



Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί

Ενότητα 7: Γενική λύση συνόρθωσης δικτύου

Χριστόφορος Κωτσάκης
Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

**ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ**



Γενική λύση συνόρθωσης δικτύου

Περιεχόμενα ενότητας (1/2)

- Εισαγωγή εξωτερικής πληροφορίας για το σύστημα αναφοράς του δικτύου.
- Σύστημα εξισώσεων ψευδο-παρατηρήσεων και διευρυμένο σύστημα κανονικών εξισώσεων.
- Βασικοί τύποι ψευδο-παρατηρήσεων για τον ορισμό του συστήματος αναφοράς.



Περιεχόμενα ενότητας (2/2)

- Γενικός αλγόριθμος λύσης συνόρθωσης δικτύου.
- Ελάχιστες και πλεονάζουσες δεσμεύσεις για τον ορισμό του συστήματος αναφοράς.
- Η έννοια της παραμόρφωσης στη λύση συνόρθωσης δικτύου.
- Ανατομία γενικής λύσης συνόρθωσης δικτύου.



Σκοποί ενότητας

- **Εισαγωγή εξωτερικής πληροφορίας για το σύστημα αναφοράς του δικτύου. Σύστημα εξισώσεων ψευδο-παρατηρήσεων και διευρυμένο σύστημα κανονικών εξισώσεων. Βασικοί τύποι ψευδο-παρατηρήσεων για τον ορισμό του συστήματος αναφοράς. Γενικός αλγόριθμος λύσης συνόρθωσης δικτύου. Ελάχιστες και πλεονάζουσες δεσμεύσεις για τον ορισμό του συστήματος αναφοράς. Η έννοια της παραμόρφωσης στη λύση συνόρθωσης δικτύου. Ανατομία γενικής λύσης συνόρθωσης δικτύου.**



Τίτλος και Αρίθμηση (1/2)

1. Δημιουργία κανονικών εξισώσεων
2. Απαλοιφή πρόσθετων παραμέτρων
3. Κανονικές εξισώσεις δικτύου
4. Αδυναμία βαθμού δικτύου
5. Παράδειγμα
6. Λύση κανονικών εξισώσεων δικτύου



Τίτλος και Αρίθμηση (2/2)

7. Ελεύθερο δίκτυο
8. Αδυναμία βαθμού δικτύου
9. Συμπερασματικά
10. Παραδείγματα



Πως ξεπερνάμε το πρόβλημα της αδυναμίας βαθμού των κανονικών εξισώσεων;

- με τη χρήση κατάλληλης εξωτερικής πληροφορίας (υπό την μορφή ψευδο-παρατηρήσεων).
- Η πληροφορία αυτή χρειάζεται για τον καθορισμό του ΣΑ ως προς το οποίο θα υπολογιστούν τελικά οι συνορθωμένες συντεταγμένες του δικτύου.



Διευρυμένο σύστημα κανονικών εξισώσεων (1/3)

Σύστημα εξισώσεων παρατηρήσεων & ψευδο-παρατηρήσεων

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad \mathbf{v} \sim (\mathbf{0}, \sigma_o^2 \mathbf{P}^{-1})$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}} \quad \tilde{\mathbf{v}} \sim (\mathbf{0}, \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{v}}})$$

Νέο σύστημα κανονικών εξισώσεων

$$(\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c}$$

(*) αν τα μεγέθη \mathbf{c} περιέχουν ικανή πληροφορία για τον ορισμό του ΣΑ του δικτύου, τότε ο πίνακας $\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}$ θα είναι αντιστρέψιμος



Διευρυμένο σύστημα κανονικών εξισώσεων (2/3)

Σύστημα εξισώσεων παρατηρήσεων & ψευδο-παρατηρήσεων

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}$$

Ο αριθμός των ψευδο-παρατηρήσεων θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσος με την αδυναμία βαθμού του δικτύου

Νέο σύστημα κανονικών εξισώσεων

$$(\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c}$$

(*) αν τα μεγέθη \mathbf{c} περιέχουν **ικανή πληροφορία** για τον ορισμό του ΣΑ του δικτύου, τότε ο πίνακας $\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}$ θα είναι αντιστρέψιμος



Διευρυμένο σύστημα κανονικών εξισώσεων (3/3)

Σύστημα εξισώσεων

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}$$

Ο πίνακας βάρους \mathbf{W} μπορεί να αποτελεί “αυθαίρετη επιλογή χρήστη” χωρίς να σχετίζεται κατ’ανάγκη με την πραγματική ακρίβεια των ψευδο-παρατηρήσεων !

Νέο σύστημα κανονικών εξισώσεων

$$(\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c}$$

(*) αν τα μεγέθη \mathbf{c} περιέχουν ικανή πληροφορία για τον ορισμό του ΣΑ του δικτύου, τότε ο πίνακας $\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}$ θα είναι αντιστρέψιμος



Γενική λύση συνόρθωσης δικτύου

Διευρυμένο σύστημα κανονικών εξισώσεων

$$(\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c}$$

Λύση διευρυμένων κανονικών εξισώσεων

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c})$$

Προσοχή: η παραπάνω λύση δεν αποτελεί αναγκαστικά λύση των αρχικών κανονικών εξισώσεων $\mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}$



Τι είδους εξωτερική πληροφορία χρησιμοποιούμε για τον ορισμό του ΣΑ ;

- Γενικά, το σύστημα ψευδο-παρατηρήσεων

$$\mathbf{c} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}$$

μπορεί να περιέχει τα εξής:

- γνωστές τιμές συντεταγμένων για μεμονωμένους σταθμούς αναφοράς του δικτύου
- άλλα βοηθητικά μεγέθη που ορίζουν το ΣΑ του δικτύου
 - αζιμούθια πλευρών δικτύου
 - καθορισμός θέσης του “κέντρου βάρους” του δικτύου
 - παράμετροι μετασχ/μού ομοιότητας ως προς κάποιο πλαίσιο αναφοράς (βλέπε εσωτερικές δεσμεύσεις)



Παράδειγμα (1/)

- Εξισώσεις ψευδο-παρατηρήσεων για την περίπτωση **γνωστών συντεταγμένων σε σταθμό αναφοράς 2Δ δικτύου**

$$x'_i = x_i + v_{x'_i}$$

$$y'_i = y_i + v_{y'_i}$$

- ή, ισοδύναμα

$$x'_i - x_i^0 = \delta x_i + v_{x'_i}$$

$$y'_i - y_i^0 = \delta y_i + v_{y'_i}$$



Παράδειγμα (2/)

$$\begin{array}{c} \mathbf{c} \\ \left[\begin{array}{c} (x'_A) - (x_A)^0 \\ (y'_A) - (y_A)^0 \\ (x'_B) - (x_B)^0 \end{array} \right] \\ \downarrow \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{H} \\ \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{c} \delta \mathbf{x} \\ \left[\begin{array}{c} \delta x_A \\ \delta y_A \\ \delta x_B \\ \delta y_B \\ \vdots \\ \delta x_N \\ \delta y_N \end{array} \right] \end{array} + \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{v}} \\ \left[\begin{array}{c} v_{x'_A} \\ v_{y'_A} \\ v_{x'_B} \end{array} \right] \end{array}$$

Συντεταγμένες σταθμών αναφοράς
που συμμετέχουν στον ορισμό του ΣΑ



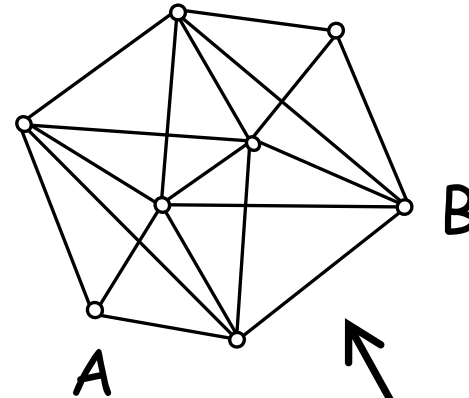
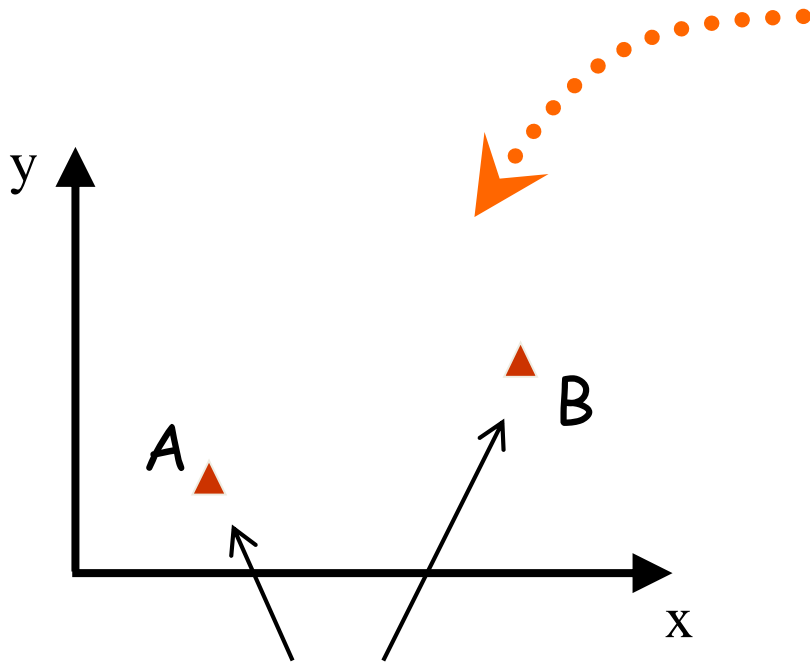
Παράδειγμα (3/)

$$\begin{array}{c} \mathbf{c} \\ \left[\begin{array}{c} (x'_A) - (x_A)^0 \\ (y'_A) - (y_A)^0 \\ (x'_B) - (x_B)^0 \end{array} \right] \\ \downarrow \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{H} \\ \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{c} \delta \mathbf{x} \\ \left[\begin{array}{c} \delta x_A \\ \delta y_A \\ \delta x_B \\ \delta y_B \\ \vdots \\ \delta x_N \\ \delta y_N \end{array} \right] \end{array} + \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{v}} \\ \left[\begin{array}{c} v_{x'_A} \\ v_{y'_A} \\ v_{x'_B} \end{array} \right] \end{array}$$

Συχνά (αλλά όχι πάντα)
έχουμε $\mathbf{c} = \mathbf{0}$



Εποπτική αντίληψη



$$\hat{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^0 + \delta \hat{\mathbf{x}})$$

Θέσεις των A και B όπως καθορίζονται από τις γνωστές συντεταγμένες τους στο σύστημα ψευδο-παρατηρήσεων

$$(\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c}$$



Παράδειγμα (4/)

Κέντρο βάρους δικτύου

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$$

Εξισώσεις ψευδοπαρατηρήσεων για τον καθορισμό της θέσης του κέντρου βάρους του δικτύου

$$\frac{\sum (x'_i - x_i^o)}{N} = \frac{\sum \delta x_i}{N} + v_{\bar{x}} \quad \frac{\sum (y'_i - y_i^o)}{N} = \frac{\sum \delta y_i}{N} + v_{\bar{y}}$$



Παράδειγμα (5/)

$$\begin{array}{c} \mathbf{c} \\ \left[\begin{array}{c} \sum (x'_i - x_i^o) \\ \sum (y'_i - y_i^o) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{c} \delta \mathbf{x} \\ \delta x_1 \\ \hline \delta y_1 \\ \delta x_2 \\ \hline \delta y_2 \\ \vdots \\ \hline \delta x_N \\ \delta y_N \end{array} + \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{v}} \\ \left[\begin{array}{c} N v_{\bar{x}} \\ N v_{\bar{y}} \end{array} \right] \end{array} \\ \downarrow \end{array}$$

Συντεταγμένες σταθμών αναφοράς
που συμμετέχουν στον καθορισμό
του κέντρου βάρους του δικτύου



Παράδειγμα (6/)

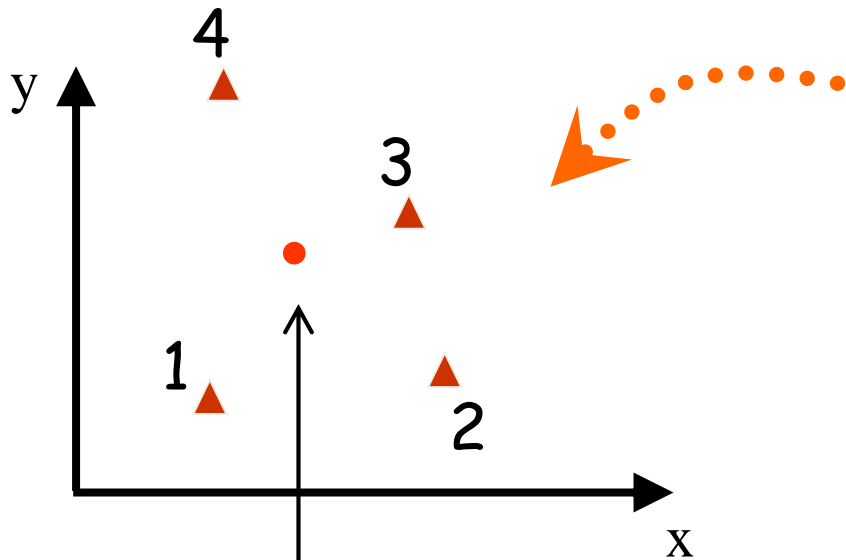
$$\begin{array}{c} \mathbf{c} \\ \left[\begin{array}{c} \sum (x'_i - x_i^o) \\ \sum (y'_i - y_i^o) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{c} \delta x \\ \delta x_1 \\ \hline \delta y_1 \\ \delta x_2 \\ \hline \delta y_2 \\ \vdots \\ \hline \delta x_N \\ \delta y_N \end{array} + \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{v}} \\ \left[\begin{array}{c} N v_{\bar{x}} \\ N v_{\bar{y}} \end{array} \right] \end{array} \end{array}$$



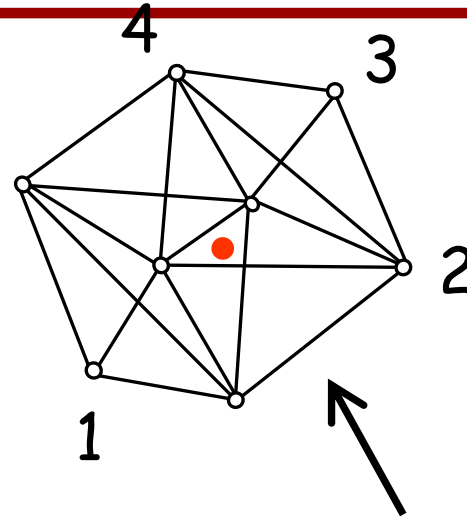
Συχνά (αλλά όχι πάντα)
έχουμε $\mathbf{c} = \mathbf{0}$



Εποπτική αντίληψη



Θέση του ΚΒ του δικτύου όπως καθορίζεται από τις γνωστές συντεταγμένες των σταθμών αναφοράς στο σύστημα ψευδο-παρατηρήσεων



$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^0 + \delta\hat{\mathbf{x}})$$

$$(\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \delta\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c}$$



Τι είδους εξωτερική πληροφορία χρησιμοποιούμε για τον ορισμό του ΣΑ; (1/2)

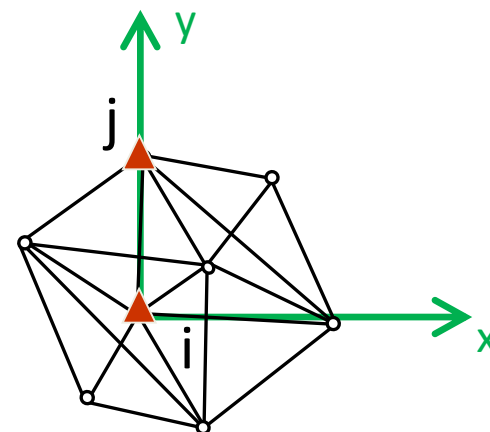
- Σε περιπτώσεις **ανεξάρτητων δικτύων** το σύστημα ψευδοπαρατηρήσεων

$$\mathbf{c} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}$$

μπορεί να περιλαμβάνει “αυθαίρετες” συντεταγμένες για ορισμένες κορυφές του δικτύου

π.χ.

$$x'_i = 0 \quad y'_i = 0 \quad x'_j = 0$$



Τι είδους εξωτερική πληροφορία χρησιμοποιούμε για τον ορισμό του ΣΑ; (2/2)

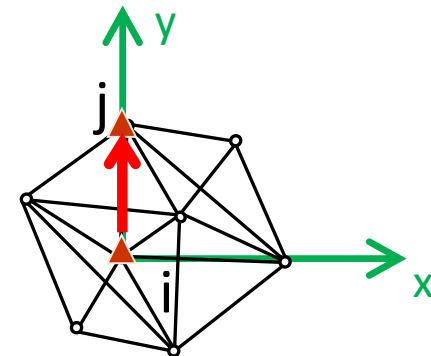
- Σε περιπτώσεις **ανεξάρτητων δικτύων** το σύστημα ψευδοπαρατηρήσεων

$$\mathbf{c} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}$$

μπορεί να περιλαμβάνει “αυθαίρετες” συντεταγμένες και αζιμούθια για ορισμένες κορυφές/πλευρές του δικτύου

π.χ.

$$x'_i = 0 \quad y'_i = 0 \quad x'_j = 0$$



Γενικό σχόλιο ()

- Όταν ο πίνακας βάρους των ψευδο-παρατηρήσεων έχει πολύ μεγάλες τιμές ($W \rightarrow \infty$) τότε έχουμε τις λεγόμενες **απόλυτες δεσμεύσεις** για τον ορισμό του ΣΑ

$$c = H\delta x$$

- Σε αυτές τις περιπτώσεις το συνορθωμένο δίκτυο εξαναγκάζεται να ικανοποιεί πλήρως την εξωτερική πληροφορία για το ΣΑ, **ανεξάρτητα της πραγματικής στατιστικής ακρίβειας** των ψευδο-παρατηρήσεων c .



Γενικό σχόλιο (2)

- Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η **ελάχιστη απαιτούμενη εξωτερική πληροφορία για τον ορισμό του ΣΑ** (δηλαδή, όταν ο αριθμός των ψευδο-παρατηρήσεων είναι ίσος με την αδυναμία βαθμού) τότε η συνορθωμένη λύση δικτύου:
 - *δεν εξαρτάται από τον πίνακα βάρους W*
 - *θα ικανοποιεί πλήρως τις ψευδο-παρατηρήσεις*
$$(c = H\delta x)$$



Γενικό σχόλιο (3)

- Όταν το σταθερό διάνυσμα \mathbf{c} στο σύστημα των εξισώσεων ψευδο-παρατηρήσεων λαμβάνεται ίσο με μηδέν

$$\mathbf{0} = \mathbf{H}\delta\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}} \quad \tilde{\mathbf{v}} \sim (\mathbf{0}, \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{v}}})$$

αυτό σημαίνει ότι ο ορισμός του ΣΑ για το συνορθωμένο δίκτυο **βασίζεται στις τιμές των προσεγγιστικών συντεταγμένων (\mathbf{x}^0) που έχουν επιλεγεί για τις κορυφές του δικτύου.**



Βαθμοί ελευθερίας συνόρθωσης

- Εκφράζουν τον πλεονασμό πληροφορίας για τη βέλτιστη εκτίμηση των συντεταγμένων στις κορυφές του δικτύου (καθώς και των πρόσθετων παραμέτρων που τυχόν εμπλέκονται στη συνόρθωση του δικτύου, π.χ. σταθερές προσανατολισμού):

$$f = n - m' + k$$

n : αριθμός παρατηρήσεων

m' : **συνολικός** αριθμός παραμέτρων (π.χ. $2N+d$)

k : αριθμός ψευδοπαρατηρήσεων



Να θυμάστε ότι

- Λύσεις ελεύθερου δικτύου

$$\mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}$$

- Απειρία λύσεων
- Αντιστοιχούν στο δίκτυο που προσαρμόζεται βέλτιστα στις διαθέσιμες παρατηρήσεις

- Γενική λύση συνόρθωσης

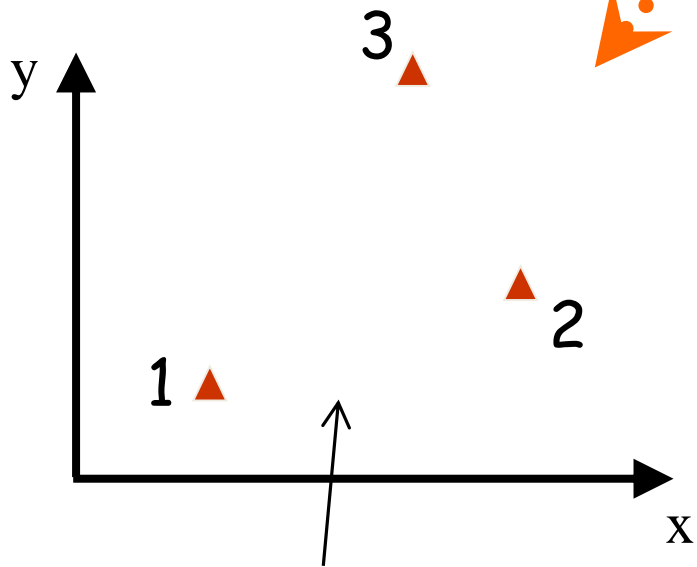
$$(\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}) \delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c}$$

- Μοναδικότητα λύσης
- Αντιστοιχεί στο δίκτυο που προσαρμόζεται στις παρατηρήσεις και στις ψευδοπαρατηρήσεις του ΣΑ
- Η γεωμετρική μορφή της λύσης δεν ταυτίζεται απαραίτητα με αυτή του ελεύθερου δικτύου (“παραμόρφωση δικτύου”)

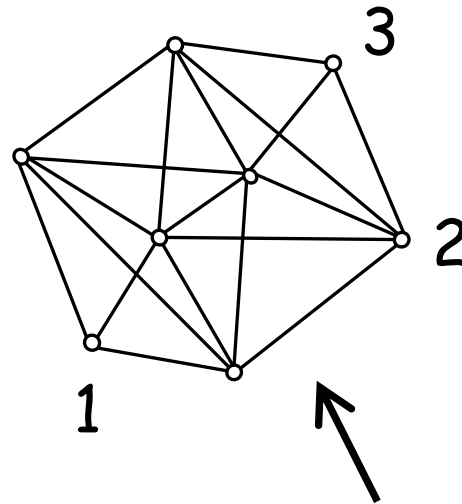


Παράδειγμα πιθανής παραμόρφωσης (1/3)

Χρήση ψευδο-παρατηρήσεων



Θέσεις σταθμών αναφοράς όπως καθορίζονται από τις γνωστές συντεταγμένες τους στο σύστημα ψευδο-παρατηρήσεων



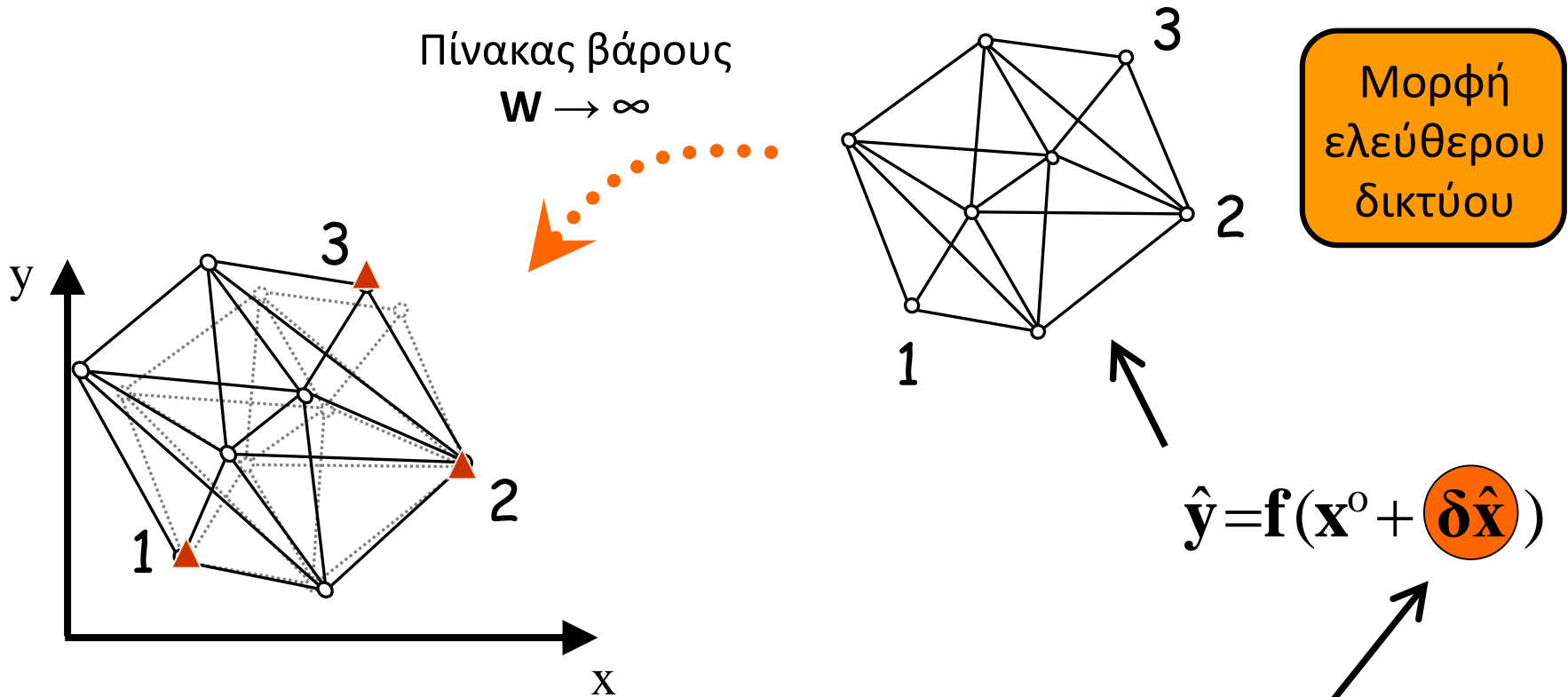
Μορφή ελεύθερου δικτύου

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^0 + \delta \hat{\mathbf{x}})$$

$$\mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}$$



Παράδειγμα πιθανής παραμόρφωσης (2/3)



Παραμορφωμένο συνορθωμένο δίκτυο

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c})$$

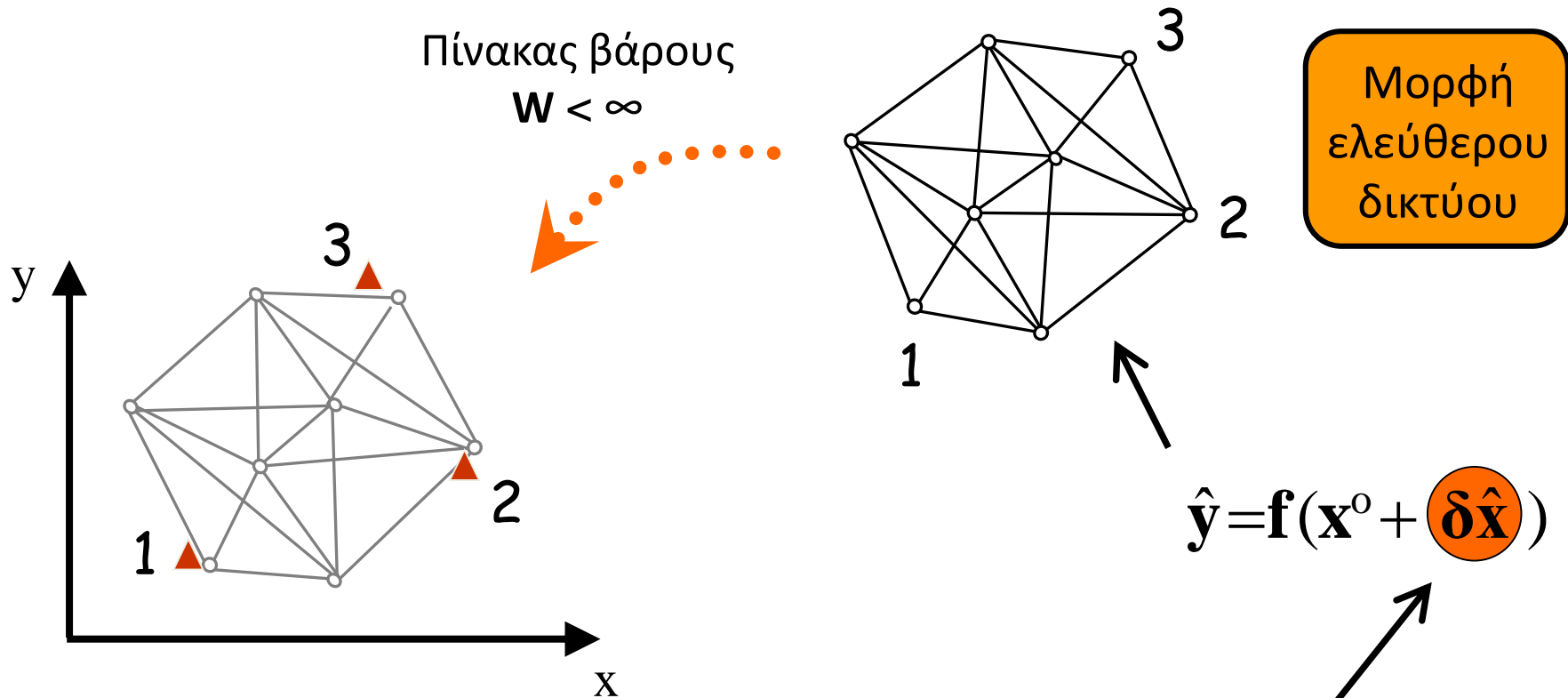
$$\mathbf{N} \delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u}$$

Μορφή
ελεύθερου
δικτύου

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^0 + \delta \hat{\mathbf{x}})$$



Παράδειγμα πιθανής παραμόρφωσης (3/3)



$$\delta \hat{x} = (\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c})$$

$$\mathbf{N} \delta \hat{x} = \mathbf{u}$$



Από τι επηρεάζεται η λύση συνόρθωσης δικτύου;

- Τα χαρακτηριστικά της λύσης δικτύου

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c})$$

επηρεάζονται από:

- τον τύπο και αριθμό των ψευδοπαρατηρήσεων (\mathbf{c} , \mathbf{H})
- την επιλογή του πίνακα βάρους τους (\mathbf{W})



Ανατομία της λύσης συνόρθωσης δικτύου (1/2)

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c})$$

r: αδυναμία βαθμού δικτύου

	$k = r$	$k > r$
$\mathbf{c} = \mathbf{H} \delta \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}$ <small>$k \times 1$ $k \times m$ $m \times 1$ $k \times 1$</small>	Ελάχιστες δεσμεύσεις	Πλεονάζουσες δεσμεύσεις
Πίνακας βάρους δεσμεύσεων	$W \rightarrow \infty$ “απόλυτες” δεσμεύσεις $W < \infty$ “χαλαρές” δεσμεύσεις	$W \rightarrow \infty$ “απόλυτες” δεσμεύσεις $W < \infty$ “χαλαρές” δεσμεύσεις
Ιδιότητες λύσης	Δεν επηρεάζεται από τον W	Επηρεάζεται από τον W



Ανατομία της λύσης συνόρθωσης δικτύου (2/2)

$$\delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{u} + \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{c})$$

r: αδυναμία βαθμού δικτύου

	$k = r$	$k > r$
$\mathbf{c} = \mathbf{H} \delta \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}$ <small>$k \times 1$ $k \times m$ $m \times 1$ $k \times 1$</small>	Ελάχιστες δεσμεύσεις	Πλεονάζουσες δεσμεύσεις
Πίνακας βάρους δεσμεύσεων	Λειτουργούν πάντα σαν απόλυτες δεσμεύσεις και δεν παραμορφώνουν το δίκτυο	Η επιλογή του πίνακα βάρους \mathbf{W} δίνει την δυνατότητα περιορισμού της παραμόρφωσης
Ιδιότητες λύσης	Δεν επηρεάζεται από τον \mathbf{W}	Επηρεάζεται από τον \mathbf{W}



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Εικόνα 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 4: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 5: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 6: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Εικόνα 7: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος>< πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Πίνακες
- Πίνακας 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>
- Πίνακας 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>



Σημείωμα Αναφοράς

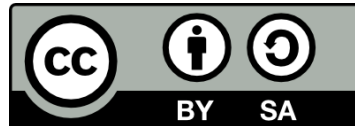
Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χριστόφορος Κωτσάκης, «Τοπογραφικά Δίκτυα & Υπολογισμοί, Γενική λύση συνόρθωσης δικτύου». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Ευστάθιος Μπουχουράς
Θεσσαλονίκη,



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

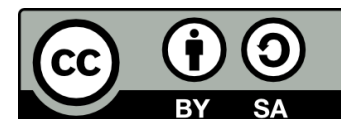


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

