x_{ij}}{\partial z_i} = 0$$

$$\frac{\partial \Delta x_{ij}}{\partial x_j} = 1$$

$$\frac{\partial \Delta x_{ij}}{\partial y_j} = 0$$

$$\frac{\partial \Delta x_{ij}}{\partial z_j} = 0$$

$$\frac{\partial \Delta y_{ij}}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial \Delta y_{ij}}{\partial y_i} = -1$$

$$\frac{\partial \Delta y_{ij}}{\partial z_i} = 0$$



Για τις αναλυτικές μορφές των μερικών παραγώγων των (υπόλοιπων) παρατηρούμενων μεγεθών σε τοπογραφικά δίκτυα, βλέπε στα αντίστοιχα κεφάλαια του βιβλίου Δ.
Ρωσικόπουλου



Πίνακας σχεδιασμού οριζόντιου δικτύου με παρατηρήσεις οριζόντιων διευθύνσεων και αποστάσεων (1/4)

| x_1 | y_1 | x_2 | y_2 | x_3 | y_3 | x_4 | y_4 | x_5 | y_5 | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 | θ_5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1.20 | -0.40 | 0 | 0 | 1.20 | 0.40 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -2.14 | -0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.14 | 0.32 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.57 | -1.57 | 0 | 0 | 0.57 | 1.57 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1.41 | -0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| -1.20 | -0.40 | 0 | 0 | 1.20 | 0.40 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.17 | 2.28 | 0 | 0 | 0.17 | -2.28 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.57 | -1.57 | 0 | 0 | 0.57 | 1.57 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| -2.13 | -0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.13 | 0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.90 | 1.49 | 1.90 | -1.49 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | -1.41 | -0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.17 | 2.28 | 0 | 0 | 0.17 | -2.28 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.90 | 1.49 | 1.90 | -1.49 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0.15 | -0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.15 | 0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.94 | -0.34 | 0 | 0 | -0.94 | 0.34 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.62 | -0.79 | 0.62 | 0.79 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.52 | 0.85 | 0.52 | -0.85 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |



Πίνακας σχεδιασμού οριζόντιου δικτύου με παρατηρήσεις οριζόντιων διευθύνσεων και αποστάσεων (2/4)

| x_1 | y_1 | x_2 | y_2 | x_3 | y_3 | x_4 | y_4 | x_5 | y_5 | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 | θ_5 |
|--------------|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------------|-------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1.20 | -0.40 | 0 | 0 | 1.20 | 0.40 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -2.14 | -0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.14 | 0.32 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.57 | -1.57 | 0 | 0 | 0.57 | 1.57 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1.41 | -0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| | | | | | | | | 0 | 0.17 | -2.28 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| | | | | | | | | 0 | 1.57 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| | | | | | | | | 0 | 0.32 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| | | | | | | | | 0 | 1.90 | -1.49 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| | | | | | | | | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| | | | | | | | | 0 | 0 | 0.17 | -2.28 | 0 | 0 | -1 |
| | | | | | | | | 0 | 1.49 | 1.90 | -1.49 | 0 | 0 | -1 |
| 0.15 | -0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.15 | 0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.94 | -0.34 | 0 | 0 | -0.94 | 0.34 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.62 | -0.79 | 0.62 | 0.79 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.52 | 0.85 | 0.52 | -0.85 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$$\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_i} = - \frac{x_j - x_i}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}$$

$S_{1,4}$



Πίνακας σχεδιασμού οριζόντιου δικτύου με παρατηρήσεις οριζόντιων διευθύνσεων και αποστάσεων (3/4)

| x_1 | y_1 | x_2 | y_2 | x_3 | y_3 | x_4 | y_4 | x_5 | y_5 | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 | θ_5 |
|--------------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------------|-------------|-------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1.20 | -0.40 | 0 | 0 | 1.20 | 0.40 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -2.14 | -0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.14 | 0.32 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.57 | -1.57 | 0 | 0 | 0.57 | 1.57 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1.41 | -0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1.41 | -0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.17 | 2.28 | 0 | 0 | 0.17 | -2.28 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.90 | 1.49 | 1.90 | -1.49 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0.15 | -0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.15 | 0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.94 | -0.34 | 0 | 0 | -0.94 | 0.34 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.62 | -0.79 | 0.62 | 0.79 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.52 | 0.85 | 0.52 | -0.85 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$\delta_{1,4}$

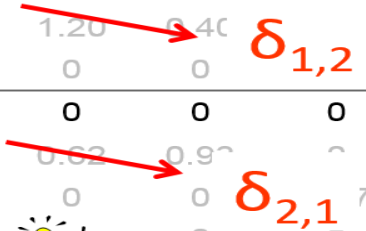
$$\frac{\partial \delta_{ij}}{\partial x_i} = - \frac{y_j - y_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

rad/m \rightarrow cc/cm
(πολλαπλασιασμός με 20000/ π)



Πίνακας σχεδιασμού οριζόντιου δικτύου με παρατηρήσεις οριζόντιων διευθύνσεων και αποστάσεων (4/4)

| x_1 | y_1 | x_2 | y_2 | x_3 | y_3 | x_4 | y_4 | x_5 | y_5 | θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 | θ_5 |
|--------------|-------------|-------------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1.20 | -0.40 | 0 | 0 | 1.20 | 0.40 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -2.14 | -0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.32 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -0.82 | 1.61 | 0.82 | -1.61 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.57 | -1.57 | 0 | 0 | 0 | 1.57 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1.41 | -0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.62 | -0.93 | 0.62 | 0.93 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| -1.20 | -0.40 | 0 | 0 | 0 | 0.40 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.28 | 0 | 0 | 0.17 | -2.28 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.57 | -1.57 | 0 | 0 | 0.57 | 1.57 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| -2.13 | -0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.13 | 0.32 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.90 | 1.49 | 1.90 | -1.49 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | -1.41 | -0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.41 | 0.81 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| -1.21 | 0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.21 | -0.29 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.17 | 2.28 | 0 | 0 | 0.17 | -2.28 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1.90 | 1.49 | 1.90 | -1.49 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| 0.15 | -0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.15 | 0.99 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.94 | -0.34 | 0 | 0 | -0.94 | 0.34 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.62 | -0.79 | 0.62 | 0.79 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.52 | 0.85 | 0.52 | -0.85 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |



Πίνακας κατακόρυφου δικτύου με παρατηρήσεις υψομετρικών διαφορών (1/2)

| H_1 | H_2 | H_3 | H_4 | H_5 | H_6 | H_7 | H_8 | H_9 | H_{10} |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 |



Πίνακας κατακόρυφου δικτύου με παρατηρήσεις υψομετρικών διαφορών (2/2)

| | H_1 | H_2 | H_3 | H_4 | H_5 | H_6 | H_7 | H_8 | H_9 | H_{10} |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\Delta H_{1,6}$ | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| $\Delta H_{6,1}$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 |



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνα 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 4: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 5: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 6: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 7: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος>< πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Πίνακες
- Πίνακας 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χριστόφορος Κωτσάκης, «Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί, Μοντέλα Ανάλυσης και Εξισώσεις Παρατηρήσεων Δικτύων». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευστάθιος Μπουχουράς
Θεσσαλονίκη,

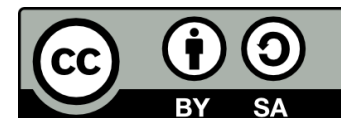


Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

